ARCHIMEDIS
OPERA OMNIA

CUM COMMENTARIIS EUTOCII.

E CODICE FLORENTINO RECENSUIT, LATINE UERTIT
NOTISQUE ILLUSTRAUIT

J. L. HEIBERG
DR. PHIL.

UOLUMEN II.

LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCLXXXI.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

Cum in uolumine primo satis, ut opinor, de consilio, genere adiumentisque huius editionis praefatus sim, huic praefationi nihil relinquitur, nisi ut pauca quaedam uel addam uel corrigam.

In adnotatione igitur critica uoluminis I haec addantur, de quibus postea demum, quam prodierat uolumen illud, ab Henrico Lebègue certior factus sum:

I p. 56, 17 etiam in *A* est *περιφερείας*; quare scrib. „corr. ed. Basil.".

I p. 116, 2 post „ed. Basil." ponenda erat stellula (nam ubi stellula nomini editoris recentioris adponitur, hoc significatur, codices Parisinos denuo inspectos cum cod. Florentino congruere).

I p. 122, 7 post „uulgo" stellula ponatur.

I p. 132, 13 deleatur „corr. ed. Basil." nam in omnibus codd. est *τό* (excepto Florentino).

I p. 132, 18 post „ed. Basil." ponatur stellula.

I p. 150, 3 post „ed. Basil." ponatur stellula.

I p. 190, 19 pro „corr. ed. Basil." scribatur „corr. *B* manu 2*".

I p. 216, 17 cod. *C* prorsus idem habet, quod *F*; in *B* ita scribitur: *ἡ βδ πρὸς δχ· ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ κλ πρὸς λδ ἡ βδ πρὸς δχ· ὥστε καὶ ὡς τὸ ἀπὸ κλ* cet.

I p. 452, 20 *οὔτε* cum omnibus codd. Parisinis recipiendum erat.

postremum moneo, sicubi signum interrogationis scripturae cod. Florentini adponatur, hoc non significari, me de collatione mea dubitare, sed codicem ipsum lectu difficilem esse, ita ut prorsus certo dignosci ne-

queat, quae sit scriptura eius. unus tamen locus excipiendus est II p. 352, 19. ibi enim ad Torellii scripturam τμάματος nihil e cod. Florentino adnotaui; sed cum et ante et post in eadem pagina legamus τμῆμα, non dubito, quin errauerim, et hoc quoque loco η in cod. Florentino reperiatur.

In uolumine altero p. 359 sq. recepi interpretationem Tartaleae librorum, qui sunt περὶ ὀχουμένων, quia intellexeram, Commandinum suo Marte plurima mutasse, ita ut forma genuina, in qua libri illi nobis traditi sunt, ex Tartalea solo cognosci possit. itaque cum liber eius satis rarus sit, interesse putaui, ut denuo cum fide ederetur quasi fundamentum hosce libros emendandi. sed hac ipsa re accidit, ut libri illi forma corruptissima et ita, ut interdum intellegi non possint, prodirent. sed cum intellexerim, eos tam fideliter e Graeco conuersos esse, ut pristina forma ubique fere adpareat, constitui, postea aliquando, si otium mihi contigerit, hos libros Graece conuertere. tum demum licebit de lacunis explendis et erroribus plurimis foedissimisque corrigendis seuere cogitare. dum hoc fiat, habitu barbaro et dilacerato, quo ad nos peruenerunt, hic quoque prodeant. hoc loco interponere libet, quae Carolus Thurot u. d. ad emendandos libros illos contulit (Recherches sur le principe d'Archimède. Revue archéologique 1868—69).

II p. 356, 4: ὠθεῖσθαι] delet C. Thurot.
II p. 356, 6: πάντων αὐτοῦ μερῶν] πάντα δὲ τὰ αὐτοῦ μέρη idem.
II p. 357, 10: ἰσοβαρῆ iam suspicatus est Thurot.
II p. 358, 10: καταβαίνωσι] καταβῶσι idem.
II p. 358, 2: ἰσοβαρῆ iam Thurot.

praeterea in uerbis Tartaleae citandis saepe ea uel corrigit uel explicat additis Graecis, in quo saepe in

eadem incidit, quae ego in adnotationibus posui. de lacuna p. 369, 5 haec habet: peut-être y avait-il: en effet, si *a* n'était pas entièrement au-dessous de la surface, le volume du liquide égal à la portion plongée aurait un poids moindre que *ad*. idem uir doctus (Revue critique 1880 nr. 2) quaestionem obscuram ac difficilem, utrum Tartalea ipse codicem Graecum habuerit necne, ita soluere conatur, ut putet, libros illos Tartaleae causa ab homine Graecae linguae satis perito, sed qui mathematicam non calleret, e Graeco conuersos esse. praeterea consensum Thuroti (Recherches etc. p. 12 not. 2) de auctoritate editionis Tartaleae laetus commemoro, de qua ita iudicat: nous montrerons plus bas que cette publication est la seule base authentique qui puisse jusqu'ici servir à établir le texte de ce traité d'Archimède. — sero animaduerti, pro littera 𝔛 usurpandam fuisse litteram Ψ, ut fecit Commandinus; nam apud Tartaleam haec littera, quae saepius formam litterae *x* prae se fert, interdum tamen litterae Ψ simillima est, ita ut ueri simile sit, Tartaleam semper hanc litteram reddi uoluisse.

De lemmatis hoc addendum uidetur, Mauritium Cantor (Vorlesungen über d. Gesch. der Math. p. 255—57) nuper pluribus de quibusdam eorum propositionibus egisse. quae Curtzius et Steinschneiderus de huius libri apud Arabes fatis disputauerunt, breui recensere in animo mihi est.

De codice Parisino problematis bouini e litteris Henrici Lebègue haec cognoui. codex Graecus 2448 inter alia hoc epigramma et id quidem tertio loco continet. de eo in Catalogo codd. mss. bibliothecae regiae II p. 504 haec leguntur:

MMCDXLVIII.

„— 3°. Archimedis supposititia ad Eratosthenem

epistola sive problema Alexandrinis versibus scriptum de bobus solis sacris —.

Codex bombycinus, olim Colbertinus.

Is codex saeculo decimo quarto exaratus videtur". conspectus scripturae discrepantiae, in quo de accentibus et ι subscripto (quod saepe omittitur) tacui, hic est:

u. 4: *δασσαμένη*] *δασαμένη* cod. Paris. 2448.
u. 5: *ἀλάσσοντα*] alterum σ supra Paris. 2448.
u. 12: *τετράτῳ τε*] sic cod. Paris. 2448.
u. 13: *πᾶσιν*] sic. cod. Paris. 2448.
u. 16: *αὖτις*] *αὐτούς*.
u. 16: *ἰσαζομένους*] *ἰδαιομένους*.
u. 19: *τετράτῳ*] sic.
u. 20: *τετράτῳ*] sic.
u. 22: *πάσης*] *πάσαις*.
u. 22: *ἐρχομένης*] *ἐρχομέναις*.
u. 23: *ἀγέλης*] *δ' ἀγέλης* (et sic Struuius).
u. 24: *τετραχῇ*] *τετραχεῖ*.
u. 27: *βοῶν*] *βόες*.
u. 29: *χρῶμα*] *χροιάν*.
u. 30: *λέγοι'*] *λέγοιο*.
u. 31: *ἐναρίθμιος*] sic.
u. 38: *ἀμβολάδην*] *ἀμβολάνδην*.
u. 40: *οὔτ' ἐπιλειπομένων*] *οὔτ' πιλειπομένων*.
u. 41: *πραπίδεσσιν*] *πραπίδεσιν*.
u. 41: *ἀθροίσας*] *ἀθρήσας*.
u. 42: *ὦ ξένε*] *ξεῖνε τά*.
u. 44: *ταύτῃ*] *ταύτης*.

hoc problema Archimedi re uera tribuendum esse, quamquam dubitari possit, an ipsi uersiculi ab eo conscripti non sint (quod ipse admiseram Quaest. Archim. p. 26 not. 1), etiam Krumbiegelius censet; quem de explicando uerbo *πλίνθου* u. 36 (si modo explicari potest) mecum consentire (l. l. p. 134) gaudeo. sed

in eo sententiam meam minus recte intellexit, quod putauit, me causis a me adlatis demonstrare uoluisse, Archimedem huius epigrammatis auctorem esse. nam hoc solum ostendere conatus sum, nihil esse, cur ab eo discederemus, quod traditum est, his uersibus contineri problema ab Archimede propositum. de re aptissime me monuit L. Oppermannus, eo quoque confirmari originem problematis Archimedeam, quod numeri tam scite electi sint, ut cito ad ingentes numeros perueniatur, in quo ipso auctor problematis praecipuam eius difficultatem inesse uoluerit. coniecturam meam in u. 24:

ποικίλη ἰσάριθμον πλῆθος ἔχουσ' ἐφάνη,

quam palaeographice explicare posse uideor, tamen nunc improbaui, quia *ποικίλη* tum de grege vaccarum variarum, non de toto grege vario, accipiendum erat, quod fieri uix potest. — etiam iudicium Mauritii Cantor u. d. de hoc problemate adferre iuuat: Vorlesungen über d. Gesch. d. Math. I p. 268: Zu einem Ergebnisse kommen wir allerdings auch hier: dass nämlich ein Grund das Rinderproblem darum für untergeschoben zu erklären, weil Archimed es nicht habe lösen können, in keiner Weise vorliegt.

Inter fragmenta catoptricorum recipere potueram Michaelis Pselli locum in synopsi mathemat. p. 73 ed. Xylandri: *δυνατὸν μέντοι καὶ ἄλλως ἀπορίᾳ διόπτρας τῇ μεθόδῳ χρήσασθαι, καθὰ δήπου καὶ Ἀρχιμήδης· ὅς ποτέ τινων ἐρομένων*[1] *περὶ τῆς ὑπ' ὄψιν πυραμίδος, ὁπόση ἂν εἴη τὸ μέγεθος, τὴν ῥάβδον ἑτοίμως ὄρθιον πρὸς τὴν ἐξ ἡλίου τῆς πυραμίδος καταπήξας σκιάν, ὡς τὰς ἀμφοῖν τῆς τε ῥάβδου καὶ τῆς πυραμίδος ἐξ ἴσου συναποπερατοῦσθαι σκιάς. καὶ δύο ἐντεῦθεν ἀποτελέσας ἰσογώνια αὐτόθεν ἐπήγαγεν· ὃν λόγον ἡ ἐν ἐπιπέδῳ κειμένη σκιὰ τῆς ῥάβδου πρὸς αὐτὴν*

1) *ἐρωμένων* Xylander.

ἔχει τὴν ῥάβδον, τὸν αὐτὸν καὶ ἡ ἐν ἐπιπέδῳ τῆς πυραμίδος σκιὰ πρὸς αὐτὴν ἔχει τὴν πυραμίδα. καὶ λοιπὸν τῇ διαμετρήσει τῆς σκιᾶς τῆς πυραμίδος τὸ τῆς πυραμίδος ὕψος τοῖς ἐρωτήσασι δῆλον κατέστησεν. nam ueri simile est, hanc narratiunculam inde ortam esse, quod in catoptricis Archimedis inueniebatur propositio aliqua de altitudinibus ex umbra dimetiendis, qualis est Euclidis optic. prop. 18.

ultimo loco adnotabo errores typographicos, quos quidem adhuc deprehenderim.

	Scriptum est:	Scribendum erat:
I p. 24, 15:	περιγάψαι	περιγράψαι.
I p. 46, 7:	ἰσούψη	ἰσοϋψῆ.
I p. 106, 9:	η	ἡ.
I p. 240, 20:	τμῆμα. ὡς	τμῆμα, ὡς
I p. 380, 25:	κορυφα	κορυφὰ
I p. 424, 5:	ουδὲ	οὐδὲ
II p. 146, 20:	ἔχοντι	ἔχωντι; et in notis p. 147 addendum: „20. εχοντι *F*, uulgo."

in figura I p. 360 littera *Γ* excidit, quae ponenda erat in dextra parte extrema parabolae. I p. 244 in figura ducatur linea *ΔK*.

praeterea non raro in accentibus more Doriensium ponendis erraui, uelut quod in futuri tertia persona num. sing. circumflexum non posui, et omnino in dialecto restituenda fortasse parum mihi constiti. sed huic rei aliquatenus mederi me posse spero, collectis omnibus dialecti Doricae uestigiis, quae apud Archimedem occurrunt. hoc et materiem disputandi uberiorem et, ut arbitror, fructuosiorem, certe mihi familiariorem, quam praebet quaestio de codicibus aestimandis, praefationi uoluminis tertii sepono.

Scrib. Hauniae Cal. Februariis MDCCCLXXXI.

DE LINEIS SPIRALIBUS.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ χαίρειν.

Τῶν ποτὶ Κόνωνα ἀποσταλέντων θεωρημάτων, ὑπὲρ ὧν αἰεὶ τὰς ἀποδειξίας ἐπιστέλλεις μοι γράψαι, τῶν μὲν πλείστων ἐν τοῖς ὑπὸ Ἡρακλείδα κομισθέντεσσιν ἔχεις γεγραμμένας, τινὰς δὲ αὐτῶν καὶ ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἐπιστέλλω τοι. μὴ θαυμάσῃς δέ, εἰ πλείονα χρόνον ποιησάντες ἐκδίδομες τὰς ἀποδειξίας αὐτῶν. συμβαίνει γὰρ τοῦτο γεγενῆσθαι διὰ τὸ βουλέσθαι με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις καὶ μαστεύειν αὐτὰ προαιρουμένοις. πόσα γὰρ τῶν ἐν γεωμετρίᾳ θεωρημάτων οὐκ εὐμέθοδα ἐν ἀρχᾷ φανέντα χρόνῳ τὰν ἐξεργασίαν λαμβάνοντι; Κόνων μὲν οὖν οὐχ ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μάστευσιν αὐτῶν χρόνον μετάλλαξεν τὸν βίον· ἦ δῆλα ἐποίησέν κα ταῦτα πάντα εὑρών, καὶ ἄλλα πολλὰ ἐξευρὼν ἐπὶ τὸ πλεῖον προάγαγεν γεωμετρίαν. ἐπιστάμεθα γὰρ ὑπάρξασαν αὐτῷ σύνεσιν οὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσαν. μετὰ δὲ τὰν Κόνωνος τελευτὰν πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγενημένων οὐδ' ὑφ' ἑνὸς οὐδὲν τῶν προβλημάτων αἰσθανόμεθα κεκινημένον. βουλόμαι δὲ καθ' ἓν ἕκαστον αὐτῶν προενεγκάσθαι· καὶ γὰρ συμβαίνει δύο τινὰ

---

1. Δωσιθεῳ F, uulgo. 2. θεορηματων F. 3. ἀποδειξίας] scripsi, ut lin. 7; αποδειξ cum comp. ης F; ἀποδείξεις uulgo. 7. εκδιδομεν F, uulgo. 11. πόσα] Barrowius; ποια F,

Archimedes Dositheo s.

Eorum theorematum, quae ad Cononem miseram, quorum demonstrationes semper me perscribere iubes, plerasque demonstrationes in iis libris perscriptas habes, quos Heraclides ad te pertulit, nonnullas autem etiam hoc libro perscriptas ad te mitto. neu miratus sis, si diutius moratus demonstrationes eorum edidi. hoc enim ea de causa factum est, quod prius ea uolui permittere mathematices studiosis, et qui ipsi ea scrutari malint. quot enim geometriae theoremata, quae initio difficilia inuentu uidebantur, postea tandem confecta sunt? Conon igitur, antequam satis temporis ad ea perscrutanda ei contigit, mortuus est; alioquin ea illustrasset, his omnibus inuentis, et multis aliis insuper de suo inuentis geometriam amplificasset. scimus enim, ei fuisse et peritiam mathematices singularem et industriam praecipuam. sed multis iam post mortem Cononis annis interiectis nondum ullum problematum illorum quemquam adtigisse comperimus. singula autem hoc loco adferam. accidit enim, ut duo

---

uulgo. *θεορηματων* F. 12. *τὰν*] *την* per comp. F; corr. Torellius. 13. *οὖν*] addidi; om. F, uulgo. 14. *ἦ δῆλα*] Maduigius; *αδηλα* F, uulgo; *καὶ ἄδηλα* ed. Basil., Torellius. 15. *κα*] scripsi; *και* F, uulgo. 16. *ἐπὶ*] scripsi; *και επι* F, uulgo. *τὰν γεωμετρίαν*? 17. *συνεσ* cum comp. *ην* F. 19. *Κωνωνος* F, uulgo.

αὐτῶν ἐν αὐτοῖς μὲν κεχωρισμένα, τέλος δὲ ποθεσόμενα, ὅπως οἱ φαμένοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν ἐκφερόντες ἐλεγκῶνται οἷα ποθωμολογηκότες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα. ταῦτα δὴ ποῖα τῶν προβλημάτων ἐντί, καὶ τίνων τὰς ἀποδειξίας ἔχεις ἀπεσταλμένας, καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κομίζομες, δοκιμάζομες ἐμφανίξαι τοι. πρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων ἦν· σφαίρας δοθείσας ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας· ὃ δὴ καὶ πρῶτον ἐγένετο φανερὸν ἐκδοθέντος τοῦ περὶ τὰν σφαίραν βιβλίου. δειχθέντος γάρ, ὅτι πάσας σφαίρας ἁ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, δῆλον, ὡς δυνατόν ἐστι χωρίον ἐπίπεδον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. δεύτερον δέ· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου σφαῖραν εὑρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. τρίτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ποτ' ἄλλαλα τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν. τέταρτον δέ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν ὥστε τὰ τμάματα τᾶς ἐπιφανείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν ποτ' ἄλλαλα. πέμπτον δέ· τὸ δοθὲν τμᾶμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμάματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. ἕκτον δέ· δύο δοθέντων τμαμάτων σφαίρας εἴτε τᾶς αὐτᾶς εἴτε

---

1. *αὐτῶν*] scripsi; *των* F, uulgo. *ἐν αὐτοῖς*] scripsi cum Nizzio; *εν αυτω* F, uulgo; *εὐλύτων* retentis *τῶν* et *μή* Maduigius. *μέν*] *μη* F; corr. ed. Basil.* *κεχωρασμενα* F; corr. B*; *εἶμεν κεχωρισμένα* Torellius cum Barrowio. *τέλος*] Nizzius; *τελους* F, uulgo. *ποθεσόμενα*] scripsi; *ποτεσσομεν* F, uulgo; *ποτθήσομεν* Barrow; *ἀποτευξόμενα* Torellius; *ἀποεσσόμενα* uel *οὐδεποθ' ἑξόμενα* Nizzius; fort. *τέλους δὲ ποτιδεόμενα*. 2. *φανοι* F. *ευρισκ* cum comp. *ην* F, ut lin. 4, 9, 14. 3. *οἷα ποθωμολογηκότες*] scripsi; *αποθωμολογηκοτες* F, uulgo; *οἱ ποθ' ὁμολογηκότες* Barrow, Torellius. 5. *αποδειξ* cum comp. *ης* F. 6. *βιβλίῳ*] alterum *β* supra manu 1 F. 7. *κομιζοντες*

quaedam eorum inter ea collocata sint, confici autem non possint, ut isti, qui se omnia inuenire dictitent, nullam autem demonstrationem eorum in medium proferant, aliquando redarguantur, quippe qui absurda etiam se inuenire posse professi sint. ea autem problemata qualia sint, et quorum demonstrationes perscriptas habeas, et qualium demonstrationes hoc libro adferamus, mihi uisum est tecum communicare. primum igitur problema hoc erat: data sphaera planum spatium inuenire superficiei sphaerae aequale [de sph. et cyl. II p. 190], id quod etiam primum palam factum est, edito de sphaera libro. cum enim demonstratum sit, superficiem sphaerae quadruplo maiorem esse circulo maximo sphaerae [de sph. et cyl. I, 33], adparet fieri posse, ut inueniatur spatium planum superficiei sphaerae aequale. secundum autem hoc erat: dato cono uel cylindro sphaeram inuenire cono uel cylindro aequalem [de sph. et cyl. II, 1]. tertium autem: datam sphaeram plano secare, ita ut segmenta eius inter se datam rationem habeant [ib. II, 4]. quartum autem: datam sphaeram plano secare, ita ut segmenta superficiei inter se datam rationem habeant [ib. II, 3]. quintum autem: datum segmentum sphaerae dato segmento sphaerae simile reddere [cfr. ib. II, 5]. sextum autem: datis duobus sphaerae segmentis siue

---

F; corr. Torellius. *δοκιμάζομες*] scripsi; *δοκιμαζοντες* F, uulgo. *ἐμφανίξω* B; *ἐμφανίσω* Torellius; *ἐμφανίσαι* A, ed. Basil. 8. *δοθεισ* cum comp. *ης* F; corr. Torellius. 10. *τὰν σφαίραν*] scripsi; *την* (comp.) *σφαιραν* F, uulgo; *τᾶς σφαίρας* Torellius. 15. *ευρ* cum comp. *ην* F, ut lin. 17, 19, p. 6 l. 1 17. *τμηματα* F; corr. Torellius; sic semper in omnibus huius uerbi formis in hoc libro, nisi ubi contra adnotatum est. 18. *αυτης* F; corr. Torellius. 21. *πεπτον* F.

ἄλλας εὑρεῖν τι τμᾶμα σφαίρας, ὃ ἐσσεῖται αὐτὸ μὲν ὁμοῖον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμαμάτων, τὰν δὲ ἐπιφάνειαν ἴσαν ἕξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου τμάματος. ἕβδομον· ἀπὸ τᾶς δοθείσας σφαίρας τμᾶμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ ὥστε τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν μείζονα τοῦ, ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὰ δύο. τούτων μὲν οὖν τῶν εἰρημένων πάντων τὰς ἀποδειξίας Ἡρακλείδας ἐκόμιξεν. τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον ψεῦδος ἦν. ἔστι δέ· εἴ κα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἕξει, ἢ ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φανερόν ἐστι. κεχωρίσται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε· εἴ κα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμαθῇ εἰς ἄνισα ποτ' ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ τᾶς μὲν ἐπιφανείας τὸ μεῖζον τμᾶμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν τὸ τμᾶμα τὸ μεῖζον τᾶς διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον, τὸ δὲ μεῖζον τμᾶμα τᾶς σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἔχει ἁ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον. ἦν δὲ καὶ τὸ ἔσχατον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψεῦδος, ὅτι, εἴ κα σφαίρας τινὸς ἁ διάμετρος τμαθῇ ὥστε τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος τμάματος τετράγωνον τριπλάσιον εἶμεν τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τμάμα-

---

7. μη μειζονα F; corr. Nizzius. 8. οὖν] per comp. F; om. ed. Basil. αποδειξεις F, uulgo. 9. εκομισεν F, uulgo. 10. τμηθη F; corr. Torellius; et sic per totum hunc librum in omnibus huius uerbi formis (etiam in compositis), ubi nihil adnotatum est. 15. ποτ'] πρός per comp. F; corr. Torellius. 16. τᾶς μὲν ἐπιφανείας] addidi Neue Jahrb. Suppl. XI p. 397; om. F, uulgo. ποτὶ τὸ ἔλασσον — 19. τὸ δὲ μεῖζον τμᾶμα

eiusdem siue alius segmentum sphaerae inuenire, quod ipsum alteri segmento aequale sit, superficiem autem alterius segmenti superficiei aequalem habeat [ib. II, 6]. septimum: a data sphaera segmentum plano abscindere, ita ut segmentum ad conum basim eandem habentem, quam segmentum, et altitudinem aequalem datam rationem habeat maiorem quam 3 : 2 [ib. II, 7]. horum igitur omnium, quae nominauimus, problematum demonstrationes Heraclides ad te pertulit. sed quod deinde positum erat, falsum erat. est autem huiusmodi: si sphaera plano in partes inaequales secatur, maius segmentum ad minus duplicem rationem habet, quam maior superficies ad minorem. hoc autem falsum esse ex iis, quae antea ad te missa sunt, adparet. in iis enim hoc positum est: si sphaera in partes inaequales secatur plano ad diametrum aliquam sphaerae perpendiculari, superficiei segmentum maius ad minus eandem habebit rationem, quam maior pars diametri ad minorem, sphaerae autem segmentum maius ad minus minorem quam duplicem rationem habet, quam maior superficies ad minorem, maiorem uero quam sesquialteram [ib. II, 8]. uerum etiam problema ultimo loco positum falsum erat: si alicuius sphaerae diametrus ita secatur, ut quadratum partis maioris triplo maius sit quadrato partis minoris, et per hoc punctum[1]) planum ad diametrum perpen-

1) Sc. in quo diametrus ita diuisa est.

delet Nizzius. 18. δέ] scripsi ibid.; γαρ F, uulgo. 19. ἔλασσον] om. FV. 21. ποτὶ τάν] προς (comp.) την (comp.) F; corr. Torellius. 23. ἡ F; corr. Torellius.

τος, καὶ διὰ τοῦ σαμείου τούτου ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ τέμνῃ τὰν σφαῖραν, τὸ τοιοῦτον τῷ εἴδει σχῆμα, οἷόν ἐστι τὸ μεῖζον τᾶς σφαίρας τμᾶμα, μέγιστόν ἐστι τῶν ἄλλων τμαμάτων τῶν ἐχόντων ἴσαν τὰν ἐπιφάνειαν. ὅτι δὲ τοῦτο ψεῦδός ἐστι, δῆλον διὰ τῶν προαπεσταλμένων θεωρημάτων. δέδεικται γάρ, ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστόν ἐστι τῶν περιεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας σφαίρας τμαμάτων. μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τοῦ κώνου προβεβλημένα ἐστὶ τάδε· εἴ κα ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθῇ, ὥστε εἶμεν ἄξονα τὰν διάμετρον, τὸ περιγραφὲν σχῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κωνοειδὲς καλείσθω. καὶ εἴ κα τοῦ κωνοειδέος σχήματος ἐπίπεδον ἐπιψαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμῃ τι τμᾶμα τοῦ κωνοειδέος, τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον, κορυφὰ δὲ τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἐπιψαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τοῦ κωνοειδέος. εἰ δέ κα τὸ εἰρημένον σχῆμα ἐπιπέδῳ τμαθῇ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἁ τομὰ κύκλος ἐσσεῖται, δῆλον· ὅτι δὲ τὸ ἀποτμαθὲν τμᾶμα ἡμιόλιον ἐσσεῖται τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. καὶ εἴ κα τοῦ κωνοειδέος δύο τμάματα ἀποτμαθέωντι ἐπιπέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις, ὅτι μὲν οὖν αἱ τομαὶ ἐσσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, δῆλον, εἴ κα τὰ ἀποτέμνοντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωντι ποτὶ τὸν ἄξονα· ὅτι δὲ τὰ τμάματα ποτ' ἄλλαλα τοῦ-

---

1. σημειον F; corr. Torellius; et sic per totum librum, ubi nihil adnotatum est. τούτου] scripsi; το F, uulgo; τι? 2. τὰν] την F; corr. Torellius. 3. ειδη F. 12. της (comp.) . . . τομης F; corr. Torellius. 16. ἀποτμαθέντος] sic F.

dieulare ducatur et sphaeram secet, figura talis specie, quale est maius segmentum sphaerae, maxima est omnium segmentorum aequalem superficiem habentium. hoc autem falsum esse, ex iis theorematis, quae antea ad te missa sunt, adparet. ibi enim demonstratum est, hemisphaerium maximum esse segmentorum aequali superficie sphaerae comprehensorum [ib. II, 9]. deinde de cono[1]) haec erant proposita: si sectio coni rectanguli manente diametro circumuoluitur, ita ut diametrus sit axis, figura sectione coni rectanguli comprehensa conoides uocetur [cfr. de conoid. p. 274]. et si planum conoides contingit, et aliud planum contingenti parallelum segmentum aliquod conoidis abscindit, segmenti abscisi basis uocetur planum abscindens, uertex autem punctum, in quo alterum planum conoides contingit. sin autem figura, quam commemorauimus, plano ad axem perpendiculari secatur, sectionem circulum fore, adparet; sed segmentum abscisum dimidia parte maius futurum esse cono basim eandem habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem, demonstrandum est [de conoid. 21]. et si a conoide duo segmenta planis quouis modo ductis abscinduntur, sectiones conorum acutiangulorum sectiones futuras esse, si plana abscindentia ad axem perpendicularia non sint, adparet [de conoid. 12]; segmenta autem eam inter se rationem

1) Uidendum est, ne scribendum sit τοῦ κωνοειδέος lin. 9.

17. κορυφη F, uulgo. 18. δέ] δη F; corr. ed. Basil.* κα] scripsi; και F, uulgo. 25. ὀξυγωνίου κώνου Nizzius cum C, Cr. 26. αποτεμν (cum comp. ον) τα FC.

τον ἑξοῦντι τὸν λόγον, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ἀπὸ τᾶν κορυφᾶν αὐτῶν ἀγμέναι παρὰ τὸν ἄξονα μέχρι ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα τὰ τέμνοντα, δεῖξαι δεῖ. τούτων δ' αἱ ἀποδειξίες οὔπω τοι ἀποστελλόνται. μετὰ δὲ ταῦτα περὶ τᾶς ἕλικος ἦν προβεβλημένα ταῦτα· ἐντὶ δὲ ὥσπερ ἄλλο τι γένος προβλημάτων οὐδὲν ἐπικοινωνεόντων τοῖς προειρημένοις· ὑπὲρ ὧν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τὰς ἀποδειξίας γεγραφήκαμές τοι. ἔστιν δὲ τάδε· εἴ κα εὐθεῖα γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ περιφερομένᾳ φερήται τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ. φαμὶ δὴ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἀποκατασταθείσας, ὅθεν ὥρμασεν, τρίτον μέρος εἶμεν τοῦ κύκλου τοῦ γραφέντος κέντρῳ μὲν τῷ μένοντι σαμείῳ, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ τᾷ διανυσθείσᾳ ὑπὸ τοῦ σαμείου ἐν τᾷ μιᾷ περιφορᾷ τᾶς εὐθείας. καὶ εἴ κα τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος τὸ ἔσχατον γενόμενον, ἄλλα δέ τις εὐθεῖα τᾷ περιαχθείσᾳ καὶ ἀποκατασταθείσᾳ γραμμᾷ ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος αὐτᾶς, ὥστε ἐμπεσεῖν τᾷ ἐπιψαυούσᾳ, φαμὶ τὰν ποταχθεῖσαν εὐθεῖαν ἴσαν εἶμεν τᾷ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ. καὶ εἴ κα ἁ περιαγομένα γραμμὰ καὶ τὸ σαμεῖον τὸ φερόμενον κατ' αὐτᾶς πλει-

1. ἔχοντι] scripsi; εχωντι F, uulgo. 3. ἐπὶ τὰ] scripsi; τα F, uulgo. τὰ τέμνοντα] scripsi; τά om. F, uulgo. 4. αποδειξ cum comp. ης F; ἀποδεῖξεις uulgo. οὔπω] Torellius et Nizzius; ουτω F, uulgo. 5. ελικας F; corr. BD. 6. ἐπικοινωνεόντων] scripsi; επικοινωνεοντα F, uulgo; ἐπίκοινον ἔχοντα Barrowius; ἐπίκοινον ἐχόντων Torellius; „communi-

habitura esse, quam habeant quadrata linearum, quae a uerticibus eorum usque ad plana abscindentia axi parallelae ducantur, demonstrandum est [ib. 24]. horum autem demonstrationes nondum ad te mittuntur, post haec autem de linea spirali haec proposita erant; sunt autem quasi aliud problematum genus, quae cum iis, quae adhuc commemorauimus, nihil commune habent; de quibus hoc libro demonstrationes tibi perscripsimus. sunt autem haec: si linea recta, manente altero termino, in plano aequabiliter circumacta rursus in eum locum restituitur, unde coepta est moueri, et simul dum linea circumagitur, punctum aliquod aequabiliter sibi ipsi in linea promouetur a termino manente incipiens, punctum in plano spiralem describet. dico igitur, spatium comprehensum spirali et linea in eum locum restituta, unde moueri coepta est, tertiam partem esse circuli, cuius centrum sit terminus manens, radius autem linea a puncto in una lineae circumuolutione permeata [prop. 24]. et si linea in extremo termino spiralis spiralem contingit, alia autem linea a termino manente ad lineam circumactam et in suum locum restitutam perpendicularis ducitur, ita ut in lineam contingentem incidat, dico, lineam ita [ad contingentem] ductam circuli ambitui aequalem esse [prop. 18]. et si linea, quae circumagitur, et punctum, quod in ea mouetur, pluribus

---

cans“ Cr. 8. γεγραφηκαμεν F, uulgo. τοι] Torellius; σοι F, uulgo. 9. περι ελικων F mg. 16. ωρμησεν F. 23. πέρατος αὐτᾶς] πέρι το αυτο F; corr. Torellius. 24. φημι F; corr. Torellius. πραχθεισαν (ο suprascr.) F; corr. Torellius; fort. προαχθεῖσαν.

όνας περιφορὰς περιενεχθέωντι καὶ ἀποκατασταθέωντι πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, φαμὶ τοῦ χωρίου τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος ὑπὸ τὰς ἕλικος τὸ μὲν ἐν τᾷ τρίτᾳ ποτιλαφθὲν διπλάσιον ἐσσεῖσθαι, τὸ δὲ ἐν τᾷ τετάρτᾳ τριπλάσιον, τὸ δὲ ἐν τᾷ πέμπτᾳ τετραπλάσιον, καὶ ἀεὶ τὰ ἐν ταῖς ὕστερον περιφοραῖς ποτιλαμβανόμενα χωρία κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσια ἐσσεῖσθαι τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος· τὸ δὲ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθὲν χωρίον ἕκτον μέρος εἶμεν τοῦ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ ποτιλαφθέντος χωρίου. καὶ εἴ κα ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέωντι, καὶ ἀπ' αὐτῶν ἐπιζευχθέωντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς περιενεχθείσας γραμμᾶς, καὶ κύκλοι δύο γραφέωντι κέντρῳ μὲν τῷ μεμενακότι σαμείῳ, διαστημάτεσσι δὲ ταῖς ἐπιζευχθείσαις ἐπὶ τὸ μεμενακὸς πέρας τᾶς εὐθείας, καὶ ἁ ἐλάσσων τᾶν ἐπιζευχθεισᾶν ἐπεκβληθῇ, φαμὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς τοῦ μείζονος κύκλου περιφερείας τᾶς ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἕλικι μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν ἐούσας καὶ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας ποτὶ τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς τοῦ ἐλάσσονος κύκλου περιφερείας καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν τοῦτον ἕξειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο τριταμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ

2. καὶ cum comp. ην F. 10. τοῦ] τα F; corr. B. 11. ελικας F; corr. B. 15. γραφέωντι] scripsi; γεγραφεωντι F, uulgo. 19. τᾷ] addidi; om. F, uulgo. 21. περιληφθεν F. 23. αὐτᾶν] αυταν supra scripto compendio ων uel circum-

circumuolutionibus circumaguntur et rursus in eum locum restituuntur, unde moueri coepta est [linea recta], dico, spatio in secunda circumuolutione a spirali adiecto duplo maius fore spatium in tertia adiectum, triplo autem maius spatium in quarta adiectum, quadruplo autem spatium in quinta adiectum, et omnino spatia in sequentibus circumuolutionibus adiecta multiplicia fore, quam spatium in secunda circumuolutione adiectum, secundum numerorum insequentium seriem; spatium uero in prima circumuolutione comprehensum[1]) sextam partem esse spatii in secunda adiecti [prop. 27]. et si in spirali in una circumuolutione descripta duo puncta sumuntur, et ab iis ad manentem terminum lineae circumactae ducuntur lineae, et duo circuli describuntur, quorum centrum est punctum manens, radii autem lineae ad manentem terminum lineae ductae, et minor linearum ductarum producitur, dico, spatium comprehensum eo ambitu circuli maioris, qui in eadem parte est, in qua est spiralis, inter lineas positus, et spirali et linea producta ad spatium comprehensum ambitu circuli minoris et eadem spirali et linea terminos earum iungenti eam habiturum esse rationem, quam habeat radius circuli minoris cum duabus partibus excessus, quo radius circuli maioris radium minoris circuli excedat, ad radium circuli minoris cum tertia parte eiusdem excessus [prop. 28]. horum

1) Puto scribendum esse: *περιλαφθέν* lin. 9.

---

flexu F. 24. *εξει* F, uulgo. 25. *ᾱ*] *ας* F; corr. Torellius. 26. *μείζονος κύκλου* — p. 14, 1: *κέντρου τοῦ* om. F; corr. Torellius, nisi quod om. alterum *τοῦ* lin. 27.

τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἑνὸς τριταμορίου τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς. τούτων δή μοι καὶ ἄλλων περὶ τᾶς ἕλικος αἱ ἀποδειξίες ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γραφόνται. προκεῖνται δέ, ὡς καὶ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρουμένων, τὰ χρείαν ἔχοντα εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. λαμβάνω δὲ καὶ ἐν τούτοις, ὡς ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις, λῆμμα τόδε· τᾶν ἀνίσαν γραμμᾶν καὶ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, αὐτὰν ἑαυτᾷ συντιθεμέναν δυνατὸν εἶμεν παντὸς ὑπερίσχειν τοῦ προτεθέντος τῶν ποτ' ἄλλαλα λεγομένων.

α΄.

Εἴ κα κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθῇ τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, καὶ λαφθέωντι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαί, αἱ ἀπολαφθεῖσαι τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας, ὅνπερ οἱ χρόνοι, ἐν οἷς τὸ σαμεῖον τὰς γραμμὰς ἐπορεύθη.

ἐνηνέχθω γάρ τι σαμεῖον κατὰ τᾶς AB γραμμᾶς ἰσοταχέως, καὶ λελάφθωσαν ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαὶ αἱ $\Gamma\Delta$, ΔE. ἔστω δὲ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν $\Gamma\Delta$ γραμμὰν τὸ σαμεῖον διεπορεύθη, ὁ ZH, ἐν ᾧ δὲ τὰν ΔE ὁ $H\Theta$. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ $\Gamma\Delta$ γραμμὰ ποτὶ τὰν ΔE γραμμάν, ὃν ὁ χρόνος ὁ ZH ποτὶ τὸν $H\Theta$.

συγκείσθωσαν γὰρ ἐκ τᾶν $\Gamma\Delta$, ΔE γραμμᾶν αἱ $A\Delta$, ΔB γραμμαὶ καθ' ἀντινοῦν σύνθεσιν οὕτως, ὥστε ὑπερέχειν τὰν $A\Delta$ τᾶς ΔB. καὶ ὁσάκις μὲν συγκεῖται ἁ $\Gamma\Delta$ γραμμὰ ἐν τᾷ $A\Delta$, τοσαυτάκις συγ-

1. μετ' ed. Basil., Torellius. 3. αποδειξ cum comp. ης F; ἀποδείξεις uulgo. 4. πρόκειται Nizzius. 6. ὡς] scripsi; των per comp. F, uulgo. 7. λῆμμα τόδε] scripsi; λημα ταδε

igitur [theorematum] et aliorum quorundam de spirali demonstrationes hoc libro a me perscribuntur. praemittuntur autem, ut etiam in ceteris scriptis geometricis, quae ad ea demonstranda utilia sunt. et hic quoque, sicut in libris antea editis[1]), hoc lemma sumo: excessum linearum uel spatiorum inaequalium, quo maius excedat minus, sibi ipsi adiectum excedere posse quamuis magnitudinem datam earum, quae inter se comparari possunt.

I.

Si in linea aliqua punctum aliquod sibi ipsi aequabiliter fertur, et in ea duae lineae sumuntur, lineae sumptae eandem rationem habebunt, quam tempora, quibus punctum lineas permeauit.

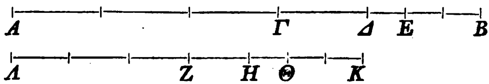
feratur enim aequabiliter punctum aliquod in linea AB, et in ea duae lineae $\Gamma\Delta$, ΔE sumantur. tempus autem, quo punctum lineam $\Gamma\Delta$ permeauit, sit ZH, et quo lineam ΔE, sit $H\Theta$. demonstrandum est, esse $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$.

componantur enim ex lineis $\Gamma\Delta$, ΔE lineae $A\Delta$, ΔB, quotiescunque sumuntur lineae illae, ita ut linea $A\Delta$ lineam ΔB excedat.[2]) et quoties linea $\Gamma\Delta$ in linea $A\Delta$ continetur, toties contineatur tempus ZH

1) H. e. περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου (I λαμβ. 5 p. 10) et τετραγ. παραβ. praef. (Quaest. Arch. p. 45).
2) Hoc fieri potest per lemma illud lin. 7—11.

F, supra scripto μ et τα manu prima (et sic uulgo); λημμάτων τόδε Nizze. 18. ηνεχθω F, uulgo. 22. ἔχοντι] scripsi; εχωντι F, uulgo. $\Gamma\Delta$] $A\Delta$ F; corr. Torellius; αγ ed. Basil.; „cd" Cr. 24 των — γραμμων (comp.) F; corr. Torellius.

κείσθω ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ἐν τῷ χρόνῳ τῷ ΛΗ· ὁσάκις δὲ συγκεῖται ἁ ΔΕ γραμμὰ ἐν τᾷ ΔΒ, τοσαυτάκις



συγκείσθω ὁ ΘΗ χρόνος ἐν τῷ ΚΗ χρόνῳ. ἐπεὶ οὖν ὑποκεῖται τὸ σαμεῖον ἰσοταχέως ἐνηνέχθαι κατὰ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς, δῆλον, ὡς, ἐν ὅσῳ χρόνῳ τὰν ΓΔ ἐνηνέκται, ἐν τοσούτῳ καὶ ἑκάσταν ἐνηνέκται τᾶν ἴσαν τᾷ ΓΔ. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ συγκειμέναν τὰν ΑΔ γραμμὰν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ ἐνηνέκται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΛΗ χρόνος, ἐπειδὴ τοσαυτάκις συγκεῖται ἅ τε ΓΔ γραμμὰ ἐν τᾷ ΑΔ γραμμᾷ, καὶ ὁ ΖΗ χρόνος ἐν τῷ ΛΗ χρόνῳ. διὰ ταὐτὰ δὴ καὶ τὰν ΒΔ γραμμὰν ἐν τοσούτῳ χρόνῳ τὸ σαμεῖον ἐνηνέκται, ὅσος ἐστὶν ὁ ΚΗ χρόνος. ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἁ ΑΔ γραμμὰ τᾶς ΒΔ, δῆλον, ὅτι ἐν πλείονι χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὰν ΔΑ διαπορευέται γραμμάν, ἢ τὰν ΒΔ. ὥστε ὁ χρόνος ὁ ΛΗ μείζων ἐστὶ τοῦ ΚΗ χρόνου. ὁμοίως δὲ δειχθησέται, καὶ εἴ κα ἐκ τῶν χρόνων τῶν ΖΗ, ΗΘ συντεθέωντι χρόνοι καθ' ἀντινοῦν σύνθεσιν, ὥστε ὑπερέχειν τὸν ἕτερον τοῦ ἑτέρου, ὅτι καὶ τᾶν ἐκ τᾶν γραμμᾶν τᾶν ΓΔ, ΔΕ κατὰ τὰν αὐτὰν σύνθεσιν συντεθεισᾶν ὑπερέξει ἁ ὁμόλογος τῷ ὑπερέχοντι χρόνῳ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ὁ χρόνος ὁ ΖΗ ποτὶ τὸν χρόνον τὸν ΗΘ.

---

1. *οσακ* cum comp. *ης* F, ut lin. 2, 9. 6. *τωσουτω* F. *εκαστ* cum comp. *ην* F; corr. Torellius. 11. *τὰ αὐτά* Torellius. 17. *αἴκα* Torellius, ut fere semper.

in tempore AH. quoties autem linea $\varDelta E$ in linea $\varDelta B$ continetur, toties contineatur tempus ΘH in tempore KH. iam quoniam suppositum est, punctum in linea AB aequabiliter ferri, adparet, quo tempore lineam $\Gamma\varDelta$ permeat, eo etiam singulas lineae $\Gamma\varDelta$ aequales permeare. manifestum igitur est, punctum illud etiam lineam compositam $A\varDelta$ eo tempore permeare, quantum est tempus AH, quoniam, quoties linea $\Gamma\varDelta$ in linea $A\varDelta$ continetur, toties continetur tempus ZH in tempore AH. eadem igitur de causa etiam lineam $B\varDelta$ eo tempore permeat punctum, quantum est tempus KH. iam quoniam $A\varDelta > B\varDelta$, adparet, punctum longiore tempore lineam $\varDelta A$ permeare quam lineam $B\varDelta$. quare erit $AH > KH$. et eodem modo demonstrabimus, etiam si ex temporibus ZH, $H\Theta$ tempora componantur, quotiescumque in iis illa tempora contineantur, ita ut alterum excedat alterum, etiam linearum ex lineis $\Gamma\varDelta$, $\varDelta E$ toties sumptis, quoties tempora ZH, $H\Theta$, compositarum eam excedere alteram, quae tempori excedenti respondeat. adparet igitur, esse $\Gamma\varDelta : \varDelta E = ZH : H\Theta$ [Eucl. V def. 5].

β'.

Εἴ κα δύο σαμείων ἑκατέρου κατά τινος γραμμᾶς ἐνεχθέντος μὴ τᾶς αὐτᾶς ἰσοταχέως αὐτοῦ ἑαυτῷ φερομένου λαφθέωντι ἐν ἑκατέρᾳ τᾶν γραμμᾶν δύο γραμμαί, ἄν αἵ τε πρώται ἐν ἴσοις χρόνοις ὑπὸ τῶν σαμείων διανυέσθων καὶ αἱ δευτέραι, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον ποτ' ἀλλάλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαί.

ἔστω κατὰ τᾶς AB γραμμᾶς ἐνηνεγμένον τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, καὶ ἄλλο κατὰ τᾶς $K\Lambda$. λελάφθωσαν δὲ ἐν τᾷ AB δύο αἱ $\Gamma\Delta$, ΔE γραμμαί, καὶ ἐν τᾷ $K\Lambda$ αἱ ZH, $H\Theta$, ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς AB γραμμᾶς ἐνηνεγμένον σαμεῖον τὰν $\Gamma\Delta$ γραμμὰν διαπορευέσθω, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον κατὰ τᾶς $K\Lambda$ ἐνηνεγμένον τὰν ZH· ὁμοίως καὶ τὰν ΔE γραμμὰν ἐν ἴσῳ διαπορευέσθω τὸ σαμεῖον, ἐν ὅσῳ τὸ ἕτερον τὰν $H\Theta$. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὰν ΔE, ὃν ἁ ZH ποτὶ τὰν $H\Theta$.

ἔστω δὴ ὁ χρόνος, ἐν ᾧ τὰν $\Gamma\Delta$ γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαμεῖον, ὁ MN. ἐν τούτῳ δὴ τῷ χρόνῳ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον διαπορευέται τὰν ZH. πάλιν δὲ καί, ἐν ᾧ τὰν ΔE γραμμὰν διεπορεύετο τὸ σαμεῖον, ἔστω ὁ $N\Xi$ χρόνος. ἐν τούτῳ δὴ καὶ τὸ ἕτερον σαμεῖον διαπορευέται τὰν $H\Theta$. τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἑξοῦντι ἅ τε $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὰν ΔE γραμμάν, ὃν ὁ χρόνος ὁ MN ποτὶ $N\Xi$, καὶ ἁ ZH ποτὶ τὰν $H\Theta$, ὃν ὁ χρόνος ὁ MN ποτὶ τὸν $N\Xi$. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὰν ΔE, ὃν ἁ ZH ποτὶ τὰν $H\Theta$.

---

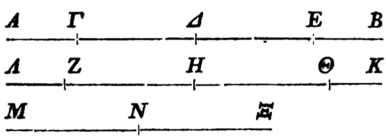
3. αὐτοῦ] scripsi; αυτω F, uulgo. 4. λαφθενωντι F. 5. ἄν] addidi; om. F, uulgo. σαμείων] sic F. 9. εαυτο F.

II.

Si duo puncta in sua quodque linea sibi ipsa aequabiliter feruntur, et in utraque linea duae lineae sumuntur, quarum linearum et priores et posteriores aequalibus temporibus a punctis permeentur, lineae sumptae eandem inter se rationem habebunt.

feratur in linea AB punctum aliquod sibi ipsum aequabiliter, et in linea $K\Lambda$ aliud punctum eodem modo. sumantur autem in linea AB duae lineae $\Gamma\Delta$, ΔE, et in linea $K\Lambda$ lineae ZH, $H\Theta$, et punctum, quod in linea AB fertur, eodem tempore lineam $\Gamma\Delta$ permeet, quo alterum punctum, quod in linea $K\Lambda$ fertur, lineam ZH permeat. et eodem modo etiam lineam ΔE eodem tempore permeet punctum, quo alterum lineam $H\Theta$ permeat. demonstrandum est, esse $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$.

tempus igitur, quo punctum lineam $\Gamma\Delta$ permeauit, sit MN. itaque hoc tempore alterum punctum lineam ZH permeat. rursus autem tempus, quo punctum lineam ΔE permeauit, sit $N\Xi$. hoc igitur tempore etiam alterum punctum lineam $H\Theta$ permeat. erit



igitur $\Gamma\Delta : \Delta E = MN : N\Xi$ et $ZH : H\Theta = MN : N\Xi$ [prop. 1]. adparet igitur, esse $\Gamma\Delta : \Delta E = ZH : H\Theta$.

---

10. *τᾶ*] *τω* F; corr. B. 14. *ἐνηνεγμένον*] scripsi; *ηνεγμενον* F, uulgo. 15. *σαμεὶον*] sic F, ut lin. 12. 21. *δέ*] Torellius; *δη* F, uulgo. 25. *ποτί*] (prius) *προς* per comp. F; corr. Torellius. 26. $N\Xi$] $M\Xi$ F. 27. *εχωντι* F.

γ'.

Κύκλων δοθέντων ὁποσωνοῦν τῷ πλήθει δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα ἐοῦσαν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.

περιγραφέντος γὰρ περὶ ἕκαστον τῶν κύκλων πολυγώνου δῆλον, ὡς ἡ ἐκ πασᾶν συγκειμένα τᾶν περιμέτρων εὐθεῖα μείζων ἐσσεῖται πασᾶν τᾶν τῶν κύκλων περιφερειᾶν.

δ'.

Δύο γραμμᾶν δοθεισᾶν ἀνισᾶν, εὐθείας τε καὶ κύκλου περιφερείας, δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν τᾶς μὲν μείζονος τᾶν δοθεισᾶν γραμμᾶν ἐλάσσονα, τᾶς δὲ ἐλάσσονος μείζονα.

ὁσάκις γὰρ ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων γραμμὰ τᾶς ἐλάσσονος, αὐτὰ ἑαυτᾷ συντιθεμένα ὑπερέξει τᾶς εὐθείας, εἰς τοσαῦτα ἴσα διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας τὸ ἓν τμᾶμα ἔλασσον ἐσσεῖται τᾶς ὑπεροχᾶς. εἰ μὲν οὖν κα ᾖ ἁ περιφέρεια μείζων τᾶς εὐθείας, ἑνὸς τμάματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν εὐθεῖαν τᾶς μὲν ἐλάσσονος τᾶν δοθεισᾶν δῆλον ὡς μείζων ἐσσεῖται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων. εἰ δέ κα ἐλάσσων, ἑνὸς τμάματος ποτιτεθέντος ποτὶ τὰν περιφέρειαν ὁμοίως τᾶς μὲν ἐλάσσονος μείζων ἐσσεῖται, τᾶς δὲ μείζονος ἐλάσσων. καὶ γὰρ ἁ ποτικειμένα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ὑπεροχᾶς.

2. *ὁποσ* cum compp. *ων* et *οὖν* F. 3. *ουσαν* F, uulgo. 6. *πασων* F, uulgo. *συγκειμενη των* F, uulgo. 7. *ἐσσεῖται*] scripsi; *ἔσται* per comp. F; uulgo. 11. *λαβ* cum comp. *ην* F. 15. *αὐτὰ ἑαυτᾷ*] scripsi; *αυτα* F, uulgo. 16. *εἰς*] scripsi; *και εις* F, uulgo. 17. *ἐσσεῖται*] scripsi cum B; *ἔσται* per comp. F, uulgo. 18. *κα ᾖ*] scripsi; *και* F, uulgo. 20. *μείζων*] scripsi; *μειζον* F, uulgo. *μειζον* cum comp. *ας* F. 21. *εἰ δέ κα* usque ad *μείζονος ἐλάσσων* lin. 23 addidi; om. F, uulgo.

III.

Datis circulis quotlibet numero fieri potest, ut sumatur linea maior, quam ambitus circulorum: circumscripto enim circum singulos circulos polygono adparet, lineam ex omnibus eorum perimetris compositam maiorem futuram esse, quam omnes ambitus circulorum [de sph. et. cyl. I, 1].

IV.

Datis duabus lineis inaequabilibus, recta linea et circuli ambitu, fieri potest, ut sumatur linea recta minor maiore linearum datarum, minore autem maior.

nam quoties excessus, quo maior linea minorem excedit, sibi ipse adiectus lineam rectam excedet[1]), in tot partes aequales diuisa linea recta una pars minor erit excessu. iam si ambitus maior est linea recta, adparet, si unam partem ad lineam rectam adiiciamus, summam maiorem fore minore linearum datarum, minorem uero maiore. sin minor est [ambitus quam linea recta], si unam partem ad ambitum adiicimus, summa rursus minore linea maior erit, maiore autem minor. nam quae adiicitur, minor est excessu.[2])

---

1) Hoc fieri potest per lemma p. 14.

2) Sit p ambitus, l linea recta; erit igitur, si $p > l$,

$$n(p-l) > l \supset: p - l > \frac{1}{n} l,\ p > l + \frac{1}{n} l;\ \text{quare}\ p > l + \frac{1}{n} l > l.$$

sin $l > p$, erit: $n(l-p) > l \supset: l - p > \frac{1}{n} l,\ l > p + \frac{1}{n} l;$ quare $l > p + \frac{1}{n} l > p.$

ε'.

Κύκλου δοθέντος καὶ εὐθείας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἁ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς διαχθείσας ποτὶ τὰν δοθεῖσαν ὁποιανοῦν κύκλου περιφέρειαν.

δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ ΔΖ κατὰ τὸ Β. δεδόσθω δὲ καὶ κύκλου περιφέρεια ὁποιαοῦν. δυνατὸν δή ἐστι τᾶς δοθείσας περιφερείας λαβεῖν τινα εὐθεῖαν μείζονα, καὶ ἔστω ἁ Ε εὐθεῖα μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ Κ κέντρου παρὰ τὰν ΔΖ ἁ ΑΗ, καὶ κείσθω ἁ ΗΘ ἴσα τᾷ Ε νεύουσα ἐπὶ τὸ Β, ἀπὸ δὲ τοῦ Κ κέντρου ἐπὶ τὸ Θ ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. τὸν αὐτὸν δὴ λόγον ἔχει ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΚ, ὃν ἁ ΒΘ ποτὶ τὰν ΘΗ. ἁ ἄρα ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τοῦ, ὃν ἁ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν, διότι ἁ μὲν ΒΘ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΒΘ περιφερείας, ἁ δὲ ΘΗ μείζων τᾶς δοθείσας περιφερείας. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει καὶ ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου, ἢ ἁ ΒΘ περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν.

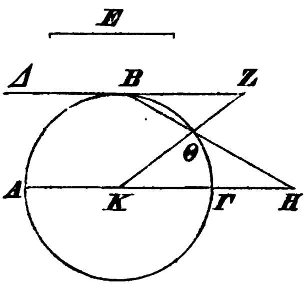
---

2. επιψανουσης F; corr. Torellius. 12. δή] scripsi; δε F, uulgo. 15. ἀπό] διά? 17. δέ] scripsi; δη F, uulgo. 19. ἁ] (alt.) scripsi; η F, uulgo. 20. ὃν ἔχει ἁ suspicatur Torellius.

V.

Dato circulo et linea circulum contingenti fieri potest, ut a centro circuli ad contingentem linea ducatur, ita ut linea inter contingentem et ambitum circuli posita ad radium eam rationem habeat, quam ambitus circuli inter punctum contactus et lineam productam positus ad quemlibet datum ambitum circuli.

datus sit circulus $AB\Gamma$, et centrum eius sit K, et ΔZ circulum in B contingat. datus sit etiam quilibet ambitus circuli. fieri igitur potest, ut sumatur linea aliqua dato ambitu maior [prop. 3], et sit E dato ambitu maior. ducatur autem a centro K lineae ΔZ parallela linea AH, et ponatur $H\Theta$ linea lineae E aequalis ad punctum B uergens[1]), et [linea] a K puncto ad Θ ducta producatur. erit igitur



$$\Theta Z : \Theta K = B\Theta : \Theta H.$$[2])

itaque $Z\Theta : \Theta K$ minorem rationem habet, quam ambitus $B\Theta$ ad datum ambitum, quia linea $B\Theta$ minor est ambitu $B\Theta$ [de sph. et cyl. I λαμβ. 1 p. 8], et linea ΘH [quia lineae E aequalis est] maior ambitu dato [cfr. Eucl. V, 8]. itaque $Z\Theta$ ad radium minorem rationem habet, quam ambitus $B\Theta$ ad datum ambitum.

---

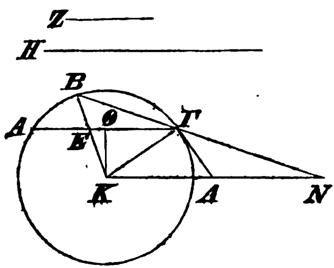
1) Quod quo modo fieri possit, Archimedes non dicit; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 66 nr. 3.

2) Nam cum $\Delta Z \parallel AH$, erit $\angle BZ\Theta = \Theta KH$; et
$$\angle B\Theta Z = K\Theta H;$$
quare $B\Theta Z \sim K\Theta H$; tum u. Eucl. VI, 4.

ϛʹ.

Κύκλου δοθέντος καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν αὐτοῦ ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομέναν γραμμάν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ποτιπεσούσας τοῦ ἐπὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὸ ἕτερον πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας εὐθείας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ κα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

δεδόσθω κύκλος ὁ ΑΒΓ, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ ἐν αὐτῷ δεδόσθω εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΓΑ, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ Η, ἐλάσσων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΚΘ, καθέτου ἐούσας τᾶς ΚΘ. ἄχθω δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου παρὰ τὰν ΑΓ ἁ ΚΝ, καὶ τᾷ ΚΓ ποτ' ὀρθὰς ἁ ΓΛ. ὁμοῖα δή ἐστι τὰ ΓΘΚ, ΓΚΛ τρίγωνα. ἔστιν οὖν, ὡς ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ, οὕτως ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, ἢ ἁ ΚΓ ποτὶ τὰν ΓΛ. ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, τοῦτον ἐχέτω ἁ ΚΓ ποτὶ μείζονα τᾶς ΓΛ. ἐχέτω ποτὶ τὰν ΒΝ. κείσθω δὲ ἁ ΒΝ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας διὰ τοῦ Γ·



10. πέρας] μερος F; corr. Torellius. 11. κα] scripsi; και F, uulgo. ᾖ] scripsi; ην F, uulgo. 13. αγμενων F; corr.

VI.

Dato circulo et in circulo linea minore, quam diametrus est, fieri potest, ut a centro circuli ad ambitum eius ponatur linea lineam in circulo datam secans, ita ut linea inter ambitum et lineam in circulo datam comprehensa ad lineam, quae ducitur ab eo termino lineae ad ambitum ductae, qui in ambitu est, ad utrumuis terminum lineae in circulo datae datam rationem habeat, si ratio data minor est ea, quam habet dimidia pars lineae in circulo datae ad lineam a centro ad eam perpendicularem ductam.

sit datus circulus $AB\Gamma$, et centrum eius K, et in eo data sit linea $\Gamma\varDelta$ minor diametro, et ratio, quam habet $Z:H$, minor ea, quam habet $\Gamma\Theta:K\Theta$, perpendiculari ducta linea $K\Theta$. ducatur autem a centro linea KN lineae $\varDelta\Gamma$ parallela, et linea $\Gamma\varDelta$ ad $K\Gamma$ perpendicularis. erit igitur $\Gamma\Theta K \sim \Gamma K\varDelta$ [Eucl. I, 29]. quare $\Gamma\Theta:\Theta K = K\Gamma:\Gamma\varDelta$ [Eucl. VI, 4]. erit igitur $Z:H < K\Gamma:\Gamma\varDelta$. itaque quam rationem habet $Z:H$, eam habebit $K\Gamma$ ad lineam maiorem linea $\Gamma\varDelta$ [Eucl. V, 10]. habeat ad lineam BN. et ponatur linea BN per punctum Γ[1]) inter ambitum et lineam [KN].[2]) fieri enim potest, ut ita secetur.[3]) et cadet

1) Cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 66 not.

2) Per τᾶς εὐθείας lin. 29 uidetur significari linea $\varDelta\Gamma$. quod cum ferri nequeat, fortasse addendum τᾶς KN.

3) Hoc problema eodem fere redit, quo problema p. 23 not. 1 commemoratum.

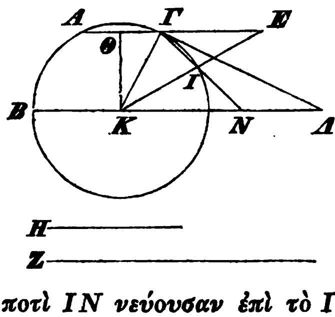
Torellius. 16. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. 17. ουσας F, uulgo. 18. δὲ καί B, ed. Basil. 19. τη F, uulgo. 27. ἐχέτω ἁ] ἕξει ἁ? ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. 28. ποτί] om. F; corr. Torellius; fort. del. ἐχέτω.

δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τεμεῖν· καὶ πεσεῖται ἐκτός, ἐπεὶ μείζων ἐστὶν τᾶς ΓΛ. ἐπεὶ οὖν ἁ ΚΒ ποτὶ ΒΝ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ Η, καὶ ἁ ΕΒ ποτὶ ΒΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ Η.

ζʹ.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐκβεβλημένας δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἐναπολαφθείσας ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἐκβεβλημένας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ κα ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

δεδόσθω τὰ αὐτά, καὶ ἔστω ἁ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐκβεβλημένα, ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ἔστω, ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΚ. μείζων οὖν ἐσσεῖται καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΚΓ ποτὶ ΓΛ. ὃν δὴ λόγον ἔχει ἁ Ζ ποτὶ Η, τοῦτον ἕξει ἁ ΚΓ ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς ΓΛ· ἐχέτω



ποτὶ ΙΝ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Γ· δυνατὸν δέ ἐστιν οὕτως τέμνειν· καὶ πεσεῖται ἐντὸς τᾶς ΓΛ, ἐπειδὴ ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΓΛ. ἐπεὶ οὖν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΚΓ

---

2. *ΚΒ*] *ΚΒΓ* expuncta *Γ* F; *ΚΓ* BC*; *ΓΚ* VD; *ΒΚ* ed. Basil., Torellius. *ποτί*] *προς* per comp. F; corr. C*. 3. *τὰν Η* ed. Basil., Torellius. 8. *εὐθεῖαν ποτί* susp. Torellius;

extra [lineam $\Gamma\Lambda$] [1]), quia maior est linea $\Gamma\Lambda$. iam quoniam $KB : BN = Z : H$ [nam $KB = K\Gamma$], erit etiam $EB : B\Gamma = Z : H$ [nam $KB : BN = EB : B\Gamma$; Eucl. VI, 2].

VII.

Iisdem datis et linea in circulo posita producta fieri potest, ut a centro ad lineam productam ponatur linea, ita ut linea inter ambitum et lineam productam ad lineam, quae a termino lineae [in circulo] comprehensae ad terminum productae ducitur, datam rationem habeat, si data ratio maior est ea, quam habet dimidia pars lineae in circulo datae ad lineam a centro ad eam perpendicularem ductam.

eadem data sint, et linea in circulo posita producatur, et data ratio sit $Z : H$, maior quam $\Gamma\Theta : \Theta K$. quare etiam $Z : H > K\Gamma : \Gamma\Lambda$. [2]) quam igitur rationem habet $Z : H$, eam habebit $K\Gamma$ ad lineam minorem linea $\Gamma\Lambda$ [Eucl. V, 10]; habeat ad lineam IN ad punctum Γ uergentem. fieri autem potest, ut ita secetur. [3]) et intra lineam $\Gamma\Lambda$ cadet, quoniam

---

1) Puto, haec uerba audiri posse, neque necesse esse cum Nizzio scribere: τέμνειν, καὶ πεσεῖται ἐκτὸς τᾶς $\Gamma\Lambda$ lin. 1.

2) Nam $K\Gamma\Theta \sim K\Gamma\Lambda$; quare $\Gamma\Theta : \Theta K = K\Gamma : \Gamma\Lambda$ (Eucl. VI, 4).

3) U. prop. 5 p. 23 not. 1.

---

probat Nizzius. 10. εναπολημφθεισας F. 12. κα] scripsi; και F, uulgo. 15. εστω per comp., addito στε F; ἑστώτε C. 21. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 22, 23, 25, p. 28 lin 1 (ter). 26. τεμν cum comp. ην F. της F; corr. Torellius. 27. της per comp. F; corr. Torellius.

ποτὶ ΙΝ, ὃν ἁ Ζ ποτὶ Η, καὶ ἁ ΕΙ ποτὶ ΙΓ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η.

η'.

Κύκλου δοθέντος καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμᾶς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου καὶ ἄλλας ἐπιψαυούσας τοῦ κύκλου κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν τινα εὐθεῖαν ποτὶ τὰν εὐθεῖαν, ὥστε τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπ' αὐτᾶς μεταξὺ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ κα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.

ἔστω κύκλος δεδομένος ὁ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα δεδόσθω ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΓΑ, καὶ ἁ ΞΛ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Γ, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ Ζ ποτὶ Η, ἐλάσσων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΓΘ ποτὶ ΘΚ. ἐσσεῖται δὴ ἐλάσσων καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΓΚ ποτὶ ΓΛ, εἴ κα παράλληλος ἀχθῇ ἁ ΚΛ τᾷ ΘΓ. ἐχέτω δὴ ἁ ΚΓ ποτὶ ΓΞ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ Η. μείζων δή ἐστιν ἁ ΞΓ τᾶς ΓΛ. γεγράφθω κύκλου περιφέρεια περὶ τὰ Κ, Λ, Ξ. ἐπεὶ οὖν ἐστι μείζων ἁ ΞΓ τᾶς ΓΛ, καὶ ποτ' ὀρθάς ἐντι ἀλλάλαις αἱ ΚΓ, ΞΛ, δυνατόν ἐστι τᾷ ΜΓ ἴσαν ἄλλαν θέμεν τὰν ΙΝ

---

2. *εξουσι* F; corr. Torellius. 8. *ποτὶ τὰν εὐθεῖαν* errore om. Riualtus; prob. Torellius. *απολη φθεισαν* F; corr. Torellius, ut lin. 10. 11. *τᾶς*] *της τας* FC. 12. *ᾖ*] scripsi; *εστι* F, uulgo. 18. *ποτί* (bis)] *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 20, 21 (bis); p. 30, 2, 3, 5, 9, 10, 11, 12, 13, 14 (bis). *Η*] *Η ἔστω* BC, ed. Basil., Torellius. 20. *ἁ*] *η* F; corr. To-

minor est linea $\Gamma\Lambda$. iam quoniam est $K\Gamma : IN = Z : H$, erit etiam $EI : I\Gamma = Z : H$.[1])

VIII.

Dato circulo et in eo linea, quae minor est diametro, et alia linea circulum in termino lineae in circulo datae contingenti, fieri potest, ut a centro circuli ad lineam [datam] linea ponatur, ita ut ea pars eius, quae inter ambitum circuli et lineam in circulo datam abscinditur, ad partem contingentis lineae abscisam datam rationem habeat, si data ratio minor est ea, quam habet dimidia pars lineae in circulo datae ad lineam a centro ad eam perpendicularem ductam.

datus sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in circulo data sit linea $\Gamma\Lambda$ minor diametro, et linea $\Xi\Lambda$ circulum in puncto Γ contingat, et [data sit] ratio $Z : H$, minor ea, quam habet $\Gamma\Theta : \Theta K$. erit igitur etiam

$$Z : H < \Gamma K : \Gamma\Lambda,$$

si $K\Lambda$ lineae $\Theta\Gamma$ parallela ducitur.[2]) sit igitur

$$K\Gamma : \Gamma\Xi = Z : H.$$

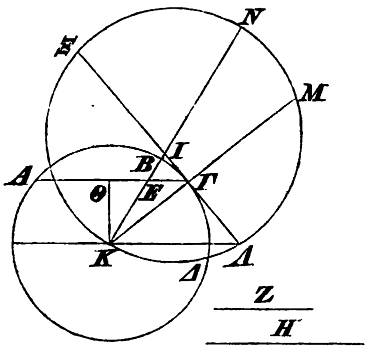
itaque erit $\Xi\Gamma > \Gamma\Lambda$ [Eucl. V, 10]. describatur ambitus circuli per puncta K, Λ, Ξ. iam quoniam $\Xi\Gamma > \Gamma\Lambda$, et $K\Gamma \perp \Xi\Lambda$, fieri potest, ut ponatur

1) Nam $\Gamma IE \sim KIN$; quare $KI : IN = EI : I\Gamma$; sed $KI = K\Gamma$.
2) Nam $K\Theta\Gamma \sim K\Gamma\Lambda$; tum u. Eucl. VI, 4.

---

rellius. τᾷ] τη F; corr. Torellius. 22. δή] δε F; corr. Torellius. 24. αλληλαις F; corr. Torellius.

νεύουσαν ἐπὶ τὸ Κ. τὸ δὴ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΞΙ, ΙΛ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΕ, ΙΛ τὸν αὐτὸν ἔχει



λόγον, ὃν ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΙΝ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΚΙ, ΓΛ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΙΝ ποτὶ ΓΛ. ὥστε καὶ ἁ ΙΝ ποτὶ ΓΛ ἐστιν, ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ. ὥστε καὶ ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΛ, καὶ ἁ ΞΓ ποτὶ ΚΓ καὶ ποτὶ ΚΒ ἐστιν, ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, καὶ λοιπὰ ἁ ΙΓ ποτὶ ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΞΓ ποτὶ τὰν ΓΚ, καὶ ὃν ἁ Η ποτὶ Ζ. πέπτωκεν οὖν ἁ ΚΝ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἔχει ἁ μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς εὐθείας ἁ ΒΕ ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η.

θ'.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων καὶ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς ἐκβεβλημένας δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποτὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπι-

1. *τᾶν*] *του* F; corr. Torellius. 2. *ΞΙΑ* F; corr. AB. *τᾶν*] *των* F; corr. Torellius. 4. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 6. 5. *ΚΙΝ* F; corr. ed. Basil. 6. *τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΙΝ ποτὶ ΓΛ*] om. F; corr. Commandinus. 8. *ἁ*] *η* F; corr. Torellius, ut lin. 10, 11, 12, 13, 14. 14. *λοιπη* F, uulgo. 15. Z] scripsi; *το* Z F, uulgo. 18.

linea IN lineae $M\Gamma$ aequalis ad punctum K uergens.[1]) erit igitur $\Xi I \times I\Lambda : KE \times I\Lambda = \Xi I : KE$, et $KI \times IN : KI \times \Gamma\Lambda = IN : \Gamma\Lambda$. quare erit $IN : \Gamma\Lambda = \Xi I : KE$.[2]) quare etiam

$$\Gamma M : \Gamma\Lambda = \Xi I : KE$$

[nam $IN = \Gamma M$], et

$\Xi\Gamma : K\Gamma = \Xi\Gamma : KB$ [nam $K\Gamma = KB$] $= \Xi I : KE$.[3])

et $I\Gamma : BE = \Xi\Gamma : \Gamma K$[4]) $= H : Z$.

itaque linea KN ad lineam contingentem ducta est, et linea inter ambitum et lineam [$\Lambda\Gamma$] posita, h. e. BE, ad partem lineae contingentis [a KN] abscisam [h. e. $I\Gamma$] eandem rationem habet quam $Z : H$.

IX.

Iisdem datis et producta linea in circulo data fieri potest, ut a centro circuli ad lineam productam ponatur [linea], ita ut linea inter ambitum et lineam productam posita ad eam partem lineae contingentis,

1) Quod quo modo per sectiones conicas fieri possit, ostendit Pappus I p. 298 (cfr. p. 272) duobus lemmatis praemissis; de cuius loci emendatione u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIII p. 117 sq.; Baltzer apud Hultsch: Papp. III p. 1231 sq.

2) Nam $\Xi I \times I\Lambda = KI \times IN$ (Eucl. III, 35),
et $KE \times I\Lambda = KI \times \Gamma\Lambda$,
quia $E\Gamma \nparallel K\Lambda$ (tum u. Eucl. VI, 2).

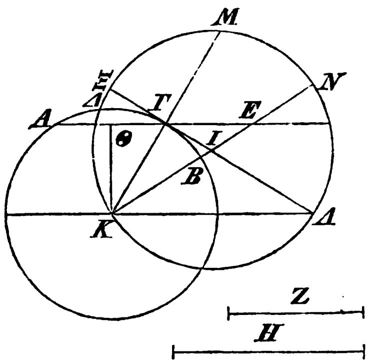
3) Nam $\Gamma M : \Gamma\Lambda = \Xi\Gamma : K\Gamma$ (Eucl. III, 35).

4) Nam cum sit $\Xi\Gamma : KB = \Xi I : KE$, erit ἐναλλάξ
$$\Xi\Gamma : \Xi I = KB : KE,$$
unde ἀναστρέψαντι $\Xi\Gamma : I\Gamma = KB : BE = \Gamma K : BE$; tum ἐναλλάξ $\Xi\Gamma : \Gamma K = I\Gamma : BE$.

απολη φθεισαν F; corr. Torellius. αυτον εχει λογον F; corr. Torellius. 19. ὃν ἔχει Torellius. H λογον F, uulgo; λογον deleui.

ψαυούσας ποτὶ τὰν ἁφὰν τὸν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἴ κα ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ᾖ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν.

δεδόσθω κύκλος ὁ *ΑΒΓΔ*, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ *ΓΔ* διάχθω, καὶ ἐπιψαυέτω τοῦ κύκλου ἁ *ΞΓ* κατὰ τὸ *Γ*, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ *Ζ* ποτὶ τὰν *Η*, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΓΘ* ποτὶ τὰν *ΘΚ*. ἐσσεῖται δὴ μείζων καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΚΓ* ποτὶ τὰν *ΓΔ*. ἐχέτω οὖν ἁ *ΚΓ* ποτὶ τὰν *ΓΞ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ *Ζ* ποτὶ τὰν *Η*. ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν αὐτὰ τᾶς *ΓΔ*. πάλιν δὴ γεγράφθω κύκλος διὰ τῶν *Ξ*, *Κ*, *Δ* σαμείων. ἐπεὶ οὖν ἐλάσσων ἐστὶν ἁ *ΞΓ* τᾶς *ΓΔ*, καὶ ποτ' ὀρθάς ἐντι ἀλλάλαις αἱ *ΚΜ*, *ΞΓ*, δυνατὸν τᾷ *ΓΜ* ἴσαν θέμεν τὰν *ΙΝ* νεύουσαν ἐπὶ τὸ *Κ*.



ἐπεὶ οὖν τὸ ὑπὸ τᾶν *ΞΙ*, *ΙΔ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΔΙ*, *ΚΕ* ἐστιν, ὡς *ΞΙ* ποτὶ *ΚΕ*, ἀλλὰ τῷ μὲν ὑπὸ τᾶν *ΞΙ*, *ΙΔ* ἴσον ἐστὶν τὸ ὑπὸ τᾶν *ΚΙ*, *ΙΝ*, τῷ δὲ ὑπὸ τᾶν *ΔΙ*, *ΚΕ* ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΚΙ*, *ΓΔ* διὰ τὸ εἶμεν, ὡς τὰν *ΚΕ* ποτὶ *ΙΚ*, οὕτως τὰν *ΔΓ* ποτὶ *ΔΙ*, καὶ ὡς ἄρα ἁ *ΞΙ* ποτὶ *ΚΕ*, οὕτως τὸ ὑπὸ τᾶν *ΚΙ*, *ΙΝ* ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν *ΚΙ*, *ΓΔ*, τουτέστιν ὡς *ΝΙ* ποτὶ *ΓΔ*, τουτέστιν ἁ *ΓΜ* ποτὶ *ΓΔ*.

2. ᾖ] scripsi; om. F, uulgo; ἦν Torellius. 6. διηχθω F; corr. Torellius. 9. ἐσσεῖται] scripsi; ἔσται per comp. F, uulgo.

quae ad punctum tactionis uersus abscinditur, datam rationem habeat, si data ratio maior est ea, quam habet dimidia pars lineae in circulo datae ad lineam a centro ad eam perpendicularem ductam.

datus sit circulus $AB\Gamma\Delta$, et in circulo linea $\Gamma\Lambda$ ducatur minor diametro, et circulum in puncto Γ contingat linea $\Xi\Gamma$, et [data sit] ratio $Z:H$ maior ea, quam habet $\Gamma\Theta:\Theta K$. erit igitur etiam

$$Z:H > K\Gamma:\Gamma\Lambda.$$

sit igitur $K\Gamma:\Gamma\Xi = Z:H$. itaque erit $\Gamma\Xi < \Gamma\Lambda$ [Eucl. V, 10]. rursus igitur circulus per puncta Ξ, K, Λ describatur. iam quoniam $\Xi\Gamma<\Gamma\Lambda$, et $KM\perp\Xi\Gamma$, fieri potest, ut ponatur lineae ΓM aequalis linea IN ad K uergens.[1]) iam quoniam

$$\Xi I \times I\Lambda : \Lambda I \times KE = \Xi I : KE,$$

et $KI \times IN = \Xi I \times I\Lambda$ [Eucl. III, 35], et

$$KI \times \Gamma\Lambda = \Lambda I \times KE,$$

quia $KE:IK = \Lambda\Gamma:\Lambda I$[2]), erit igitur etiam

$$\Xi I : KE = KI \times IN : KI \times \Gamma\Lambda = NI : \Gamma\Lambda = \Gamma M : \Gamma\Lambda.$$

1) De hoc problemate cfr. p. 31 not. 1.

2) Quia $K\bar{I}\Lambda \sim \Gamma IE$, erit $\Gamma I : I\Lambda = EI : IK$ (Eucl. VI, 4), unde συνθέντι $\Gamma\Lambda : I\Lambda = KE : IK$.

10. εχετο F. 13. αυτη της F; corr. Torellius. 17. της F; corr. Torellius. 19. ἐντι] εισιν F, uulgo. αλληλαις F; corr. Torellius. 20. τη F; corr. Torellius. 21. ισ cum comp. ην F; corr. Torellius. θειναι την F; corr. Torellius. 22. τᾶν] των (comp.) F; corr. Torellius, ut lin. 23, 24 (bis), 25, 26, 28 (bis). $\Xi I\Lambda$ F, uulgo, ut lin. 24. 23. ποτί (bis)] προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 26, 27 bis, 28, 29 bis, p. 34 lin. 1 bis, 2 bis. ΛI, KE] ΛKE supra scripta I man. 2 F. 24. τῷ] το F. 26. εἶμεν] ειναι per comp. F; corr. Torellius. 27. η F; corr. Torellius, ut lin. 29, p. 34 lin. 1 bis, 2.

ἔστιν δὲ καὶ ὡς ἁ ΓΜ ποτὶ ΓΛ, ἁ ΞΓ ποτὶ ΚΓ, τουτέστι ποτὶ ΚΒ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ ΞΙ ποτὶ ΚΕ, ἁ ΞΓ ποτὶ ΚΒ· καὶ λοιπὰ ἁ ΙΓ ποτὶ λοιπὰν τὰν ΒΕ ἐστιν, ὡς ἁ ΞΓ ποτὶ ΓΚ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΞΓ ποτὶ ΓΚ, τοῦτον ἔχει ἁ Η ποτὶ Ζ. ποτιπέπτωκεν δὴ ἁ ΚΕ ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν, καὶ ἁ μεταξὺ τᾶς ἐκβεβλημένας καὶ τᾶς περιφερείας ἁ ΒΕ ποτὶ τὰν ΓΙ τὰν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας ἀπολαφθεῖσαν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ Ζ ποτὶ τὰν Η.

ι'.

Εἴ κα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, ᾖ δὲ ἁ ὑπεροχὰ ἴσα τᾷ ἐλαχίστᾳ, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα τᾷ μεγίστᾳ, τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτιλαμβάνοντα τό τε ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετράγωνον καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἐλαχίστας καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαις τριπλάσια ἐσσοῦνται τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν.

ἔστων γραμμαὶ ὁποσαιοῦν ἐφεξῆς κειμέναι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι αἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, ἁ δὲ Θ ἴσα ἔστω τᾷ ὑπεροχᾷ. ποτικείσθω δὲ ποτὶ τὰν Β ἴσα τᾷ Θ ἁ Ι, ποτὶ δὲ τὰν Γ ἁ Κ ἴσα τᾷ Η, ποτὶ δὲ τὰν Δ ἁ Λ ἴσα τᾷ Ζ, ποτὶ δὲ τὰν Ε ἁ Μ ἴσα τᾷ

1. οὕτως ἁ ΞΓ ed. Basil., Torellius. 3. η F; corr. Torellius (bis), ut lin. 4 bis, 5. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius (bis), ut lin. 4, 5 bis. λοιπη et λοιπην F, uulgo. 8. αποληφθεισαν F. 18. ταῖς] addidi; om. F. uulgo. 21. ἔστων] scripsi; εστω F, uulgo; ἔστωσαν AV et Nizzius. 25. ἁ] (prius) om. F.

est autem etiam

$\Gamma M : \Gamma \Lambda = \Xi\Gamma : K\Gamma$ [Eucl. III, 35] $= \Xi\Gamma : KB$.

erit igitur $\Xi I : KE = \Xi\Gamma : KB$, et $I\Gamma : BE = \Xi\Gamma : \Gamma K$.[1]) sed $\Xi\Gamma : \Gamma K = H : Z$. itaque linea KE ad lineam productam ducta est, et linea BE, quae inter lineam productam et ambitum posita est, ad lineam ΓI, quae a linea contingenti abscisa est, eandem rationem habet, quam $Z : H$.

X.

Si quotlibet lineae deinceps datae sunt aequali spatio inter se excedentes, et excessus minimae aequalis est, et praeterea aliae lineae datae sunt numero iis aequales, magnitudine autem singulae maximae [aequales][2]), quadrata linearum maximae aequalium adiecto et quadrato maximae et rectangulo comprehenso minima lineaque omnibus simul lineis inter se aequali spatio excedentibus aequali triplo maiora erunt omnibus quadratis linearum aequali spatio inter se excedentium.

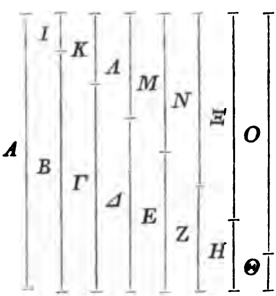
lineae quotlibet deinceps datae sint aequali spatio inter se excedentes $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta$, et Θ aequalis sit excessui. et lineae B adiiciatur linea I lineae Θ aequalis, Γ autem lineae linea K lineae H aequalis, Δ autem lineae linea Λ lineae Z aequalis, E autem lineae linea M lineae E aequalis, Z autem

1) Nam ἐναλλάξ est: $\Xi I : \Xi\Gamma = KE : KB$, unde διελόντι $I\Gamma : \Xi\Gamma = BE : KB$; tum ἐναλλάξ.

2) Fortasse scribendum lin. 14: ἑκάστα ἴσα τᾷ.

Ε, ποτὶ δὲ τὰν Ζ ἁ Ν ἴσα τᾷ Δ, ποτὶ δὲ τὰν Η ἁ Ξ ἴσα τᾷ Γ, ποτὶ δὲ τὰν Θ ἁ Ο ἴσα τᾷ Β. ἐσσοῦνται δὴ αἱ γενομέναι ἴσαι ἀλλάλαις καὶ τᾷ μεγίστᾳ. δεικτέον οὖν, ὅτι τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶς τε Α καὶ τᾶν γενομέναν ποτιλαβόντα τό τε ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον καὶ τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τριπλάσιά ἐντι τῶν τετραγώνων πάντων τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ.

ἔστιν δὴ τὸ μὲν ἀπὸ τᾶς ΒΙ τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τᾶν Ι, Β τετραγώνοις καὶ δύο τοῖς ὑπὸ τᾶν Β, Ι περιεχομένοις. τὸ δὲ ἀπὸ τᾶς ΚΓ ἴσον τοῖς ἀπὸ τᾶν Κ, Γ τετραγώνοις καὶ δύο τοῖς ὑπὸ τᾶν Κ, Γ περιεχομένοις. ὁμοίως δὴ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἀλλᾶν τᾶν ἰσᾶν τᾷ Α τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμαμάτων τετραγώνοις καὶ δυσὶ τοῖς ὑπὸ τῶν τμαμάτων περιεχομένοις. τὰ μὲν οὖν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν Ι, Κ, Λ, Μ, Ν, Ξ, Ο ποτιλαβόντα τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον διπλάσιά ἐντι τῶν ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετραγώνων.



λοιπὸν δὲ ἐπιδείξομες, ὅτι τὰ διπλάσια τῶν περιεχομένων ὑπὸ τῶν τμαμάτων τῶν ἐν ἑκατέρᾳ γραμμᾷ τᾶν ἰσᾶν τᾷ Α ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς

3. *δή*] Nizzius; *δε* F, uulgo; „igitur" Cr. 11. *τᾶν*] (prius) scripsi; *των* F, uulgo, ut etiam lin. 13, 14. *δύο*] *δυσί* Torellius, ut lin. 13 (h. l. etiam B). 12. *της* F; corr. Torellius. 13. *περι-*

lineae linea N lineae Δ aequalis, H autem lineae linea Ξ lineae Γ aequalis, Θ autem lineae linea O lineae B aequalis. itaque quae oriuntur lineae, inter se et lineae maximae aequales erunt. demonstrandum igitur, quadrata omnium linearum, et lineae A et earum, quae ortae sunt [adiiciendo], cum quadrato lineae A et rectangulo comprehenso linea Θ et linea omnibus simul $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta$ aequali triplo maiora esse omnibus quadratis linearum $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta$.[1])

est igitur $(B + I)^2 = I^2 + B^2 + 2BI$ [Eucl. II, 4], et $(K + \Gamma)^2 = K^2 + \Gamma^2 + 2K\Gamma$. eodem modo igitur etiam ceterarum linearum lineae A aequalium quadrata aequalia sunt quadratis partium et duobus rectangulis a partibus comprehensis. iam

$$A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2 + I^2 \\ + K^2 + \Lambda^2 + M^2 + N^2 + \Xi^2 + O^2 + A^2 \\ = 2(A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2).$$ [2])

deinde restat, ut demonstremus, dupla rectangulorum partibus uniuscuiusque linearum lineae A aequalium comprehensorum cum rectangulo

1) H. e. demonstrandum est esse

$$A^2 + (B + I)^2 + (\Gamma + K)^2 + (\Delta + \Lambda)^2 + (E + M)^2 \\ + (Z + N)^2 + (H + \Xi)^2 + (\Theta + O)^2 + A^2 + \\ \Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta) \\ = 3(A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2).$$

2) Nam $I = \Theta$, $K = H$, $\Lambda = Z$, $M = E$, $N = \Delta$, $\Xi = \Gamma$, $O = B$.

εχομενων F; corr. B. 14. *δή*] *δέ* Torellius. 17. *ὑπό*] scripsi; *απο* F, uulgo. 21. *Ο ποτιλαβόντα*] *ΟΠ οτι* (comp.) *λαβοντα* F; corr. AB. 23. *τᾶν*] *των* F, uulgo. 25. *επιδειξομεν* F, uulgo. 26. *τῶν ἐν*] scripsi; *τῶν* om. F, uulgo.

Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ ἴσα ἐντὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ. καί ἐντι δύο μὲν τὰ ὑπὸ Β, Ι περιεχόμενα ἴσα δυσὶ τοῖς ὑπὸ τᾶν Β, Θ περιεχομένοις, δύο δὲ τὰ ὑπὸ τᾶν Κ, Γ ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶς Γ διὰ τὸ τὰν Κ διπλασίονα εἶμεν τᾶς Θ, δύο δὲ τὰ ὑπὸ τᾶν Δ, Λ ἴσα τῷ ὑπὸ τᾶς Θ καὶ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς Δ διὰ τὸ τὰν Λ τριπλασίαν εἶμεν τᾶς Θ. ὁμοίως δὴ καὶ τὰ ἄλλα τὰ διπλάσια τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμαμάτων ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς πολλαπλασίας ἀεὶ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς ἀρτίους τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. τὰ οὖν σύμπαντα ποτιλαβόντα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ ἐσσοῦνται ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷ τε Α καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς Β καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς Γ καὶ ἀεὶ τᾷ [περισσᾷ] κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς περισσοὺς πολλαπλασίᾳ τᾶς ἑπομένας γραμμᾶς. ἐντὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ τετράγωνα ἴσα τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν αὐτᾶν γραμμᾶν. ἔστι γὰρ τὸ ἀπὸ τᾶς Α τετράγωνον ἴσον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας [πάσαις] τᾷ τε Α καὶ τᾷ ἴσᾳ ταῖς λοιπαῖς, ἂν ἑκάστα ἴσα τᾷ Α· ἰσάκις γὰρ μετρεῖ ἅ τε Θ τὰν Α, καὶ ἁ Α τὰς ἴσας αὐτᾷ πάσας σὺν τᾷ Α. ὥστε ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ Α τετράγωνον τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς Θ καὶ τᾶς ἴσας τᾷ Α καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ· αἱ γὰρ ἴσαι τᾷ Α πάσαι

---

1. *των* F, uulgo, ut lin. 3, 4. 2. *καί ἐντι*] scripsi; *και επει* F, uulgo. 8. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 10. *παλλαπλασιας* F. 17. *περισσᾷ*] deleo. 18. *πολλαπλασίᾳ*] scripsi; *πολλαπλασιους* F, uulgo. 19. *τᾶν*] *των* F, uulgo. 22. *πά-*

$$\Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$$

aequalia esse omnibus simul

$$A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + H^2 + \Theta^2.$$

est enim $2B \times I = 2B \times \Theta$, et $2K \times \Gamma = \Theta \times 4\Gamma$, quia $K = 2\Theta$, et $2\Delta \times \Lambda = \Theta \times 6\Delta$, quia $\Lambda = 3\Theta$. eodem modo igitur etiam dupla ceterorum rectangulorum partibus comprehensorum aequalia sunt rectangulis comprehensis linea Θ et linea semper secundum numeros pares deinceps positos multiplici lineae sequentis. omnia igitur [rectangulorum dupla] cum rectangulo

$$\Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$$

aequalia erunt

$$\Theta \times (A + 3B + 5\Gamma + 7\Delta + 9E + 11Z + 13H + 15\Theta).$$

sed etiam

$$A^2 + B^2 + \Gamma^2 + \Delta^2 + E^2 + Z^2 + H^2 + \Theta^2$$

eidem rectangulo aequalia sunt. nam A^2 aequale est rectangulo comprehenso linea Θ et linea, quae aequalis est et lineae A et lineae aequali ceteris, quarum quaeque lineae A aequalis est.[1]) [nam quoties linea Θ lineam A metitur, toties etiam linea A omnes lineas sibi aequales cum linea A]. quare erit

$$A^2 = \Theta \times (A + 2(B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)).$$

1) H. e. $A^2 = \Theta \times (A + (B + I) + (\Gamma + K) + (\Delta + \Lambda) + (E + M) + (Z + N) + (H + \Xi) + (\Theta + O)) = \Theta \times 8A$; sed $\Theta = \frac{1}{8}A$.

σαις] deleo. 23. ἂν] ων F, uulgo. ισαχ cum comp. ης F. 24. σύν] εν F; corr. Torellius. 27. τᾶν] των F, uulgo. B] AB F; corr. B, ut p. 40 lin. 1.

χωρὶς τᾶς *Α* διπλασίαι ἐντὶ τᾶν *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ*, *Η*, *Θ*. ὁμοίως δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *Β* τετράγωνον ἴσον ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς *Θ* καὶ τᾶς ἴσας τᾷ τε *Β* καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ*, *Η*, *Θ*. καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τᾶς *Γ* τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶς *Θ* καὶ τᾶς ἴσας τᾷ τε *Γ* καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν *Δ*, *Ε*, *Ζ*, *Η*, *Θ*. ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἀλλᾶν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τοῖς περιεχομένοις ὑπό τε τᾶς *Θ* καὶ τᾶς ἴσας αὐτᾷ τε καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν λοιπᾶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τετράγωνα ἴσα ἐντὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς *Θ* καὶ τᾶς ἴσας πάσαις τᾷ τε *Α* καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς *Β* καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς *Γ* καὶ τᾷ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς περισσοὺς πολλαπλασίᾳ τᾶς ἑπομένας.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ἐκ τούτου οὖν φανερόν, ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ τῶν μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια, ἐπειδὴ ποτιλαβόντα τινὰ τριπλάσιά ἐντι, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια, ἐπειδὴ τὰ ποτιλαφθέντα ἐλάσσονά ἐστιν ἢ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας

5. της *Γ* F; corr. Torellius. ὑπό τε τᾶς *Θ* B. 6. *Δ*] om. F; corr. Torellius. 9. των λοιπων F, uulgo. 14. πόρισμα] om. F, uulgo. 19. της μεγιστης F; corr. D. Post τετραγώνου in F uacat spatium adpositis IV punctis.

[nam $(B + I) + (\Gamma + K) + (\varDelta + \varLambda) + (E + M)$
$+ (Z + N) + (H + \Xi) + (\Theta + N)$
$= 2(B + \Gamma + \varDelta + E + Z + H + \Theta)$].

eodem autem modo etiam

$$B^2 = \Theta \times (B + 2(\Gamma + \varDelta + E + Z + H + \Theta)),$$

et rursus

$$\Gamma^2 = \Theta \times (\Gamma + 2(\varDelta + E + Z + H + \Theta))$$[1],

et eodem modo etiam ceterarum quadrata aequalia sunt rectangulis comprehensis linea Θ et linea aequali ipsi lineae et duplo ceterarum. adparet igitur, quadrata omnium [linearum] aequalia esse rectangulo comprehenso linea Θ et linea, quae aequalis est
$\varLambda + 3B + 5\Gamma + 7\varDelta + 9E + 11Z + 13H + 15\Theta$.[2])

COROLLARIUM.

Hinc igitur manifestum est, omnia quadrata linearum maximae aequalium minora esse quam triplo maiora [omnibus] quadratis linearum aequali spatio inter se excedentium, quoniam adiectis demum quibusdam [spatiis][3]) triplo maiora sunt, reliquis autem praeter quadratum maximae maiora esse quam triplo maiora, quoniam quae adiecta sunt, minora sunt quam

---

1) Cum littera $\varDelta$ lin. 6 in codd. desit, fortasse sic scribendum est lin. 6: *καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν* $\varDelta$, *E*, *Z*, *H*, Θ. *καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τᾶς* $\varDelta$ *τετράγωνον ἴσον τῷ ὑπὸ τᾶς* Θ *καὶ τᾶς ἴσας τᾷ τε* $\varDelta$ *καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶν* *E*, *Z*, *H*, Θ.

2) Huius demonstrationis tenor mire praeposterus est; quare suspicari licet, hic illic quaedam explicandi causa interposita esse, quae in interpretatione Latina uncis inclusi. demonstratio ipsa magis perspicue exposita est et simul ea ratione, qua nunc utimur, confecta ab Nizzio p. 126—27; cfr. Quaest. Arch. p. 52—53.

3) Sc. $\varLambda^2 + \Theta \times (\varLambda + B + \Gamma + \varDelta + E + Z + H + \Theta)$.

τετραγώνου. καὶ τοίνυν εἴ κα ὁμοῖα εἴδεα ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ, τὰ εἴδεα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ τῶν μὲν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν εἰδέων ἐλάσσονα ἐσσούνται ἢ τριπλάσια, τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας εἴδεος μείζονα ἢ τριπλάσια. τὸν γὰρ αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον τὰ ὁμοῖα εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

ια'.

Εἴ κα γραμμαὶ ἑξῆς τεθέωντι ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωντι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλασσόνες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ μὲν τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τᾶς ἐλαχίστας ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς τετραγώνου, ᾷ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τετραγώνου μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἔστωσαν γὰρ γραμμαὶ ὁποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι ἑξῆς κειμέναι, ἁ μὲν ΑΒ τᾶς ΓΔ, ἁ δὲ

1. *ἀναγραφέωντι*] scripsi; *αναγεγραφεωντι* F, uulgo. 3. *τὰ εἴδεα .. μεγίστᾳ*] om. F; corr. Commandinus. Ante prop. 11 in F spatium quasi figurae relinquitur; in mg. adscripsit manus 2: „vacat spã". 16. *της ελαχιστης* FB*; fort. *τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλ.* 19. *τοῦ .. τετραγώνου*] scripsi; *τω .. τετραγωνω* F, uulgo. 24. *ἔστωσαν*] per comp. F.

triplo maiora quadrato maximae.[1]) et etiam si species similes construuntur in omnibus lineis, et iis, quae aequali spatio inter se excedunt, et quae maximae aequales sunt, species in lineis maximae aequalibus minores erunt quam triplo maiores, quam [omnes] species, quae in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructae sunt, reliquis autem praeter eam, quae in maxima constructa est, maiores quam triplo maiores. nam species similes eandem rationem habebunt, quam quadrata [Eucl. VI, 20].

XI.

Si lineae quotlibet deinceps ponuntur aequali spatio inter se excedentes, et aliae quoque lineae ponuntur numero una pauciores lineis aequali spatio inter se excedentibus, magnitudine uero singulae maximae aequales, omnia quadrata linearum maximae aequalium ad quadrata linearum aequali spatio inter se excedentium praeter [quadratum] minimae minorem rationem habent, quam quadratum maximae ad spatium utrique aequale, et rectangulo maxima et minima comprehenso et tertiae parti quadrati excessus, quo maxima minimam excedit, ad quadrata autem linearum aequali spatio inter se excedentium praeter quadratum maximae rationem maiorem eadem ratione.

sint enim quotlibet lineae aequali spatio inter se excedentes deinceps positae, ita ut linea AB lineam

---

1) $A^2 = \Theta \times (A + (B + I) + (\Gamma + K) + (\Delta + \Lambda) + (E + M) + (Z + N) + (H + \Xi) + (\Theta + O))$ (p. 39 not. 1) $> \Theta \times (A + B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta)$. itaque quae adiecta sunt, erunt $< 2 A^2$.

ΓΔ τᾶς ΕΖ, ἁ δὲ ΕΖ τᾶς ΗΘ, ἁ δὲ ΗΘ τᾶς ΙΚ, ἁ δὲ ΙΚ τᾶς ΛΜ, ἁ δὲ ΛΜ τᾶς ΝΞ. ποτικείσθω δὲ ποτὶ μὲν τὰν ΓΔ ἴσα μιᾷ ὑπεροχᾷ ἁ ΓΟ, ποτὶ δὲ τὰν ΕΖ ἴσα δυσὶν ὑπεροχαῖς ἁ ΕΠ, ποτὶ δὲ τὰν ΗΘ ἴσα τρισὶν ὑπεροχαῖς ἁ ΗΡ, καὶ ποτὶ τὰς ἄλλας τὸν αὐτὸν τρόπον. ἐσσούνται δὴ αἱ γενομέναι ἀλλάλαις ἴσαι, καὶ ἑκάστα τᾷ μεγίστᾳ. δεικτέον οὖν, ὅτι τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν γενομέναν τετράγωνα ποτὶ μὲν πάντα τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ΝΞ τετραγώνου ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΝΞ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΝΥ τετραγώνου, ποτὶ δὲ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου μείζονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

ἀπολελάφθω ἀφ' ἑκάστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. ὃν δὴ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ποτὶ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΦΒ περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΦ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον τό τε ἀπὸ τᾶς ΟΔ τετράγωνον ποτί τε τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΟΔ, ΔΧ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΧΟ τετραγώνου, καὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΠΖ ποτὶ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΠΖ, ΨΖ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΨΠ τετραγώνου, καὶ τὰ ἀπὸ τᾶν ἀλλᾶν τετράγωνα ποτὶ τὰ ὁμοίως λαμβανόμενα χωρία. καὶ τὰ πάντα δὴ τὰ ἀπὸ πασᾶν τᾶν ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ ποτί τε πάντα τὰ περιεχόμενα ὑπό τε τᾶς

3. δέ] Nizze; δη F, uulgo. τάν] τα F; corr. B. 6. αἱ-

$\Gamma\Delta$ excedat, $\Gamma\Delta$ lineam EZ, EZ lineam $H\Theta$, $H\Theta$ lineam IK, IK lineam ΛM, ΛM lineam $N\Xi$. et lineae $\Gamma\Delta$ adiiciatur linea ΓO uni excessui aequalis, lineae autem EZ duobus excessibus aequalis linea $E\Pi$, lineae autem $H\Theta$ tribus aequalis linea HP, ceterisque eodem modo. itaque quae oriuntur lineae, inter se aequales erunt, et unaquaeque maximae [aequalis]. demonstrandum igitur, quadrata omnium linearum, quae [adiiciendo] ortae sunt, ad omnia quadrata omnium linearum aequali spatio inter se excedentium praeter quadratum lineae $N\Xi$ minorem rationem habere, quam $AB^2 : AB \times N\Xi + \frac{1}{3} N\Upsilon^2$, ad quadrata uero earundem linearum praeter quadratum lineae AB rationem maiorem eadem ratione.

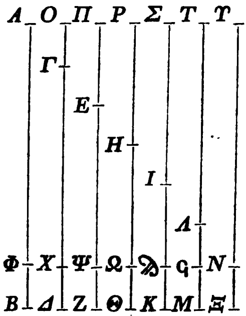
a singulis lineis aequali spatio inter se excedentibus abscindatur [linea] excessui aequalis. itaque erit:

$$AB^2 : AB \times \Phi B + \tfrac{1}{3} A\Phi^2$$
$$= O\Delta^2 : O\Delta \times \Delta X + \tfrac{1}{3} XO^2$$
$$= \Pi Z^2 : \Pi Z \times \Psi Z + \tfrac{1}{3} \Psi\Pi^2,$$

et eandem rationem habebunt quadrata ceterarum [linearum] ad spatia similiter composita. quare etiam erit [Eucl. V, 12]

ληλαις F; corr. Torellius. 13. $H\Xi$ F. 28. $P\Theta$] PO F. 29. τά] addidi; om. F, uulgo.

ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς εἰρημέναις γραμμαῖς καὶ τὰ τριταμόρια τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϡ, Τϙ, ΥΝ τὸν αὐτὸν ἕξοῦντι λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΒ, ΦΒ περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΦΑ τετραγώνου. εἰ οὖν κα δειχθῇ τό τε περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ καὶ τὰ τρίτα μέρεα τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϡ, Τϙ, ΥΝ τῶν μὲν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ ἐλάττονα, τῶν δὲ τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ μείζονα, δεδειγμένον ἐσσεῖται τὸ προτεθέν. ἐντὶ δὴ τὸ μὲν περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΔ, ΠΖ, ΡΘ, ΣΚ, ΤΜ, ΥΞ καὶ τὰ τρίτα μέρεα τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϡ, Τϙ, ΥΝ ἴσα τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϡΚ, ϙΜ, ΝΞ καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας πάσαις ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϡ, Τϙ, ΥΝ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, Σϡ, Τϙ, ΥΝ. τὰ δὲ ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τᾶν ΒΦ, ΧΔ, ΨΖ,



2. τριταμωρια F. 3. Σϡ] ΣΛ F, ut lin. 10 et infra saepius; nam ϡ in F plerumque ita deprauatum est, ut simillimum sit litterae Λ, et eandem formam praebet ed. Basil. (Λ). Τϙ] hic et lin. 10 littera ϙ in similitudinem compendii πρός corrupta est. 9. μερη F, uulgo. 10. μέν] addidi; om. F,

$$O\varDelta^2 + \Pi Z^2 + P\Theta^2 + \Sigma K^2 + TM^2 + \Upsilon\Xi^2 :$$
$$N\Xi \times (O\varDelta + \Pi Z + P\Theta + \Sigma K + TM + \Upsilon\Xi)^{1)}$$
$$+ \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma ϡ^2 + Tϙ^2 + \Upsilon N^2)$$
$$= AB^2 : AB \times \Phi B + \tfrac{1}{3}\Phi A^2.$$

itaque si demonstrauerimus

$$N\Xi \times (O\varDelta + \Pi Z + P\Theta + \Sigma K + TM + \Upsilon\Xi)$$
$$+ \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma ϡ^2 + Tϙ^2 + \Upsilon N^2)$$
$$< AB^2 + \Gamma\varDelta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \varLambda M^2,$$

sed

$$> \Gamma\varDelta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \varLambda M^2 + N\Xi^2,$$

demonstratum erit, quod propositum est [Eucl. V, 8]. erit igitur

$$N\Xi \times (O\varDelta + \Pi Z + P\Theta + \Sigma K + TM + \Upsilon\Xi)$$
$$+ \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma ϡ^2 + Tϙ^2 + \Upsilon N^2)$$
$$= (X\varDelta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + ϡK^2 + ϙM^2 + N\Xi^2)$$
$$+ N\Xi \times (OX + \Pi\Psi + P\Omega + \Sigma ϡ + Tϙ + \Upsilon N)$$
$$+ \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma ϡ^2 + Tϙ^2 + \Upsilon N^2).^{2)}$$

---

1) Nam $\varDelta X = \Psi Z = \Omega\Theta = Kϡ = Mϙ = N\Xi$. Archimedes enim tacite supponit, hic quoque minimam linearum aequali spatio inter se excedentium excessui aequalem esse (nec alioquin in demonstrando prop. X uti potuit), quamquam nec ad demonstrationem conficiendam per se necessarium est, nec postea, ubi hac propositione utitur (prop. 25 et 26), ab eo adsumitur.

2) Nam $O\varDelta = OX + X\varDelta$, $\Pi Z = \Pi\Psi + \Psi Z$ cett., et $N\Xi = X\varDelta = \Psi Z$ cett.

---

uulgo. 12. τραγωνων F. 17. $T\Xi$] TN F; corr. Torellius. 18. μερη F, uulgo. 21. $\Omega\Theta$] pro Ω in F est compendium uerbi ουτως mire corruptum. 23. καί τᾶς] τᾶς om. F, uulgo.

ΩΘ, ϠΚ, ϙΜ τετραγώνοις καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϙ καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τᾶς ΒΦ καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϙ. κοινὰ μὲν οὖν ἐντι ἑκατέρων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ ΝΞ. τὸ δὲ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΩΡ, ϠΣ, ϙΤ, ΥΝ ἔλασσόν ἐστι τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τᾶς ΒΦ καὶ τᾶς διπλασίας τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϙ διὰ τὸ τὰς νῦν εἰρημένας γραμμὰς ταῖς μὲν ΓΟ, ΕΠ, ΡΗ, ΙΣ, ΛΤ, ΥΝ ἴσας εἶμεν, τᾶν δὲ λοιπᾶν μειζόνας. καὶ τὰ τετράγωνα δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΦ, ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϙ μείζονά ἐντι τοῦ τρίτου μέρεος τῶν ἀπὸ τᾶν ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣϠ, Τϙ, ΥΝ· δεδείκται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς ἐπάνω. ἐλάττονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ. λοιπὸν δὲ δειξοῦμες, ὅτι μείζονά ἐντι τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ. πάλιν δὴ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ ἴσα ἐντὶ τοῖς τε ἀπὸ τᾶν ΧΓ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϙ καὶ τοῖς ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϠΚ, ϙΜ, ΝΞ καὶ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϙ. καί ἐστι κοινὰ μὲν τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΔ, ΨΖ, ΩΘ, ϠΚ, Μϙ, ΝΞ, μεῖζον δὲ τὸ ὑπό τε τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ἴσας

2. *ΗΩ*] *ΜΩ* F supra scripto *H* manu 1. *ΙϠ*] *ΡϠ* supra scripto *I* manu 1 F. 3. *ταν ΒΦ* F; corr. A?, ed. Basil.. *ΗΩ*] *ΝΩ* F. In figura pro Ϡ in F scribitur *Π*, pro ϙ littera *T*. 9. *γραμμαις* F; corr. Torellius. *ΓΟ*] *ΓΘ* F, sed corr. manus 1. 12. *μείζονά ἐντι* ... lin. 13: *ΥΝ*] om. F; corr. Torellius (nisi quod *μέρους* habet lin. 12) et Commandinus (*ἔστι*, *μέρους*, *τῶν τετραγώνων τῶν ἀπό*). 15. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius. 16. *δειξομεν* F, uulgo. 20. *καὶ τοῖς* ... lin. 21: *ΝΞ*] om. F; corr. Commandinus. 22. *ΗΩ*] *H* om. F.

sed

$$AB^2 + \Gamma\varDelta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \varLambda M^2$$
$$= (B\Phi^2 + X\varDelta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \text{ϡ}K^2 + \text{ϙ}M^2)$$
$$+ (\varLambda\Phi^2 + \Gamma X^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\text{ϡ}^2 + \varLambda\text{ϙ}^2)$$
$$+ B\Phi \times 2(\varLambda\Phi + \Gamma X + EZ + H\Omega + I\text{ϡ} + \varLambda\text{ϙ})$$

[Eucl. II, 4]. itaque utriusque partis communia sunt quadrata linearum lineae $N\Xi$ aequalium, et praeterea est $N\Xi \times (OX + \Pi\Psi + \Omega P + \text{ϡ}\Sigma + \text{ϙ}T + \Upsilon N)$ $< B\Phi \times 2(\varLambda\Phi + \Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \varLambda\text{ϙ})$, quia hae lineae aequales sunt lineis

$$\Gamma O + E\Pi + PH + I\Sigma + \varLambda T + \Upsilon N,$$

sed reliquis $[\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \varLambda\text{ϙ}]$ maiores

$$[\text{et } OX + \Pi\Psi + \Omega P + \text{ϡ}\Sigma + \text{ϙ}T + \Upsilon N$$
$$= (\Gamma O + E\Pi + PH + I\Sigma + \varLambda T + \Upsilon N)$$
$$+ (\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \varLambda\text{ϙ})].$$

sed etiam

$$\varLambda\Phi^2 + \Gamma X^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\text{ϡ}^2 + \varLambda\text{ϙ}^2$$
$$> \tfrac{1}{3}(OX^2 + \Pi\Psi^2 + P\Omega^2 + \Sigma\text{ϡ}^2 + T\text{ϙ}^2 + \Upsilon N^2).$$

hoc enim supra demonstratum est [prop. 10 coroll. p. 40]. itaque [omnia simul], quae commemorauimus, spatia erunt

$$< AB^2 + \Gamma\varDelta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \varLambda M^2.$$

deinde autem demonstrabimus, maiora ea esse quam $\Gamma\varDelta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \varLambda M^2 + N\Xi^2$. rursus igitur erit:

$$\Gamma\varDelta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \varLambda M^2 + N\Xi^2$$
$$= (X\Gamma^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\text{ϡ}^2 + \varLambda\text{ϙ}^2)$$
$$+ (X\varDelta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \text{ϡ}K^2 + \text{ϙ}M^2 + N\Xi^2)$$
$$+ N\Xi \times 2(\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \varLambda\text{ϙ}) \text{ [Eucl. II, 4].}$$

et communia sunt

$$X\varDelta^2 + \Psi Z^2 + \Omega\Theta^2 + \text{ϡ}K^2 + M\text{ϙ}^2 + N\Xi^2,$$

πάσαις ταῖς ΟΧ, ΠΨ, ΡΩ, ΣϠ, Τϙ, ΥΝ τοῦ ὑπὸ τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς διπλασίας πασᾶν τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϙ. ἐντὶ δὲ καὶ τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΧΟ, ΨΠ, ΩΡ, ϠΣ, ϙΤ, ΥΝ τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΧ, ΕΨ, ΗΩ, ΙϠ, Λϙ μείζονα ἢ τριπλάσια. δεδείκται γὰρ καὶ τοῦτο. μείζονα ἄρα ἐντὶ τὰ ῥηθέντα χωρία τῶν τετραγώνων τῶν ἀπὸ τᾶν ΓΔ, ΕΖ, ΗΘ, ΙΚ, ΛΜ, ΝΞ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Καὶ τοίνυν εἴ κα ὁμοῖα ἀναγραφέωντι ἀπὸ πασᾶν ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ εἴδεα, πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας εἴδεος ἐλάσσονα λόγον ἑξοῦντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις τῷ τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μεγίστας καὶ τᾶς ἐλαχίστας καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας, ποτὶ δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν εἴδεα χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα τοῦ αὐτοῦ λόγου. τὸν αὐτὸν γὰρ ἑξοῦντι λόγον τὰ ὁμοῖα εἴδεα τοῖς τετραγώνοις.

ΟΡΟΙ.

α'. Εἴ κα εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ γραμμὰ ἐν ἐπιπέδῳ καὶ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος αὐτᾶς ἰσοταχέως

---

1. *ΠΨ*] *ΠΡ* F. 3. *τά*] (prius) addidi; om. F, uulgo. 6. *ἐντί*] *εντη* F. 8. *πόρισμα*] om. F, uulgo; „corollarium praemissae" Cr. 10. *αναγραφεντι* F; corr. B. 11. *ἰσᾶν* ... lin. 12: *ἀπὸ τᾶν*] om. F; corr. Torellius. 14. *τό*] (prius) *τω* F. 20. *εξουσι* F, uulgo. 21. *ὅροι*] om. F, uulgo; „definitiones" Cr. 23. *καί*] om. F; corr. Torellius. *ισοταχει ως* F; corr. B.

et $N\Xi \times (OX + \Pi\Psi + P\Omega + \Sigma\text{ϡ} + T\text{ϙ} + \Upsilon N)$
$> N\Xi \times 2(\Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} \times \Lambda\text{ϙ})$.[1])
et praeterea sunt

$$XO^2 + \Psi\Pi^2 + \Omega P^2 + \text{ϡ}\Sigma^2 + \text{ϙ}T^2 + \Upsilon N^2$$
$$> 3(\Gamma X^2 + E\Psi^2 + H\Omega^2 + I\text{ϡ}^2 + \Lambda\text{ϙ}^2).$$

nam hoc quoque demonstratum est [prop. 10 coroll. p. 40]. itaque [omnia simul] spatia, quae commemorauimus, maiora sunt quam

$$\Gamma\Delta^2 + EZ^2 + H\Theta^2 + IK^2 + \Lambda M^2 + N\Xi^2.$$

COROLLARIUM.

Quare etiam si in omnibus lineis, et iis, quae aequali spatio inter se excedunt, et iis, quae maximae aequales sunt, similes species construuntur, omnes species in lineis maximae aequalibus constructae ad species in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructas praeter speciem in minima constructam minorem rationem habebunt, quam quadratum maximae lineae ad spatium utrique aequale, et rectangulo linea maxima et minima comprehenso et tertiae parti quadrati excessus, quo maxima minimam excedit, ad species uero in iisdem lineis constructas praeter speciem in maxima constructam rationem eadem ratione maiorem. nam species similes eandem rationem habebunt, quam quadrata [Eucl. VI, 20].

DEFINITIONES.

I. Si in plano recta linea ducitur et manente altero termino aequabiliter circumacta rursus in eum

1) Nam $\Gamma O + E\Pi + PH + I\Sigma + \Lambda T + \Upsilon N$
$> \Gamma X + E\Psi + H\Omega + I\text{ϡ} + \Lambda\text{ϙ}$;
tum u. p. 49, 12 sq.

περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν, ὅθεν ὥρμασεν, ἁμὰ δὲ τᾷ γραμμᾷ περιαγομένᾳ φέρηταί τι σαμεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ κατὰ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος, τὸ σαμεῖον ἕλικα γράψει ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

β'. καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τᾶς εὐθείας τὸ μένον περιαγομένας αὐτᾶς ἀρχὰ τὰς ἕλικος.

γ'. ἁ δὲ θέσις τᾶς γραμμᾶς, ἀφ' ἇς ἄρξατο ἁ εὐθεῖα περιφερέσθαι, ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς.

δ'. εὐθεῖα, ἂν μὲν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ διαπορευθῇ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον, πρώτα καλείσθω, ἂν δ' ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ τὸ αὐτὸ σαμεῖον διανύσῃ, δευτέρα, καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς περιφοραῖς καλείσθωσαν.

ε'. τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γραφείσας καὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν πρώτα, πρῶτον καλείσθω, τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας δεύτερον καλείσθω, καὶ τὰ ἄλλα ἑξῆς οὕτω καλείσθω.

ϛ'. καὶ εἴ κα ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἀχθῇ τις εὐθεῖα γραμμά, τᾶς εὐθείας ταύτας τὰ ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἅ κα ἁ περιφορὰ γενήται, προαγούμενα καλείσθω, τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα ἑπόμενα.

ζ'. ὅ τε γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σαμείῳ, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ εὐθείᾳ, ἅ ἐστιν πρώτα, πρῶτος καλείσθω, ὁ δὲ γραφεὶς κέντρῳ

3. εαυτο F; corr. BC.* 11. τὸ κατά] τό om. F. Numeros ipse addidi. 23. τὰ ἐπί] scripsi; τά om. F, uulgo. ἐφ' ἅ κα] addidi; om. F, uulgo. προαγούμενα] h. e. προηγούμενα, scripsi; προαγομενα F, uulgo.

locum restituitur, unde moueri coepta est, et dum linea circumagitur, punctum aliquod sibi ipsum aequabiliter in linea fertur a manente termino incipiens, punctum in plano lineam spiralem describet.[1])

II. Terminus igitur lineae, qui, dum ipsa circumagitur, manet, principium spiralis uocetur.

III. Positio autem lineae, unde circumagi coepta est, principium circumactionis.

IV. Ea linea, quam in prima circumactione punctum permeauerit, quod in linea fertur, prima uocetur; quam in secunda circumactione idem punctum permeauerit, secunda, et ceterae eodem modo circumactionum cognomines sint.

V. Spatium autem spirali in prima circumactione descripta et linea, quae est prima, comprehensum primum uocetur; quod spirali in secunda circumactione descripta et linea secunda comprehenditur, secundum uocetur, et cetera quoque deinceps eodem modo nominentur.

VI. Et si a puncto, quod principium spiralis est, recta linea ducitur, quae in eadem eius lineae parte sunt, in quam fit circumactio, praecedentia uocentur, quae in altera parte sunt, sequentia.

VII. Et circulus, cuius centrum est punctum, quod principium spiralis est, radius autem linea, quae est prima, primus uocetur, circulus autem, cuius

1) Cfr. Pappus I p. 234 (IV, 30), ubi similiter linea spiralis definitur.

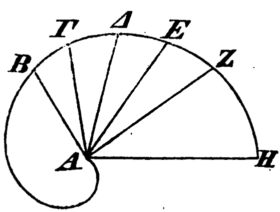
μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ τᾷ διπλασίᾳ εὐθείᾳ δεύτερος καλείσθω, καὶ οἱ ἄλλοι δὲ ἑξῆς τούτοις τὸν αὐτὸν τρόπον.

ιβ'.

Εἴ κα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν μιᾷ περιφορᾷ ὁποιαοῦν γεγραμμέναν ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος εὐθεῖαι ἐμπεσῶντι ὁποσαιοῦν ἴσας ποιοῦσαι γωνίας ποτ' ἀλλάλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἀλλάλαν.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς αἱ ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ, ΑΖ ἴσας γωνίας ποιοῦσαι ποτ' ἀλλάλας. δεικτέον, ὅτι τῷ ἴσῳ ὑπερέχει ἁ ΑΓ τᾶς ΑΒ, καὶ ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ, καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως.

ἐν ᾧ γὰρ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπὸ τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται, ἐν τούτῳ τῷ χρόνῳ τὸ σαμεῖον τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν ὑπεροχὰν διαπορευέται, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΓΑ τᾶς ΑΒ, ἐν ᾧ δὲ χρόνῳ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ, ἐν τούτῳ διαπορευέται τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΑΔ τᾶς ΑΓ. ἐν ἴσῳ δὲ χρόνῳ ἁ περιαγομένα γραμμὰ ἀπό τε τᾶς ΑΒ ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀφικνεῖται καὶ ἀπὸ τᾶς ΑΓ ἐπὶ τὰν ΑΔ, ἐπειδὴ αἱ γωνίαι ἴσαι ἐντί. ἐν ἴσῳ ἄρα χρόνῳ τὸ κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον σαμεῖον διαπορευέται τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ ΓΑ τᾶς ΑΒ, καὶ τὰν ὑπερ-



1. τᾷ] addidi; om. F, uulgo. 5 ελικαν F. τὰν ἐν] scripsi; ται μεν F; om. Torellius; τὰν μέν ed. Basil., uulgo. 6. γεγραμμενα F; corr. ed. Basil. 8. υπερεχοντι F. 17. τᾶς] ταν F; corr. B. 26. ΓΑ] ΓΔ F; ΑΓ uulgo.

centrum idem est, radius autem linea duplo maior, secundus uocetur, et ceteri deinceps eodem modo nominentur.

XI.I.

Si ad spiralem qualibet circumactione descriptam a principio spiralis lineae quotlibet ducuntur aequales angulos inter se efficientes, aequali spatio inter se excedunt.

sit spiralis, in qua lineae *ΑΒ*, *ΑΓ*, *ΑΔ*, *ΑΕ*, *ΑΖ* sint[1]) aequales angulos inter se efficientes. demonstrandum, aequali spatio excedi lineam *ΑΒ* a linea *ΑΓ*, lineam *ΑΓ* a linea *ΑΔ*, ceterasque eodem modo.

nam quo tempore linea, quae circumagitur, ab *ΑΒ* ad *ΑΓ* peruenit, eo tempore punctum, quod in linea fertur, excessum permeat, quo excedit linea *ΓΑ* lineam *ΑΒ*, et quo tempore ab *ΑΓ* ad *ΑΔ* peruenit, eo permeat excessum, quo *ΑΔ* linea excedit lineam *ΑΓ*. sed aequali temporis spatio linea, quae circumagitur, ab *ΑΒ* ad *ΑΓ* et ab *ΑΓ* ad *ΑΔ* peruenit, quoniam anguli aequales sunt. eodem igitur temporis spatio punctum, quod in linea fertur, excessum permeat, quo linea *ΓΑ* lineam *ΑΒ* excedit, et quo linea

---

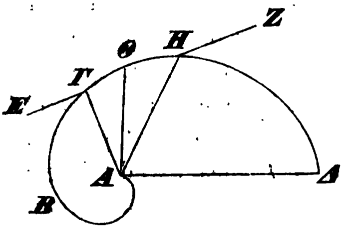
1) Fort. scribendum lin. 9: *ἐφ' ἅς* [*τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η. ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Α. καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἐμπίπτωντι*] *αἵ κτλ.*

οχάν, ἅ ὑπερέχει ἁ *ΑΔ* τᾶς *ΑΓ*. τῷ ἴσῳ ἄρα ὑπερέχει ἅ τε *ΑΓ* τᾶς *ΑΒ*, καὶ ἁ *ΑΔ* τᾶς *ΑΓ*, καὶ αἱ λοιπαί.

ιγ'.

Εἴ κα εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ, καθ' ἓν μόνον ἐπιψαύσει σαμεῖον.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς τὰ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*. ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ *Α* σαμεῖον, ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἁ *ΑΔ* εὐθεῖα, καὶ ἐπιψαυέτω τᾶς ἕλικος εὐθεῖά τις ἁ *ΖΕ*. φαμὶ δὴ καθ' ἓν μόνον σαμεῖον ἐπιψαύειν αὐτᾶς.



ἐπιψαυέτω γάρ, εἰ δυνατόν, κατὰ δύο σαμεῖα τὰ *Γ*, *Η*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΑΓ*, *ΑΗ*, καὶ ἁ γωνία δίχα τετμάσθω ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν *ΑΗ*, *ΑΓ*. καθ' ὃ δὲ σαμεῖον ἁ δίχα τέμνουσα τὰν γωνίαν τᾷ ἕλικι ποτιπίπτει, ἔστω τὸ *Θ*. τῷ δὴ ἴσῳ ὑπερέχει ἅ τε *ΑΗ* τᾶς *ΑΘ*, καὶ ἁ *ΑΘ* τᾶς *ΑΓ*, ἐπειδὴ ἴσας γωνίας περιέχοντι ποτ' ἀλλάλας. ὥστε διπλασίαι ἐντὶ αἱ *ΑΗ*, *ΑΓ* τᾶς *ΑΘ*. ἀλλὰ τᾶς ἐν τῷ τριγώνῳ [τᾶς *ΑΘ*] δίχα τεμνούσας τὰν γωνίαν μειζόνες ἐντὶ ἢ διπλασίαι. δῆλον οὖν, ὅτι, καθ' ὃ συμπίπτει σαμεῖον τᾷ *ΓΗ* εὐθείᾳ ἁ *ΑΘ*, μεταξὺ τῶν *Θ*, *Α* ἐντι σαμείων. τέμνει ἄρα ἁ *ΕΖ* τὰν ἕλικα, ἐπειδή τι τῶν ἐν τᾷ *ΓΘΗ* σα-

12. ἁ] η F; corr. Torellius, ut lin. 13. 13. τετμησθω F, uulgo. περιεχομενη υπο των (comp.) F; corr. Torellius. 16. την F; corr. Torellius. 20. της *ΑΘ* F; corr. Torellius. περιεχουσ cum comp. ην F; corr. VA. 22. τᾶς *ΑΘ* (alterum)] deleo. 23. μειζων F; corr. B.* 24. το σημειον F; τό uncis inclusit ed. Basil.; del. Torellius. 26. *ΓΗ* D, ed. Basil., Torellius.

$A\Delta$ lineam $A\Gamma$ excedit. quare $A\Gamma$ lineam AB et $A\Delta$ lineam $A\Gamma$ aequali spatio excedunt [prop. 1], et ceterae eodem modo.[1])

XIII.

Si linea recta spiralem contingit, in uno solo puncto continget.

sit spiralis, in qua sint puncta A, B, Γ, Δ. principium autem spiralis sit A punctum, et principium circumactionis linea $A\Delta$, et linea aliqua EZ spiralem contingat. dico igitur, eam in uno solo puncto contingere.

contingat enim, si fieri potest, in duobus punctis Γ, H, et ducantur lineae $A\Gamma$, AH, et in duas partes aequales secetur angulus, qui lineis AH, $A\Gamma$ comprehenditur. et punctum, in quo linea angulum in aequales partes secans in spiralem incidit, sit Θ. quare aequali spatio excedit linea AH lineam $A\Theta$, et linea $A\Theta$ lineam $A\Gamma$, quoniam aequales angulos inter se efficiunt [prop. 12]. quare $AH + A\Gamma = 2A\Theta$. sed $AH + A\Gamma$ maiores sunt quam duplo maiores linea in triangulo angulum in aequales partes secanti.[2]) adparet igitur, punctum, in quo linea $A\Theta$ in lineam ΓH incidat, inter puncta Θ, A positum esse. quare EZ spiralem secat, quoniam quoddam punctum lineae ΓH intra spiralem est.[3]) at suppositum est,

1) Hanc propositionem citat Pappus I p. 234 (IV, 33).
2) De hac propositione: duo simul latera cuiusuis trianguli maiora esse quam duplo maiora linea, quae angulum ab iis comprehensum in duas partes aequales secet, cfr. Zeitschr. f. Math. hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 5, Nizze p. 133, Sturm p. 403.
3) Cfr. Eucl. III, 16 πόρισμα.

μείων ἐντός ἐστι τᾶς ἕλικος. ὑπέκειτο δὲ ἐπιψαύουσα. καθ' ἓν ἄρα μόνον ἁπτέται ἁ EZ τᾶς ἕλικος.

ιδ'.

Εἴ κα ποτὶ τὰν ἕλικα τὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιπεσῶντι δύο εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, καὶ ἐκβληθέωντι ποτὶ τὰν τοῦ πρώτου κύκλου περιφέρειαν, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ περιφερείαι τοῦ κύκλου αἱ μεταξὺ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος καὶ τῶν περάτων τᾶν ἐκβληθεισᾶν εὐθειᾶν τῶν ἐπὶ τᾶς περιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ προαγούμενα λαμβανομέναν τᾶν περιφερειᾶν ἀπὸ τοῦ πέρατος τᾶς ἕλικος.

ἔστω ἕλιξ ἁ $AB\Gamma\Delta E\Theta$ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἀρχὰ δὲ τᾶς μὲν ἕλικος ἔστω τὸ A σαμεῖον, ἁ δὲ ΘA εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς ἔστω, καὶ κύκλος ὁ ΘKH ἔστω ὁ πρῶτος. ποτιπιπτόντων δὲ ἀπὸ τοῦ A σαμείου ποτὶ τὰν ἕλικα αἱ AE, $A\Delta$, καὶ ἐκπιπτόντων ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἐπὶ τὰ Z, H. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ AE ποτὶ τὰν $A\Delta$, ὃν ἁ ΘKZ περιφέρεια ποτὶ τὰν ΘKH περιφέρειαν.

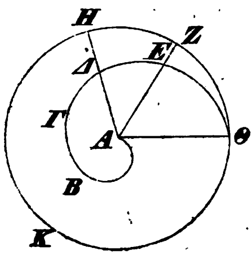
περιαγομένας γὰρ τᾶς $A\Theta$ γραμμᾶς δῆλον, ὡς τὸ μὲν Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ ΘKH κύκλου περιφερείας ἐνηνεγμένον ἐστὶν ἰσοταχέως, τὸ δὲ A κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν $A\Theta$ γραμμὰν πορευέται, καὶ τὸ Θ σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας φερόμενον τὰν ΘKZ περιφέρειαν, τὸ δὲ A τὰν AE

1. της F; corr. Torellius. 2. EZ] EH F; corr. B mg. 7. την per comp. F; corr. Torellius. 9. ὃν] ὢν F. 20.

eam contingere. itaque in uno solo puncto linea EZ spiralem tangit.

XIV.

Si ad spiralem prima circumactione descriptam duae lineae a puncto, quod principium est spiralis, ducuntur et ad ambitum primi circuli producuntur, lineae ad spiralem ductae eandem inter se rationem habebunt, quam ambitus circuli inter terminum spiralis et terminos linearum productarum, qui in ambitu sunt, positi, si ambitus a termino spiralis ad praecedentia uersus sumuntur.[1])



sit spiralis $AB\Gamma\Delta E\Theta$ prima circumactione descripta, et principium spiralis sit punctum A, et linea ΘA principium circumactionis sit, et circulus ΘKH primus sit. ab A autem puncto ad spiralem ducantur lineae AE, $A\Delta$ et producantur ad ambitum circuli ad Z, H. demonstrandum, esse

$$AE : A\Delta = \Theta KZ : \Theta KH.$$

nam si circumagitur linea $A\Theta$, adparet, punctum Θ in ambitu circuli ΘKH aequabiliter ferri, A autem punctum, dum in linea feratur, lineam $A\Theta$ permeare, et punctum Θ, dum in ambitu circuli feratur, arcum ΘKZ permeare, A autem lineam AE[2]), et rursus punctum

1) Cfr. Pappus I p. 234 (IV, 32).
2) Sc. eodem temporis spatio.

εχοντι F; corr. Torellius. 24. της F; corr. Torelliu , ut lin. 25, 27. 26. πορευέται] scripsi; πεπορευεται F, uulgo.

εὐθεῖαν, καὶ πάλιν τό τε *Α* σαμεῖον τὰν *ΑΔ* γραμμάν, καὶ τὸ *Θ* τὰν *ΘΚΗ* περιφέρειαν, ἑκάτερον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ *ΑΕ* ποτὶ τὰν *ΑΔ*, ὃν ἁ *ΘΚΖ* περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΘΚΗ* περιφέρειαν. δεδείκται γὰρ τοῦτο ἐπάνω ἐν τοῖς προτέροις. ὁμοίως δὲ δειχθησέται, καὶ εἴ κα ἁ ἑτέρα τᾶν ποτιπιπτουσᾶν ἐπὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ποτιπίπτῃ, ὅτι τὸ αὐτὸ συμβαίνει.

ιε΄.

Εἰ δέ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπίπτωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος, τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφερείαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας λαμβανομένας.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ *ΑΒΓΔΘ*, ἁ μὲν *ΑΒΓΔΘ* ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἁ δὲ *ΘΛΕΜ* ἐν τᾷ δευτέρᾳ. καὶ ποτιπιπτόντων εὐθεῖαι αἱ *ΑΕ*, *ΑΛ*. δεικτέον, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ *ΑΛ* ποτὶ τὰν *ΑΕ*, ὃν ἁ *ΘΚΖ* περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ *ΘΚΗ* μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ἐν ὅσῳ γὰρ χρόνῳ τὸ *Α* σαμεῖον κατὰ τᾶς εὐθείας φερόμενον τὰν *ΑΛ* γραμμὰν διαπορευέται, καὶ τὸ *Θ* σαμεῖον κατὰ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας φερόμενον ὅλαν τε τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν καὶ ἔτι τὰν *ΘΚΖ* περιφέρειαν διαπορευέται, καὶ πάλιν τὸ *Α* σαμεῖον τὰν *ΑΕ* εὐθεῖαν, καὶ τὸ *Θ* ὅλαν τε τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν καὶ ἔτι τὰν *ΘΚΗ*, ἑκάτερον ἰσοταχέως

4. εχωντι F. 6. ἐπάνω] scripsi; εξω F, uulgo. προτέροις] scripsi; πρωτοις F, uulgo. 8. ὅτι] addidi; om. F,

A lineam $A\Delta$ et Θ arcum ΘKH, utrumque aequabiliter sibi ipsum. adparet igitur, esse

$$AE : A\Delta = \Theta KZ : \Theta KH.$$

hoc enim supra in prioribus demonstratum est [prop. 2]. et eodem modo demonstrabimus, etiam si altera linearum ad spiralem ductarum in terminum spiralis inciderit, idem futurum esse.

XV.

Sin ad spiralem secunda circumactione descriptam a principio spiralis lineae ducuntur, eandem rationem inter se habebunt, quam arcus, quos commemorauimus [prop. 14], adsumpto toto circuli ambitu.

sit spiralis, in qua sit linea $AB\Gamma\Delta\Theta$, ita ut $AB\Gamma\Delta\Theta$ prima, $\Theta\Lambda EM$ secunda circumactione descripta sit. et ducantur ad spiralem lineae AE, $A\Lambda$. demonstrandum, habere lineam $A\Lambda$ ad lineam AE eandem rationem, quam arcus ΘKZ adsumpto toto circuli ambitu ad ΘKH adsumpto toto circuli ambitu.

nam quo tempore[1]) punctum A, quod in linea fertur, lineam $A\Lambda$ permeat, etiam punctum Θ, quod in ambitu circuli fertur, et totum circuli ambitum et praeterea arcum ΘKZ permeat, et rursus [quo tempore] punctum A lineam AE permeat, etiam punctum Θ totum ambitum circuli et praeterea arcum ΘKH,

1) Ut foeda uitetur anacoluthia (lin. 26 sq.), fortasse praestat lin. 22: ἐν ἴσῳ γάρ.

uulgo. 14. ἅπαξ λαμβανομένας? 15. $AB\Gamma\Delta\Theta E\Lambda M$ Torellius. 17. κοτικιπτωντι F; corr. B. 18. εχωντι F; corr. Torellius. 20. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. 23. καὶ τὸ Θ] κατα το E F; corr. Torellius.

αὐτὸ αὐτῷ φερόμενον. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ $AΛ$ γραμμὰ ποτὶ τὰν AE, ὃν ἁ $ΘKZ$ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν $ΘKH$ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας.

τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον δειχθησέται, καὶ εἴ κα ποτὶ τὰν ἐν τᾷ τρίτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποτιπεσῶντι εὐθείαι, ὅτι τὸν αὐτὸν λόγον ἑξοῦντι ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφερείαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας δὶς λαμβανομένας. ὁμοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ τὰς ἄλλας ἕλικας ποτιπιπτούσαι δεικνύνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφερείαι μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τοσαυτάκις λαμβανομένας, ὅσος ἐστὶν ὁ ἑνὶ ἐλάσσων ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν, καὶ εἴ κα ἁ ποτιπίπτουσα ἁ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος πίπτῃ.

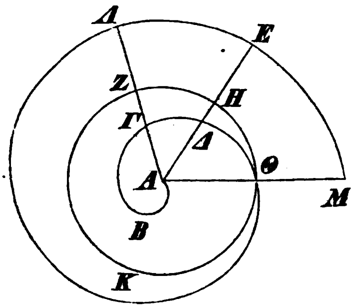
ιϛ'.

Εἴ κα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ, καὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σαμεῖον, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἃς ποιεῖ γωνίας ἁ ἐφαπτομένα ποτὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν, ἀνίσοι ἐσσούνται, καὶ ἁ μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖα, ἁ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἃς τὰ A, B, $Γ$, $Δ$, $Θ$, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. καὶ ἔστω τὸ μὲν A σαμεῖον

2. εχωντι F; corr. Torellius. γραμμαν F. 8. ὅτι] om. F; corr. Nizzius. 12. εχωντι F; corr. Torellius. ἁ ειρημενα περιφερεια F; corr. Torellius. 14. τοσαυτας F; corr. Torellius. ἑνί] ἐν F; corr. B; om. ed. Basil.; „uno minorem" Cr. 18. τη πρωτη F; corr. Torellius. 22. εσουνται F, uulgo. 23. προαγομενοις F, uulgo.

utrumque sibi ipsum aequabiliter, permeat. adparet igitur, eandem habere rationem $A\Lambda : AE$, quam arcus ΘKZ cum toto ambitu circuli ad arcum ΘKH cum toto ambitu circuli [prop. 2].



et eodem modo demonstrabimus, etiam si ad spiralem tertia circumuolutione descriptam lineae ducantur, eas eandem inter se rationem habituras esse, quam arcus, quos significauimus, cum toto ambitu circuli bis sumpto. et eodem modo etiam lineae ad ceteras spirales ductae eandem rationem habere demonstrabuntur, quam arcus, quos significauimus, cum toto ambitu circuli toties sumpto, quoties indicat numerus uno minor [numero] circumactionum, etiam si altera linearum ductarum in terminum spiralis incidat.

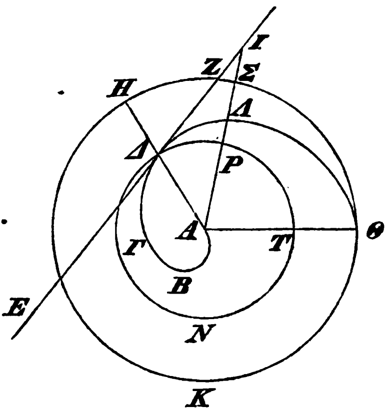
XVI.

Si spiralem prima circumactione descriptam linea recta contingit, et a puncto tactionis ad punctum, quod principium spiralis est, linea recta ducitur, anguli, quos linea contingens cum linea ad eam ducta efficit, inaequales erunt, et angulus, qui in praecedentibus est, obtusus erit, angulus autem, qui in sequentibus est, acutus.

sit spiralis, in qua sint puncta A, B, Γ, Δ, Θ, prima circumactione descripta. et sit punctum A principium

ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ $A\Theta$ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ὅ τε πρῶτος κύκλος ὁ ΘKH. ἐπιψαυέτω δέ τις εὐθεῖα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἁ $E\Delta Z$ κατὰ τὸ Δ, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐπὶ τὸ A ἐπεξεύχθω ἁ ΔA. δεικτέον, ὅτι ἁ ΔZ ποτὶ τὰν $A\Delta$ ἀμβλεῖαν ποιεῖ γωνίαν.

γεγράφθω κύκλος ὁ ΔTN κέντρῳ μὲν τῷ A, διαστήματι δὲ τῷ $A\Delta$. ἀναγκαῖον δὴ τούτου τοῦ κύκλου τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις περιφέρειαν ἐντὸς πίπτειν τᾶς ἕλικος, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτὸς διὰ τὸ τᾶν ἀπὸ τοῦ A ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτουσᾶν εὐθειᾶν τὰς μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις



μειζόνας εἶμεν τᾶς $A\Delta$, τὰς δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐλασσόνας. ὅτι μὲν οὖν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν $A\Delta$, ΔZ οὐκ ἔστιν ὀξεῖα, δῆλον, ἐπειδὴ μείζων ἐστὶ τᾶς τοῦ ἡμικυκλίου. ὅτι δὲ ὀρθὰ οὐκ ἔστι, δεικτέον οὕτως· ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ὀρθά. ἁ ἄρα $E\Delta Z$ ἐπιψαύει τοῦ ΔTN κύκλου. δυνατὸν δή ἐστιν ἀπὸ τοῦ A ποτιβαλεῖν εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἐλάσσονα λόγον ἔχειν τοῦ, ὃν ἔχει ἁ μεταξὺ

---

2. πρωτος οσ F. 3. ΔEZ F, uulgo. 7. τῷ] τᾷ Torellius. 10. τάν] τα F; corr. BC.* προαγομενοις F,

spiralis, linea autem $A\Theta$ principium circumactionis, et primus circulus ΘKH. contingat autem linea recta $E\Delta Z$ spiralem in puncto Δ, et a puncto Δ ad A ducatur linea ΔA. demonstrandum, lineam ΔZ cum linea $A\Delta$ obtusum angulum efficere.

describatur circulus ΔTN, cuius centrum sit A, radius autem $A\Delta$. itaque necesse est, huius circuli ambitum, qui in praecedentibus est, intra spiralem cadere, qui in sequentibus est, extra, quia linearum ab A ad spiralem ductarum quae in praecedentibus sunt, maiores sunt linea $A\Delta$, quae in sequentibus sunt, minores. angulum igitur lineis $A\Delta$, ΔZ comprehensum acutum non esse, adparet, cum maior sit angulo semicirculi.[1]) rectum uero eum non esse, ita demonstrandum est; sit enim, si fieri potest, rectus. itaque linea $E\Delta Z$ circulum ΔTN contingit [Eucl. III, 16 πόρισμα]. fieri igitur potest, ut ab A linea ad lineam contingentem ducatur, ita ut linea inter contingentem et ambitum circuli posita ad radium circuli minorem rationem habeat, quam habet arcus inter punctum tactionis et lineam ad contingentem

1) H. e. angulo inter lineam $A\Delta$ et arcum ΔPT comprehenso, qui maior est quolibet acuto angulo rectilineo (Eucl. III, 16); quare cum hic angulus pars sit anguli $A\Delta Z$, adparet, hunc acutum certe non esse (Eucl. I κοιν. ἐνν. 9).

uulgo. 18. ευχθειαν F. 22. των $A\Delta Z$ F, uulgo. 23. ορθη F; corr. Torellius. 24. οὕτως] per compendium paulo insolentius scriptum F; ὅν B, ed. Basil., Torellius. ορθη. ἡ F; corr. Torellius. 26. ἀπό] ἀ F.

τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς ποτιπιπτούσας περιφέρεια ποτὶ τὰν δοθεῖσαν περιφέρειαν. ποτιπιπτέτω δὴ ἁ *ΑΙ*. τεμεῖ δὴ αὐτὰ τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ *Λ*, τὰν δὲ τοῦ *ΔΝΤ* περιφέρειαν κύκλου κατὰ τὸ *Ρ*. καὶ ἐχέτω ἁ *ΡΙ* εὐθεῖα ποτὶ τὰν *ΑΡ* ἐλάσσονα λόγον τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΔΡ* περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΔΝΤ* περιφέρειαν. καὶ ὅλα ἄρα ἁ *ΙΑ* ποτὶ τὰν *ΑΡ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ *ΡΔΝΤ* περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΔΝΤ* περιφέρειαν, τουτέστιν ὃν ἔχει ἁ *ΣΗΚΘ* περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΗΚΘ* περιφέρειαν. ὃν δὲ ἁ *ΣΗΚΘ* περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΗΚΘ* περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ *ΑΛ* εὐθεῖα ποτὶ τὰν *ΑΔ*. δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ *ΑΙ* ποτὶ τὰν *ΑΡ*, ἤπερ ἁ *ΛΑ* ποτὶ τὰν *ΑΔ*· ὅπερ ἀδύνατον. ἴσα γὰρ ἁ *ΡΑ* τᾷ *ΑΔ*. οὐκ ἄρα ἐστὶν ὀρθὰ ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν *ΑΔ*, *ΔΖ*. δεδείκται δέ, ὅτι οὐδὲ ὀξεῖα. ἀμβλεῖα ἄρα ἐστίν. ὥστε ἁ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστιν. ὁμοίως δὲ δειχθησέται, καὶ εἴ κα ἁ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ, ὅτι τὸ αὐτὸ συμβησέται.

ιζ'.

Καὶ τοίνυν εἴ κα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ ἁ εὐθεῖα, τὸ αὐτὸ συμβησέται.

ἐπιψαυέτω γὰρ ἁ *ΕΖ* εὐθεῖα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ *Δ*, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον κατεσκευάσθω. ὁμοίως δὴ τᾶς τοῦ *ΡΝΔ* περιφερείας κύκλου τὰ μὲν ἐν τοῖς προαγου-

1. περιφέρεια] scripsi; περιφερειας F, uulgo. 6. *ΔΤΝ* Torellius. 9. *ΗΚΘ*] *Η* supra scriptum manu 2 F. 14. *ΑΔ*] *ΑΔ*, μείζων δὲ ἁ *ΙΑ* τᾶς *ΑΛ* Commandinus, Torellius, Nizzius. ορθη F; corr. Torellius, ut p. 68 lin. 3, 4. 15.

ductam positus ad datum arcum [prop. 5]. ducatur igitur ad lineam contingentem linea AI. ea igitur spiralem in puncto A, ambitum autem circuli ΔNT[1]) in puncto P secabit. et sit $PI : AP < \Delta P : \Delta NT$. quare etiam $IA : AP < P\Delta NT : \Delta NT$[2]), h. e. $< \Sigma HK\Theta : HK\Theta$.[3]) sed $\Sigma HK\Theta : HK\Theta = AA : A\Delta$. hoc enim demonstratum est [prop. 14]. itaque

$$AI : AP < AA : A\Delta;$$

quod fieri non potest. nam $PA = A\Delta$ [et $IA > AA$] [Eucl. V, 8]. itaque angulus lineis $A\Delta$, ΔZ comprehensus rectus non est. et demonstratum est, ne acutum quidem eum esse. itaque obtusus est. quare reliquus angulus acutus est. et eodem modo demonstrabitur, etiam si linea spiralem contingens in termino contingat, idem futurum esse.

XVII.

Iam etiam si spiralem secunda circumactione descriptam linea contingit, idem futurum est.

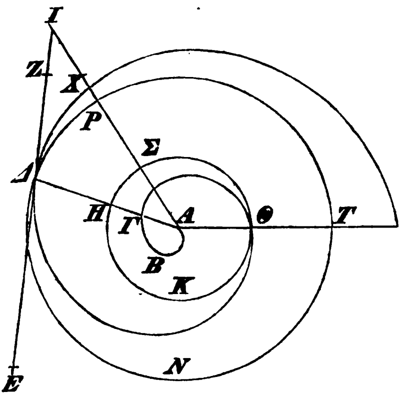
contingat enim linea EZ spiralem secunda circumactione descriptam in puncto Δ, et cetera eodem modo, quo supra [prop. 16], comparentur. itaque, ut supra, ea pars ambitus circuli $PN\Delta$, quae in praecedentibus

1) Mirus uerborum ordo lin. 3—4 defenditur simili loco lin. 27.
2) Sc. συνθέντι; Pappus VII, 46' p. 686.
3) Nam

$$P\Delta NT : \Delta NT = \angle PAT\ (> 180^0) : \Delta AT\ (> 180^0) = \Sigma HK\Theta : HK\Theta \text{ (Eucl. VI, 33).}$$

των per comp. F; corr. Torellius. $A\Delta Z$ F, uulgo. δέ] om. F; corr. AB. 18. ὅτι] addidi; om. F, uulgo. 24. EZ] AZ F. 25. περιφορᾷ] scripsi; περιφορας F, uulgo.

μένοις τᾶς ἕλικος ἐντὸς πεσοῦνται, τὰ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ἐκτός. ἁ οὖν γωνία ἁ ὑπὸ τᾶν ΑΔ, ΔΖ οὐκ ἔστιν ὀρθά, ἀλλὰ ἀμβλεῖα. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ὀρθά. ἐπιψαύσει δὴ ἁ ΕΖ τοῦ ΡΝΔ κύκλου κατὰ τὸ Δ. ἄχθω δὴ πάλιν ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν ἁ ΑΙ, καὶ τεμνέτω τὰν μὲν ἕλικα κατὰ τὸ Χ, τὰν δὲ τοῦ ΡΝΔ κύκλου περιφέρειαν κατὰ τὸ Ρ. ἐχέτω δὲ ἁ ΡΙ ποτὶ ΡΑ ἐλάσσονα λόγον τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΔΡ περιφέρεια ποτὶ ὅλαν



τὰν τοῦ ΔΡΝ κύκλου περιφέρειαν καὶ [ποτὶ] τὰν ΔΝΤ. δεδείκται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν. καὶ ὅλα ἄρα ἁ ΙΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΡΔΝΤ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν ΔΝΤ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας. ἀλλ' ὃν ἔχει λόγον ἁ ΡΔΝΤ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ ΔΝΤΡ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν ΔΝΤ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ ΔΝΤΡ κύκλου περιφερείας, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ ΣΗΚΘ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τᾶς ΘΣΗΚ ποτὶ τὰν ΗΚΘ περιφέρειαν μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ ΘΣΗΚ κύκλου περιφερείας. ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ ὕστερον εἰρημέναι περιφερείαι,

2. ΑΔΖ F, uulgo. 6. τάν] τα F. 13. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius. 17. ποτί] deleo. In figura pro

est, intra spiralem cadet, quae in sequentibus est, extra. angulus igitur lineis $A\Delta$, ΔZ comprehensus rectus non est, sed obtusus. sit enim, si fieri potest, rectus. continget igitur linea EZ circulum $PN\Delta$ in puncto Δ [Eucl. III, 16 πόρισμα]. rursus igitur ad lineam contingentem ducatur linea AI, et spiralem in puncto X, ambitum autem circuli $PN\Delta$ in puncto P secet. et sit $PI : PA < \Delta P : \Delta PN$[1]) $+ \Delta NT$. nam demonstratum est, hoc fieri posse [prop. 5]. quare erit [p. 67 not. 2] $IA : AP < P\Delta NT + \Delta PN : \Delta NT + \Delta PN$. est autem

$$P\Delta NT + \Delta NTP^{2)} : \Delta NT + \Delta NTP$$
$$= \Sigma HK\Theta + \Theta\Sigma HK^{3)} : HK\Theta + \Theta\Sigma HK = XA : A\Delta.$$

1) Significaui hoc modo ambitum totum circuli ΔPN, ut rursus h. pag. lin. 10 bis.

2) Per ΔNTP hoc loco idem significatur, quod supra per ΔPN (u. not. 1).

3) H. e. totus ambitus circuli $\Theta\Sigma HK$. proportio autem hoc modo sequitur: sit $P\Delta NT = P_1$, $\Delta NTP = C$, $\Delta NT = P$, $\Sigma HK\Theta = p_1$, $\Theta\Sigma HK = c$, $HK\Theta = p$. erit igitur $P_1 : p_1 = C : c$ (Eucl. VI, 33 πόρ.; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 14); quare $P_1 + C : p_1 + c = P_1 : p_1$; praeterea $P : p = C : c$ et $P + C : p + c = P : p$; sed $P_1 : p_1 = P : p$ [p. 67 not. 3). itaque $P_1 + C : p_1 + c = P + C : p + c$, et ἐναλλάξ $P_1 + C : P + C = p_1 + c : p + c$, q. e. d.

Θ in F est O. 26. περιφερειαν F. 29. εχουσιν F; corr. Torellius.

τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ XA εὐθεῖα ποτὶ τὰν $A\Delta$ εὐθεῖαν. δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ IA ποτὶ τὰν AP, ἢ ἁ AX ποτὶ τὰν $A\Delta$· ὅπερ ἀδύνατον. ἴσα μὲν γὰρ ἁ PA τᾷ $A\Delta$, μείζων δὲ ἁ IA τᾶς AX. δῆλον οὖν, ὅτι ἀμβλεῖά ἐστιν ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν $A\Delta$, ΔZ. ὥστε ἁ λοιπὰ ὀξεῖά ἐστι. τὰ δ' αὐτὰ συμβησέται, καὶ εἴ κα ἁ ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἐπιψαύῃ.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Ὁμοίως δὲ δειχθησέται, καὶ εἴ κα τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, καὶ εἴ κα κατὰ τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅτι ἀνίσους ποιήσει [τὰς] γωνίας ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶς ἀφᾶς ἐπιζευχθεῖσαν ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τὰν μὲν ἐν τοῖς προαγουμένοις ἀμβλεῖαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖαν.

ιη'.

Εἴ κα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, ἀπὸ δὲ τοῦ σαμείου, ὅ ἐστιν ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ποτ' ὀρθὰς ἀχθῇ τις τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ἁ ἀχθεῖσα συμπεσεῖται τᾷ ἐπιψαυούσᾳ, καὶ ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐσσεῖται τᾷ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ.

ἔστω ἕλιξ ἁ $AB\Gamma\Delta\Theta$, ἔστω δὲ τὸ A σαμεῖον ἀρχὰ

3. ἁ] (alt.) om. F; corr. Torellius. 4. ιση F; corr. Torellius. ἁ] (bis) η F; corr. Torellius, ut lin. 5, 6. τᾷ] τη F; corr. Torellius. 5. τᾶς] της F; corr. Torellius. περιεχομενη F; corr. Torellius. 6. $A\Delta Z$ F, uulgo. λοιπη F; corr. Torellius. 11. περιφορᾷ] addidi; om. F, uulgo; „quacunque reuolutione" Cr. 12. τάς] deleo. 21. συνπεσειται F. ἁ] om. F.

hoc enim demonstratum est [prop. 15]. quare erit $I A : A P < A X : A \varDelta$; quod fieri non potest. [nam $P A = A \varDelta$, et $I A > A X$].[1]) adparet igitur, angulum lineis $A \varDelta$, $\varDelta Z$ comprehensum obtusum esse.[2]) quare reliquus angulus acutus est. eadem autem euenient, etiam si linea contingens in termino spiralis contigerit.

COROLLARIUM.

Eodem autem modo demonstrabimus, etiam si spiralem qualibet circumactione descriptam linea aliqua contingat, etiam si in termino eius, inaequales eam angulos effecturam esse cum linea a puncto tactionis ad principium spiralis ducta, et angulum in praecedentibus positum obtusum fore, qui in sequentibus positus sit, acutum.[3])

XVIII.

Si spiralem prima circumactione descriptam linea recta contigerit in termino spiralis, et a puncto, quod principium est spiralis, linea ad principium circumactionis perpendicularis ducta erit, linea [ita] ducta in contingentem incurret, et linea inter contingentem et principium spiralis posita aequalis erit ambitui circuli primi.

sit spiralis $AB\Gamma\varDelta\Theta$, et punctum A principium

---

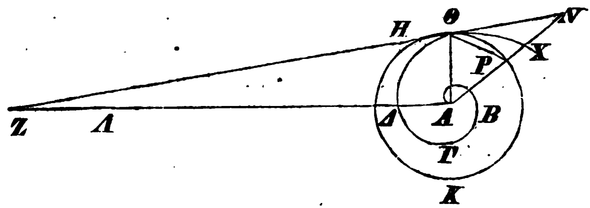
1) Putauerim, uerba ἴσα μέν lin. 4 — τᾶς AX lin. 5 subditiua esse, cum quia formae uulgares in cod. F hoc loco constanter traditae sunt, tum quod Archimedes, si causam plene adferre uoluisset, hoc sine dubio non hoc loco, sed supra p. 66, 14, ubi leuis tantum significatio additur, fecisset.

2) Nam ne acutus quidem est; u. p. 65 not. 1.

3) Cfr. prop. 15 corollarium.

τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ ΘΑ γραμμὰ ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ὁ δὲ ΘΗΚ κύκλος ὁ πρῶτος. ἐπιψαυέτω δέ τις τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ Θ, ἁ ΘΖ, καὶ ἀπὸ τοῦ Α ἄχθω ποτ' ὀρθὰς τᾷ ΘΑ ἁ ΑΖ. συμπεσεῖται δὴ αὐτὰ ποτὶ τὰν ΘΖ, ἐπεὶ αἱ ΖΘ, ΘΑ ὀξεῖαν γωνίαν περιέχοντι. συμπιπτέτω κατὰ τὸ Ζ. δεικτέον, ὅτι ἁ ΖΑ ἴσα ἐστὶ τᾷ τοῦ ΘΚΗ κύκλου περιφερείᾳ.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. ἔλαβον δή τινα εὐθεῖαν τὰν ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσονα, τᾶς δὲ τοῦ



ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζονα. ἔστιν δὴ κύκλος τις ὁ ΘΗΚ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΘΗ, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ ΑΛ, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΗΘ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν, διότι καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ΘΑ ποτὶ ΑΖ. δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν ποτὶ τὰν ἐκβεβλημέναν τὰν ΑΝ, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΝΡ ποτὶ ΘΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΘΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. ἕξει οὖν ἁ ΝΡ ποτὶ τὰν ΡΑ λόγον, ὃν ἁ ΘΡ εὐθεῖα ποτὶ τὰν ΑΛ. ἁ δὲ ΘΡ ποτὶ τὰν ΑΛ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ

3. ποτ'] προς per comp. F; corr. V. 5. περιεχουσιν F;

spiralis sit, linea autem ΘA principium circumactionis, circulus autem ΘHK primus. contingat autem [linea] aliqua ΘZ spiralem in puncto Θ, et a puncto A ad lineam ΘA perpendicularis ducatur linea AZ. ea igitur in lineam ΘZ incurret, quoniam lineae $Z\Theta$, ΘA acutum angulum comprehendunt [prop. 16; tum u. Eucl. I αἰτ. 5]. incidat in eam in puncto Z. demonstrandum, lineam ZA aequalem esse ambitui circuli ΘKH.

nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. sit prius, si fieri potest, maior. sumpsi igitur lineam aliquam ΛA minorem linea ZA, maiorem autem ambitu circuli ΘHK [prop. 4]. itaque datus est circulus quidam ΘHK, et in circulo linea ΘH minor diametro[1]), et ratio $\Theta A : A\Lambda$ maior ea, quam habet dimidia linea $H\Theta$ ad lineam a puncto A ad eam perpendicularem ductam, quia ea quoque minor est, quam habet

$$\Theta A : AZ.^{2})$$

fieri igitur potest, ut ab A ad lineam productam AN linea ducatur, ita ut sit $NP : \Theta P = \Theta A : A\Lambda$ [prop. 7]. erit igitur $NP : PA = \Theta P : A\Lambda$.[3]) sed linea ΘP ad $A\Lambda$ minorem rationem habet, quam arcus ΘP ad amb-

---

1) Nam ΘZ, spiralem contingens, extra eam cadet, nec per punctum A transire potest; tum u. Eucl. III, 7.

2) Nam $A\Lambda > ZA$ (tum u. Eucl. V, 8). Et si ducitur linea ab A ad $H\Theta$ perpendicularis, eam in duas partes aequales secabit (Eucl. III, 3), et efficietur triangulus similis triangulo $A\Theta Z$ (Eucl. VI, 8); tum u. Eucl. VI, 4.

3) Nam ἐναλλάξ: $NP : \Theta A = \Theta P : A\Lambda$, et $\Theta A = PA$.

---

corr. Torellius. 13. ποτί] πϱος per comp. F; corr. V (? u. Torellius p. 236 e), ut lin. 16. 17. τάν] (prius) ταν ταν F; corr. D. 19. ποτὶ τὰν ΘP εὐθεῖαν dubitans Nizzius.

ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. ἁ μὲν γὰρ ΘΡ εὐθεῖα ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ΘΡ περιφερείας, ἁ δὲ ΑΛ εὐθεῖα τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας μείζων. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἕξει καὶ ἁ ΝΡ ποτὶ ΡΑ, ἢ ἁ ΘΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. καὶ ὅλα οὖν ἁ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ ΘΡ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΘΡ περιφέρεια μεθ' ὅλας τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ποτὶ τὰν τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ. δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΝΑ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἤπερ ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΘ· ὅπερ ἀδύνατον. ἁ μὲν γὰρ ΝΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ΑΧ, ἁ δὲ ΑΡ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΘΑ. οὐκ ἄρα μείζων ἁ ΖΑ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ ΘΗΚ.

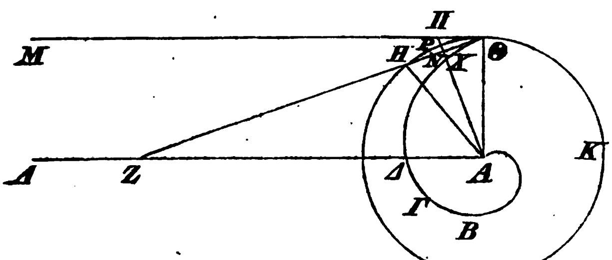
ἔστω δὴ πάλιν, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων ἁ ΖΑ τᾶς τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας. ἔλαβον δή τινα εὐθεῖαν πάλιν τὰν ΑΛ τᾶς μὲν ΑΖ μείζονα, τᾶς δὲ τοῦ ΘΗΚ κύκλου περιφερείας ἐλάσσονα, καὶ ἄγω ἀπὸ τοῦ Θ τὰν ΘΜ παράλληλον τᾷ ΑΖ. πάλιν οὖν κύκλος ἐστὶν ὁ ΘΗΚ, καὶ ἐν αὐτῷ ἐλάσσων γραμμὰ τᾶς διαμέτρου ἁ ΘΗ, καὶ ἄλλα ἐπιψαύουσα τοῦ κύκλου κατὰ τὸ Θ, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ ΑΘ ποτὶ τὰν ΑΛ, ἐλάσσων

---

1. *ΘΗΚ*] *ΘΗ* F; corr. Torellius. 4. *ποτί*] *προς* per comp. F; corr. V(?). 11. *τὰν ΑΘ*] Torellius; *τον* (comp.) *ΑΘ* F, uulgo. 12. *ἄρα*] om. F; corr. AB. 17. *ιθ'* F; om. uulgo, sed infra pro prop. 19 in Cr. est prop. 20, et sic deinceps. 19. *την* F; corr. Torellius.

itum circuli ΘHK. nam linea ΘP minor est arcu ΘP, et linea $A\Lambda$ maior ambitu circuli ΘHK [ex hypothesi]. quare etiam linea NP ad PA minorem rationem habebit, quam arcus ΘP ad ambitum circuli ΘHK. itaque etiam tota linea NA ad lineam AP minorem rationem habet, quam arcus ΘP cum toto ambitu circuli ad ambitum circuli ΘHK.[1]) sed quam rationem habet arcus ΘP cum toto ambitu circuli ΘHK ad ambitum circuli ΘHK, eam habet $XA : A\Theta$. hoc enim demonstratum est [prop. 15]. quare erit $NA : AP < XA : A\Theta$; quod fieri non potest. nam $NA > AX$, et $AP = \Theta A$. quare linea ZA maior non erit ambitu circuli ΘHK.

rursus, si fieri potest, linea ZA minor sit ambitu circuli ΘHK. sumpsi igitur rursus lineam quandam $A\Lambda$ linea AZ maiorem, ambitu autem circuli ΘHK



minorem [prop. 4], et a puncto Θ lineae AZ parallelam duco lineam ΘM. rursus igitur datus est circulus ΘHK, et in eo linea diametro minor ΘH [p. 73 not. 1], et alia linea [ΘM] circulum in puncto Θ contingens [Eucl. III, 16 πόρ.], et ratio $A\Theta : A\Lambda$ minor ea, quam

1) Sc. συνθέντι; u. p. 67 not. 2.

τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς *ΗΘ* ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ *Α* κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν, ἐπειδὴ καὶ τοῦ, ὃν ἔχει ἁ *ΘΑ* ποτὶ *ΑΖ*, ἐλάσσων ἐστί. δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ *Α* ἀγαγεῖν τὰν *ΑΠ* ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὥστε τὰν *ΡΝ* τὰν μεταξὺ τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ εὐθείας καὶ τᾶς περιφερείας ποτὶ τὰν *ΘΠ* ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιψαυούσας τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ *ΘΑ* ποτὶ τὰν *ΑΛ*. τεμεῖ δὴ ἁ *ΑΠ* τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ *Ρ*, τὰν δὲ ἕλικα κατὰ τὸ *Χ*. καὶ ἕξει καὶ ἐναλλὰξ τὸν αὐτὸν λόγον ἁ *ΝΡ* ποτὶ *ΡΑ*, ὃν ἁ *ΘΠ* ποτὶ *ΑΛ*. ἁ δὲ *ΘΠ* ποτὶ τὰν *ΑΛ* μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ *ΘΡ* περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ *ΘΗΚ* κύκλου περιφέρειαν. ἁ μὲν γὰρ *ΘΠ* εὐθεῖα μείζων ἐστὶ τᾶς *ΘΡ* περιφερείας, ἁ δὲ *ΑΛ* ἐλάσσων τᾶς τοῦ *ΘΗΚ* κύκλου περιφερείας. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ *ΝΡ* ποτὶ τὰν *ΑΡ*, ἢ ἁ *ΘΡ* περιφέρεια ποτὶ τὰν τοῦ *ΘΗΚ* κύκλου περιφέρειαν. ὥστε καὶ ἁ *ΡΑ* ποτὶ τὰν *ΑΝ* μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ τοῦ *ΘΗΚ* κύκλου περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΘΚΡ* περιφέρειαν. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ τοῦ *ΘΗΚ* κύκλου περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΘΚΡ* περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ *ΘΑ* εὐθεῖα ποτὶ τὰν *ΑΧ*. δεδείκται γὰρ τοῦτο. μείζονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ *ΡΑ* ποτὶ τὰν *ΑΝ*, ἢ ἁ *ΘΑ* ποτὶ τὰν *ΑΧ*· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ἁ *ΖΑ* τᾶς τοῦ *ΘΗΚ* κύκλου περιφερείας· ἴσα ἄρα.

3. ποτί] προς per comp. F; corr. V (?), ut lin. 10, 11 (prius). 18. *ΘΗΚ*] *ΘΝΚ* F; corr. manus 2. 25. ιση F; corr. Torellius.

habet dimidia linea $H\Theta$ ad lineam a puncto A ad eam perpendicularem ductam, quoniam minor est ea, quam habet $\Theta A : AZ$ [p. 73 not. 2]. fieri igitur potest, ut ab A ducatur linea $A\Pi$ ad lineam contingentem, ita ut sit $PN : \Theta\Pi = \Theta A : A\varLambda$ [prop. 8]. itaque linea $A\Pi$ circulum in puncto P secabit, spiralem autem in puncto X. et etiam uicissim erit [Eucl. V, 16] $NP : PA$[1]) $= \Theta\Pi : A\varLambda$. linea autem $\Theta\Pi$ ad $A\varLambda$ maiorem rationem habet, quam arcus ΘP ad ambitum circuli ΘHK; nam linea $\Theta\Pi$ maior est arcu ΘP[2]), et $A\varLambda$ minor ambitu circuli ΘHK [ex hypothesi]. itaque maiorem rationem habet $NP : AP$, quam arcus ΘP ad ambitum circuli ΘHK. quare etiam $PA : NA$ maiorem rationem habet, quam ambitus circuli ΘHK ad arcum ΘKP.[3]) sed quam rationem habet ambitus circuli ΘHK ad arcum ΘKP, eam habet $\Theta A : AX$. hoc enim demonstratum est [prop. 14]. erit igitur $PA : AN > \Theta A : AX$; quod fieri non potest.[4]) itaque linea ZA neque maior est neque minor ambitu circuli ΘHK. itaque aequalis est.

1) Nam $PA = \Theta A$.

2) Si ducitur $H\Pi$, erit $H\Pi + \Pi\Theta$ maior arcu $H\Theta$ (de sph. et cyl. I λαμβ. 2 p. 8); sed $H\Pi + \Pi\Theta = 2\Theta\Pi$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 15), et arcus

$$H\Theta = 2\Theta P \supset : \Theta\Pi > \Theta P.$$

3) Nam ἀνάπαλιν est $AP : NP < \Theta HK : \Theta P$ (Pappus VII, 49 p. 688), et ἀναστρέψαντι $AP : AN > \Theta HK : \Theta KP$ (Pappus VII, 48 p. 686).

4) $PA = \Theta A$, et $AN > AX$; tum u. Eucl. V, 8.

ιθ'.

Εἰ δέ κα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ εὐθεῖα ἁ μεταξὺ τᾶς ἐπιψαυούσας καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος διπλασία τᾶς τοῦ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

ἔστω γὰρ ἁ μὲν ΑΒΓΘ ἕλιξ ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, ἁ δὲ ΘΕΤ ἐν τᾷ δευτέρᾳ, καὶ ὁ μὲν ΘΚΗ κύκλος ὁ πρῶτος, ὁ δὲ ΤΜΝ ὁ δεύτερος. ἔστω δέ τις γραμμὰ ἐπιψαύουσα τᾶς ἕλικος κατὰ τὸ Θ, ἁ ΤΖ, ἁ δὲ ΖΑ ποτ' ὀρθὰς ἄχθω τᾷ ΤΑ. συμπεσεῖται δὴ αὐτὰ τᾷ ΤΖ διὰ τὸ δεδεῖχθαι τὰν γωνίαν ὀξεῖαν ἐοῦσαν τὰν ὑπὸ τᾶν ΑΤ, ΤΖ. δεικτέον, ὅτι ἁ ΖΑ εὐθεῖα διπλασία ἐντὶ τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας.

εἰ γὰρ μή ἐστι διπλασία, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία ἢ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλασία. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων ἢ διπλασία. καὶ λελάφθω τις εὐθεῖα ἁ ΛΑ τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας μείζων ἢ διπλασία. ἔστιν δή τις κύκλος ὁ ΤΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ δεδομένα ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΤΝ, καὶ ὃν ἔχει ἁ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΛ, μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΤΝ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομέναν. δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΣ ποτὶ τὰν ΤΝ ἐκβεβλημέναν ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς

1. κ' F. 2. κα] scripsi; κατα F, uulgo; del. Nizzius. 3. επιψαυοι F; corr. Torellius. 5. συνπεσειται F. 7. αρχας

XIX.

Sin spiralem secunda circumactione descriptam in termino contingit linea, et a principio spiralis linea ad principium circumactionis perpendicularis ducitur, ea in lineam contingentem incidet, et linea inter contingentem et principium spiralis posita duplo maior erit ambitu circuli secundi.

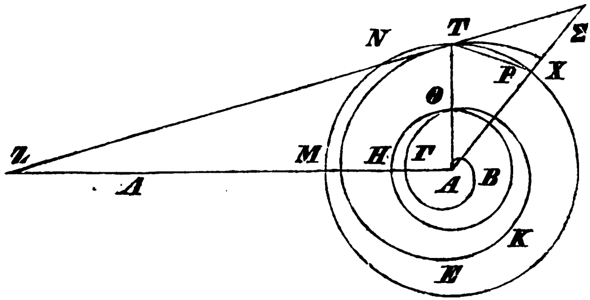
nam spiralis *ΑΒΓΘ* prima circumactione descripta sit, *ΘΕΤ* autem secunda, et circulus *ΘΚΗ* primus sit, *ΤΜΝ* autem secundus. et linea aliqua *ΤΖ* spiralem contingat in puncto *Θ*, et linea *ΖΑ* ad lineam *ΤΑ* perpendicularis ducatur. ea igitur in lineam *ΤΖ* incidet, quia demonstratum est, angulum lineis *ΑΤ*, *ΤΖ* comprehensum acutum esse [prop. 17]. demonstrandum, lineam *ΖΑ* duplo maiorem esse ambitu circuli *ΤΜΝ*.

nam si duplo maior non est, aut maior est aut minor quam duplo maior. sit prius, si fieri potest, maior quam duplex. et sumatur linea *ΛΑ* minor quam duplo maior linea *ΖΑ*, sed maior quam duplo maior ambitu circuli *ΤΜΝ* [prop. 4]. itaque datus est circulus *ΤΜΝ*, et in circulo linea minor diametro, *ΤΝ* [p. 73 not. 1], et [ratio] *ΤΑ* : *ΑΛ* maior ea, quam habet dimidia linea *ΤΝ* ad lineam ab *Α* ad eam perpendicularem ductam [p. 73 not. 2]. fieri igitur potest, ut ab *Α* linea *ΑΣ* ad lineam *ΤΝ* productam ita

---

και τας F; corr. B. 14. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. *αὐτά*] Nizzius; *τα αυτα* F, uulgo. 15. *ουσαν* F, uulgo. *τᾶν*] *τῶν* per comp. F; corr. V. *ΑΤΖ* F, uulgo. 23. *γραμμὰ δεδομένα*] scripsi; *γεγραμμενα* F, uulgo; *γραμμά* B; „linea data" Cr. 24. *ἔχει λόγον* B*D, ed. Basil., Torellius (non C*).

περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας τὰν ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΤΑ ποτὶ τὰν ΑΔ. τεμεῖ δὴ ἁ ΑΣ τὸν μὲν κύκλον κατὰ τὸ Ρ, τὰν δὲ



ἕλικα κατὰ τὸ Χ. καὶ ἐναλλὰξ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ ΡΣ ποτὶ τὰν ΤΑ, ὃν ἁ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΔ. ἁ δὲ ΤΡ ποτὶ τὰν ΑΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν. ἔστιν γὰρ ἁ μὲν ΤΡ εὐθεῖα ἐλάσσων τᾶς ΤΡ περιφερείας, ἁ δὲ ΑΔ εὐθεῖα μείζων ἢ διπλασία τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΡΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. ὅλα οὖν ἁ ΣΑ ποτὶ τὰν ΑΡ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΤΡ περιφέρεια μετὰ τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας δὶς εἰρημένας ποτὶ τὰν τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφέρειαν δὶς εἰρημέναν. ὃν δὲ λόγον ἔχοντι αἱ εἰρημέναι περιφερείαι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΑΤ. δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΑΣ ποτὶ τὰν ΑΡ, ἢ ἁ ΧΑ ποτὶ τὰν ΤΑ· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ἢ διπλασία ἁ

---

2. εχει F; corr. B. 7. διπλασια F. ΤΜΝ] ΜΝ F;

ducatur, ut sit $P\Sigma : TP = TA : AA$. $A\Sigma$ igitur circulum in puncto P secabit, spiralem autem in puncto X. et uicissim erit [Eucl. V, 16]: $P\Sigma : TA = TP : AA$. sed ratio $TP : AA$ minor est ea, quam habet arcus TP ad duplicem ambitum circuli TMN. nam linea TP minor est arcu TP, et linea AA maior quam duplo maior ambitu circuli TMN. quare linea $P\Sigma$ ad AP[1]) minorem rationem habet, quam arcus TP ad duplicem ambitum circuli TMN. itaque tota linea ΣA ad AP minorem rationem habet, quam arcus TP cum ambitu circuli TMN bis numerato ad ambitum circuli TMN bis numeratum.[2]) sed quam rationem habent ambitus, quos significauimus, eam habet $XA : AT$. hoc enim demonstratum est.[3]) itaque

$$A\Sigma : AP < XA : TA;$$

quod fieri non potest.[4]) itaque linea ZA maior non

---

1) Nam $AP = AT$.

2) Sc. συνθέντι; u. p. 67 not. 2.

3) Prop. 15; hoc loco altera linea in terminum spiralis cadit; sed hoc nihil ad demonstrationem referre, diserte dictum est prop. 14 p. 60, 6 et 15 coroll. p. 62, 15. tum arcus a linea ad terminum spiralis uersus abscisus nullus est.

4) Nam $A\Sigma > XA$ et $AP = TA$; tum u. Eucl. V, 8.

M ed. Basil., uulgo; corr. Torellius. 14. *τοῦ*] addidi; om. F, uulgo. 15. *εἰλημμένας* et lin. 16 *εἰλημμέναν* Torellius. 16. *εχουσιν* F, uulgo. 19. *AP ἢ ἁ XA ποτὶ τάν* repetuntur in F.

ΖΑ εὐθεῖα τᾶς τοῦ ΤΜΝ κύκλου περιφερείας. ὁμοίως δὲ δειχθησέται, ὅτι οὐδὲ ἐλάττων ἢ διπλασία. δῆλον οὖν, ὅτι διπλασία ἐστίν.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δεικτέον, καὶ εἴ κα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ποτ' ὀρθὰς ἀχθεῖσα τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς συμπίπτῃ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, ὅτι πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς τοῦ κύκλου περιφερείας τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τᾶς περιφορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.

κ'.

Εἴ κα τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας εὐθεῖα γραμμὰ ἐπιψαύῃ μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, ἀπὸ δὲ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐπιζευχθῇ, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήματι δὲ τᾷ ἐπιζευχθείσᾳ κύκλος γραφῇ, ἀπὸ δὲ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθὰς τᾷ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθείσᾳ, συμπεσεῖται αὐτὰ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν, καὶ ἐσσεῖται ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τᾶς τε συμπτώσιος καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα τᾷ περιφερείᾳ τοῦ γραφέντος κύκλου τᾷ μεταξὺ τᾶς ἁφᾶς καὶ τᾶς τομᾶς, καθ' ἂν τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς, ἐπὶ τὰ

9. *ὅτι*] Nizzius; om. F, uulgo. 13. *κα'* F. 19. *τᾷ*] om. F; corr. ABC. Initio prop. 20 spatium uacat in F. 21. *ἐσσεῖται*] *εσειται* F. 22. *συμπτώσιος*] scripsi; *συμπτωσιας* F, uulgo. 24. *τᾷ*] *τας* F; corr. B man. 2*. *ἂν*] scripsi; *ὁ* F, uulgo.

est quam duplo maior ambitu circuli *TMN*. et similiter demonstrabimus, eam ne minorem quidem esse quam duplo maiorem. adparet igitur, eam duplo maiorem esse.

COROLLARIUM.

Eodem modo demonstrandum, etiam si spiralem qualibet circumactione descriptam linea in termino spiralis contingat, et a principio spiralis linea ad principium circumactionis perpendicularis ducatur et in contingentem incidat, eam toties multiplicem esse quam ambitum circuli ex numero circumactionis nominati, quoties indicet idem numerus.[1])

XX.

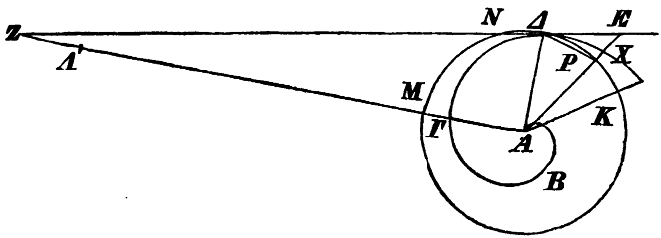
Si spiralem prima circumactione descriptam recta linea contingit extra terminum spiralis, et a puncto tactionis ad principium spiralis linea ducitur, et describitur circulus, cuius centrum est principium spiralis, radius autem linea ducta, et a principio spiralis linea ducitur ad lineam a puncto tactionis ad principium spiralis ductam perpendicularis, ea in lineam contingentem incidet, et linea inter punctum concursionis et principium spiralis posita aequalis erit ambitui circuli descripti inter punctum tactionis et sectionem posito, in qua circulus descriptus principium

1) Cfr. prop. 15 coroll. et prop. 17 coroll.

προαγούμενα λαμβανομένας τᾶς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σαμείου τοῦ ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔ, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ ἐπιψαυέτω τις αὐτᾶς εὐθεῖα ἁ ΕΔΖ κατὰ τὸ Δ, ἀπὸ δὲ τοῦ Δ ποτὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπεζεύχθω ἁ ΑΔ, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ Α, διαστήματι δὲ τῷ ΑΔ κύκλος γεγράφθω ὁ ΔΜΝ. τεμνέτω δ' οὗτος τὰν ἀρχὰν τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸ Κ. ἄχθω δὲ ἁ ΖΑ ποτὶ τὰν ΑΔ ὀρθά. ὅτι μὲν οὖν αὐτὰ συμπίπτει ποτὶ τὰν ΖΔ, δῆλον· ὅτι δὲ καὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΖΑ εὐθεῖα τᾷ ΚΜΝΔ περιφερείᾳ, δεικτέον.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάσσων. ἔστω, εἰ δυνατόν, πρότερον μείζων. λελάφθω δή τις ἁ ΛΑ



τᾶς μὲν ΖΑ εὐθείας ἐλάσσων, τᾶς δὲ ΚΜΝΔ περιφερείας μείζων. πάλιν δὴ κύκλος ἐστὶν ὁ ΚΜΝ, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰ ἐλάσσων τᾶς διαμέτρου ἁ ΔΝ, καὶ λόγος, ὃν ἔχει ἁ ΔΑ ποτὶ ΑΛ μείζων τοῦ, ὃν ἔχει ἁ ἡμίσεια τᾶς ΔΝ ποτὶ τὰν ἀπὸ τοῦ Α κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν. δυνατὸν οὖν ἐστιν ἀπὸ τοῦ Α ποτιβαλεῖν τὰν ΑΕ ποτὶ τὰν ΝΔ ἐκβεβλημέναν, ὥστε τὰν ΕΡ ποτὶ τὰν ΔΡ τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΛ. δεδείκται γὰρ τοῦτο δυνατὸν ἐόν.

1. *προαγμενα* F, supra scripto compendio *ου* insolenter

circumactionis secat, ambitu a puncto in principio circumactionis posito ad praecedentia uersus sumpto.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta$, prima circumactione descripta, et eam contingat linea aliqua $E\Delta Z$ in puncto Δ, et a puncto Δ ad principium spiralis ducatur $A\Delta$, et describatur circulus ΔMN, cuius centrum sit A, radius autem $A\Delta$. hic autem principium circumactionis in puncto K secet. et ducatur linea ZA ad lineam $A\Delta$ perpendicularis. adparet igitur, eam in lineam $Z\Delta$ incidere [angulus enim $A\Delta Z$ acutus est; prop. 16]. sed demonstrandum est, lineam ZA etiam aequalem esse arcui $KMN\Delta$.

nam si non est, aut maior est aut minor. sit prius, si fieri potest, maior. sumatur igitur linea ΛA minor linea ZA, sed maior arcu $KMN\Delta$ [prop. 4]. rursus igitur datus est circulus KMN, et in circulo linea ΔN minor diametro [p. 73 not. 1], et ratio $\Delta A : A\Lambda$ maior ea, quam habet dimidia linea ΔN ad lineam ab A ad eam perpendicularem ductam [p. 73 not. 2]. fieri igitur potest, ut ab A ducatur linea AE ad lineam $N\Delta$ productam, ita ut sit $EP : \Delta P = \Delta A : A\Lambda$. nam demonstratum est, hoc fieri posse [prop. 7]. quare

---

ducto; *προαγευμενα* ed. Basil. 3. *περιφορᾷ*] Torellius; om. F, uulgo. 4. *καί* supra scriptum manu 1 F. 5. $E\Delta Z$] Nizzius; AEZ F, ΔEZ uulgo. 8. *ουτως* F; corr. Torellius. 10. *ποτὶ τὰν* $Z\Delta$] addidi; om. F, uulgo. 13. *πρωτερον* F. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 17. *ποτί*] *προς* per comp. F; corr. Torellius.

ἕξει οὖν καὶ ἁ *ΕΡ* ποτὶ τὰν *ΑΡ* τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ *ΔΡ* ποτὶ τὰν *ΑΛ*. ἁ δὲ *ΔΡ* ποτὶ τὰν *ΑΛ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ *ΔΡ* περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΚΜΔ* περιφέρειαν, ἐπεὶ ἁ μὲν *ΔΡ* ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς *ΔΡ* περιφερείας, ἁ δὲ *ΑΛ* μείζων τᾶς *ΚΜΔ* περιφερείας. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ἁ *ΕΡ* εὐθεῖα ποτὶ *ΡΑ*, ἢ ἁ *ΔΡ* περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΚΜΔ* περιφέρειαν. ὥστε καὶ ἁ *ΑΕ* ποτὶ *ΑΡ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ *ΚΜΡ* περιφέρεια ποτὶ τὰν *ΚΜΔ* περιφέρειαν. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ *ΚΜΡ* ποτὶ τὰν *ΚΜΔ* περιφέρειαν, τοῦτον ἔχει ἁ *ΧΑ* ποτὶ *ΑΔ*. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ἁ *ΕΑ* ποτὶ *ΑΡ*, ἢ ἁ *ΑΧ* ποτὶ *ΔΑ*· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα μείζων ἁ *ΖΑ* τᾶς *ΚΜΔ* περιφερείας. ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον δειχθησέται, ὅτι οὐδὲ ἐλάσσων ἐστίν· ἴσα ἄρα.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθησέται, καὶ εἴ κα τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικος ἐπιψαύῃ εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι, ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα ἁ ποτὶ τὰν ἐπιψαύουσαν συμπίπτουσα τᾶς τε συμπτώσιος καὶ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος ἴσα ἐστὶν ὅλᾳ τᾷ τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείᾳ καὶ ἔτι τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων, ὡσαύτως τᾶς περιφερείας λαμβανομένας. καὶ εἴ κα τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν γεγραμμένας περιφορᾷ ἕλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα μὴ κατὰ τὸ πέ-

2. δὲ *ΔΡ*] δε *ΑΡ* F; corr. Torellius. 6. ποτί] προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 8, 9, 10, 11, 12 (bis). 9. τάν] addidi; om. F, uulgo. 12. ἁ *ΕΑ*] η *ΕΑ* F; corr. Torellius. ἁ *ΑΧ*] ἁ om. F. 15. ιση F; corr. Torellius. 20. κατασκευασθεντι F; corr. Torellius. ἁ] (alt.) scripsi; τας

etiam erit [Eucl. V, 16] $EP : AP = \Delta P : A\Delta$.[1]) sed ΔP ad $A\Delta$ minorem rationem habet, quam arcus ΔP ad arcum $KM\Delta$, quoniam linea ΔP minor est arcu ΔP, linea autem $A\Delta$ maior arcu $KM\Delta$ [ex hypothesi]. itaque EP ad PA minorem rationem habet, quam arcus ΔP ad arcum $KM\Delta$. quare etiam AE ad AP minorem rationem habet, quam arcus KMP ad arcum $KM\Delta$.[2]) sed quam rationem habet arcus KMP ad arcum $KM\Delta$, eam habet $XA : A\Delta$ [prop. 14]. erit igitur $EA : AP < AX : \Delta A$; quod fieri non potest.[3]) quare linea ZA arcu $KM\Delta$ maior non est. et eodem modo, quo supra, demonstrabimus, ne minorem quidem eam esse. itaque aequalis est.

COROLLARIUM.

Eodem autem modo demonstrabimus, etiam si spiralem secunda circumactione descriptam linea contingat extra terminum spiralis, et cetera eadem comparentur, lineam in contingentem incurrentem inter punctum concursionis et principium spiralis comprehensam aequalem esse toti ambitui circuli descripti et praeterea arcui inter puncta, quae commemorauimus [p. 82, 24], comprehenso, arcu eodem modo sumpto. et etiam si spiralem qualibet circumactione descriptam linea contingat extra terminum spiralis, et cetera eadem com-

1) Nam $\Delta A = AP$.
2) *συνθέντι*; u. p. 67 not. 2.
3) Nam $AP = \Delta A$ et $EA > AX$; tum u. Eucl. V, 8.

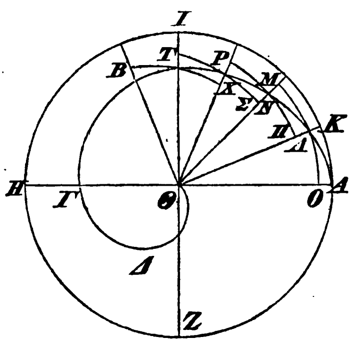
F, uulgo; om. B. 21. *συμπιπτούσας* Torellius. *τᾶς τε συμπτώσιος*] addidi; om. F, uulgo. 22. *καί*] *ἀπό* ed. Basil., Torellius. 26. *περιφορας* F; corr. A.

ρας τᾶς ἕλικος, τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευασθέωντι, ὅτι ἁ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σαμείων πολλαπλασία τίς ἐστι τᾶς τοῦ γραφέντος κύκλου περιφερείας κατὰ τὸν ἑνὶ ἐλάσσονα ἀριθμὸν τοῦ, καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λεγόνται, καὶ ἔτι ἴσα τᾷ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σαμείων ὁμοίως λαμβανομένᾳ.

κα'.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔ, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον, ἀρχὰ δὲ τᾶς περιφορᾶς ἁ ΘΑ, ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ὁ ΖΗΙΑ, αἱ δὲ ΑΗ, ΖΙ διαμέτροι αὐτοῦ ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. ἀεὶ δὴ τᾶς ὀρθᾶς γωνίας δίχα τεμνομένας καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος ἐσσείται τὸ καταλειπόμενον τοῦ τομέως ἔλασσον τοῦ προτεθέντος. καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ τομεὺς ὁ



1. κατεσκευασθαιωντι F. 4. ἑνί] Torellius; om. F, uulgo. 6. λαμβανομένᾳ] scripsi; λαμβανομενας F, uulgo. 7. κβ' F.

parentur, lineam inter puncta, quae significauimus, comprehensam toties multiplicem esse quam ambitum circuli descripti, quoties indicet numerus uno minor eo, quo circumactiones nominentur, et praeterea aequalem [arcui] inter puncta, quae commemorauimus, eodem modo sumpto.[1])

XXI.

Sumpto spatio comprehenso spirali prima circumactione descripta et linea prima earum, quae in principio circumactionis sunt, fieri potest, ut circum hoc spatium circumscribatur figura plana et alia inscribatur ex similibus sectoribus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam est quodlibet spatium datum.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta$, prima circumactione descripta. et principium spiralis sit punctum Θ, principium autem circumactionis linea ΘA, et primus circulus $ZHIA$, et diametri AH, ZI inter se perpendiculares. angulo igitur recto et sectore, qui rectum angulum comprehendit, semper deinceps in duas partes aequales diuiso, quae relinquitur pars sectoris, [aliquando] minor erit dato spatio [Eucl. X, 1]. et ortus

1) Cfr. prop. 15 coroll., prop. 17 coroll.

8. λαμβάνοντα] λαβόντα? 12. τομων F; corr. Nizzius; idem uerba ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον post περιγράψαι collocat. 20. ποτ'] προς per comp. F; corr. Torellius. αλληλαις F addito compendio ας supra λ; corr. Torellius. 23. την ορθην F; corr. Torellius. In figura ordo litterarum turbatus est in F.

ΑΘΚ ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος χωρίου. διαιρήσθωσαν δὴ αἱ γωνίαι αἱ τέσσαρες ὀρθαὶ εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ περιεχομένᾳ ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΚ, καὶ αἱ ποιούσαι τὰς γωνίας εὐθείαι ἔστε ποτὶ τὰν ἕλικα ἄχθωσαν. καθ' ὃ δὴ τέμνει σαμεῖον ἁ ΘΚ τὰν ἕλικα, ἔστω τὸ Λ, καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΛ κύκλος γεγράφθω. πεσεῖται δὴ αὐτοῦ ἁ μὲν εἰς τὰ προαγούμενα περιφέρεια ἐντὸς τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ εἰς τὰ ἑπόμενα ἐκτός. γεγράφθω δὴ ἁ περιφέρεια, ἔστε κα συμπέσῃ τᾷ ΘΛ κατὰ τὸ Ο, ἁ ΟΜ, καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΚ εὐθεῖαν ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσᾳ. πάλιν δὴ καὶ καθ' ὃ τέμνει τὰν ἕλικα σαμεῖον ἁ ΘΜ, ἔστω τὸ Ν, καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΝ κύκλος γεγράφθω, ἔστε κα συμπέσῃ ἁ περιφέρεια τοῦ κύκλου τᾷ ΘΚ καὶ τᾷ μετὰ τὰν ΘΜ ποτιπιπτούσᾳ ποτὶ τὰν ἕλικα. ὁμοίως δὲ καὶ διὰ τῶν ἄλλων πάντων, κατ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας ποιούσαι, κύκλοι γεγράφθωσαν κέντρῳ τῷ Θ, ἔστ' ἂν συμπέσῃ ἑκάστα ἁ περιφέρεια τᾷ τε προαγουμένᾳ εὐθείᾳ καὶ τᾷ ἑπομένᾳ. ἐσσεῖται δή τι περὶ τὸ λαφθὲν χωρίον περιγεγραμμένον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον. ὅτι δὲ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστιν ἐλάσσονι τοῦ προτεθέντος χωρίου, δειχθησεῖται. ἔστιν γὰρ ὁ μὲν ΘΛΟ τομεὺς ἴσος τῷ ΘΜΛ, ὁ δὲ ΘΝΠ τῷ ΘΝΡ, ὁ δὲ ΘΧΣ τῷ ΘΧΤ, ἔστιν δὲ καὶ τῶν ἄλλων τομέων

2. *δὴ αἱ*] *δη ουν* F; corr. B. 3. *τας περιεχομενας* F; corr. Torellius. 4. *ἔστε ποτί*] scripsi; *εσ την κατα* F, uulgo; *ἐκβεβλήσθωσαν ἔστ' ἂν κατά* Torellius. *ἄχθωσαν*] B; *αχθωσιν* F, uulgo; *ἀχθῶντι* Torellius. 7. *δή*] *δι* F; corr. B*. *προαγούμενα*] scripsi; *προαγωμενα* F; *προαγόμενα* uulgo. 8. *περιφερειαι* F. 9. *ἔστε κα*] scripsi; *εσται* (comp.) *καν* F, uulgo;

sit sector $A\Theta K$ dato spatio minor. diuidantur igitur anguli recti quattuor in angulos ei aequales, qui lineis $A\Theta$, ΘK comprehenditur, et lineae angulos efficientes usque ad spiralem producantur. punctum igitur, in quo linea ΘK spiralem secat, sit Λ, et describatur circulus, cuius centrum sit Θ, radius autem $\Theta\Lambda$. ea igitur pars ambitus eius, quae in praecedentibus est, intra spiralem cadet, quae in sequentibus est, extra. describatur igitur ambitus usque eo, ut occurrat et lineae ΘA in puncto O et lineae post ΘK ad spiralem ductae, et sit OM. rursus igitur punctum, in quo linea ΘM spiralem secat, sit N, et describatur circulus, cuius centrum sit Θ, radius autem ΘN, usque eo, ut ambitus circuli lineae ΘK et lineae post ΘM ad spiralem ductae occurrat. et eodem modo etiam per cetera omnia puncta, in quibus lineae aequales angulos efficientes spiralem secant, circuli describantur quorum centrum sit Θ, usque eo ut singuli ambitus et praecedenti lineae et sequenti occurrant. itaque circum spatium sumptum [figura] quaedam circumscripta erit et alia inscripta ex similibus sectoribus compositae. demonstrabimus autem, figuram circumscriptam excedere inscriptam spatio minore, quam est datum spatium. est enim $\Theta\Lambda O = \Theta M\Lambda$, $\Theta N\Pi = \Theta NP$, $\Theta X\Sigma = \Theta XT$, et ceterorum quoque

ἐστ' ἄν B mg., Torellius. 11. ποτιπιπτούσᾳ κατὰ τὸ M Torellius. 13. ΘN] ΘN supra scripto K manu 1, ut uidetur, F; ΘKH C. 14. ἔστε κα] scripsi; εσται και (utrumque comp.) F; ἐστ' ἄν B, Torellius (qui addit ΘK). 15. τᾷ ΘK] om. F; corr. B. 16. καθ' ἃ Torellius. 19. ἑκαστας F; corr. Torellius. προαγουμένᾳ] scripsi; προαγομενα F, uulgo. 20. ἐσσεῖται] scripsi; εσται per comp. F, uulgo. 21. περιγεγραμμένον σχῆμα Torellius. τομαιων F.

ἕκαστος τῶν ἐν τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι ἴσος τῷ κοινὰν ἔχοντι πλευρὰν τομεῖ τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι τομέων. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ πάντες οἱ τομεῖς πάντεσσιν ἴσοι ἐσσοῦνται. ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ τῷ περιγεγραμμένῳ περὶ τὸ χωρίον σχήματι χωρὶς τοῦ $\Theta A K$ τομέως. μόνος γὰρ οὗτος οὐ λελάπται τῶν ἐν τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζόν ἐστι τῷ $A K \Theta$ τομεῖ, ὃς ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ προτεθέντος.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα, οἷον εἰρήται, γράφειν, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κβ'.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστι δευτέρα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

---

4. εσουνται F, uulgo. 5. τῷ] (alterum) το F. 7. οὐ] addidi cum Nizzio; om. F, uulgo; λέλειπται B. 9. μεῖζον] BCD; μειζων F, uulgo. 14. εἶμεν] Torellius; ειναι per comp. F, uulgo. 15. ἐλάσσονι] ελασσον ειμεν F; corr. B. καὶ cum

sectorum unusquisque eorum, qui in figura inscripta sunt, aequalis est sectori latus commune habenti eorum, qui in figura circumscripta sunt. adparet igitur, etiam omnes sectores omnibus aequales fore. itaque figura spatio inscripta aequalis est figurae circumscriptae praeter sectorem ΘAK. hic enim solus non adsumptus est eorum, qui in figura circumscripta sunt. adparet igitur, figuram circumscriptam excedere inscriptam sectore $AK\Theta$, qui minor est spatio dato [ex hypothesi].

COROLLARIUM.

Hinc autem manifestum est, fieri posse, ut circum spatium, quod commemorauimus, figura huiusmodi describatur, ita ut figura circumscripta spatium excedat spatio minore, quam est quodlibet spatium datum, et rursus inscribatur, ita ut spatium eodem modo figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.[1])

XXII.

Sumpto spatio comprehenso spirali secunda circumactione descripta et linea secunda earum, quae in principio circumactionis sunt, fieri potest, ut circum id [spatium] figura plana circumscribatur et alia inscribatur ex similibus sectoribus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.

1) Nam spatium maius est figura inscripta, minus uero circumscripta.

comp. ην uel ιν F. 16. μειξ cum comp. ων F. 19. κγ′ F. 20. υπό τε B, Torellius.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ᾽ ἇς ἁ *ΑΒΓΔΕ*, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. καὶ ἔστω τὸ μὲν *Θ* σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ *ΑΘ* ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς, ἁ δὲ *ΕΑ* ἁ δευτέρα εὐθεῖα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς. ὁ δὲ *ΑΖΗ* κύκλος ἔστω δεύτερος, καὶ αἱ *ΑΓΗ*, *ΖΙ* διαμέτροι αὐτοῦ ποτ᾽ ὀρθὰς ἀλλάλαις. πάλιν οὖν δίχα τεμνομένας τᾶς ὀρθᾶς γωνίας καὶ τοῦ τομέως τοῦ τὰν ὀρθὰν γωνίαν περιέχοντος ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον ἔλασσον τοῦ προτεθέντος. καὶ ἔστω γεγενημένος ὁ *ΘΚΑ* τομεὺς ἐλάσσων τοῦ προτεθέντος. διαιρεθεισᾶν δὴ τᾶν ὀρθᾶν γωνιᾶν εἰς τὰς ἴσας γωνίας τᾷ ὑπὸ τᾶν *ΚΘ*, *ΘΑ* καὶ τῶν ἄλλων κατασκευασθέντων κατὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον ἐσσεῖται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος μεῖζον ἐλάσσονι, ἢ ὁ τομεὺς ὁ *ΘΚΑ*. μεῖζον γὰρ ἐσσεῖται τᾷ ὑπεροχᾷ, ᾇ ὑπερέχει ὁ *ΘΚΑ* τομεὺς τοῦ *ΘΕΡ*.

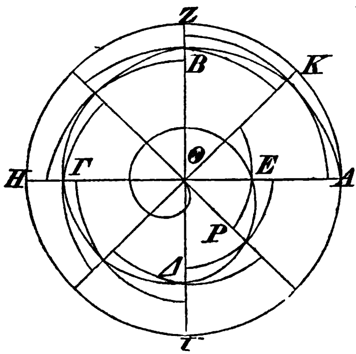
ΠΟΡΙΣΜΑ Α΄.

δῆλον οὖν, ὅτι δυνατόν ἐστι καὶ τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

---

6. *ΑΓΗ*] *αΓΗ* F; corr. ACD; *ΓΗ* B, ed. Basil.; *ΑΗ* Torellius. ποτ᾽] προς per comp. F; corr. Torellius. αλληλαις F; corr. Torellius. 7. παλ cum comp. ην uel ιν F, ut lin. 21. ἀεὶ δίχα Torellius. 8. την ορθην (comp.) F; corr. Torellius. 9. καὶ ἔστω ad προτεθέντος lin. 11 mg. F, manu 1, signo adposito, quod idem in textu exstat; χωρίου addidit (lin. 11) ed. Basil., Torellius. 12. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. *ΚΘΑ* F, uulgo. 15. μεῖζον] (alt.) μειζων per comp. F; corr. Torellius. 16. τᾷ] Torellius; ἁ F, uulgo. 20. λαμφθεντος F.

sit spiralis, in qua sit *ΑΒΓΔΕ*, secunda circumactione descripta. et punctum *Θ* principium sit spiralis, linea autem *ΑΘ* principium circumactionis, linea autem *ΕΑ* secunda earum, quae in principio circumactionis sunt. et circulus *ΑΖΗ* secundus sit, et *ΑΓΗ*, *ΖΙ* diametri eius inter se perpendiculares. rursus igitur recto angulo et sectore rectum angulum comprehendenti in partes aequales diuiso, quod relinquitur, minus erit dato spatio [Eucl. X, 1]. et ortus sit sector *ΘΚΑ* dato spatio minor. angulis igitur rectis [quattuor] in angulos aequales angulo lineis *ΚΘ*, *ΘΑ* comprehenso diuisis et ceteris eodem modo, quo antea, comparatis figura circumscripta excedet inscriptam spatio minore, quam est sector *ΘΚΑ*. excedet enim spatio, quod est *ΘΚΑ* ÷ *ΘΕΡ*.



COROLLARIUM I.

Adparet igitur, fieri posse, ut figura circumscripta spatium sumptum excedat spatio minore, quam est quodlibet spatium datum, et rursus ut spatium sumptum figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium [p. 93 not. 1].

ΠΟΡΙΣΜΑ Β'.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου φανερόν, διότι δυνατὸν λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγομένας περιγράψαι σχῆμα, οἷον εἰρήται, ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ λαφθέντος χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κγ'.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων τᾶς ἕλικος ἀγομέναν δυνατόν ἐστι περὶ τὸ χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, πέρατα δὲ αὐτᾶς τὰ Α, Ε, ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΕ. γεγράφθω δὴ κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ Θ, διαστήματι δὲ τῷ ΘΑ, καὶ συμπιπτέτω τᾷ ΘΕ κατὰ τὸ Ζ. ἀεὶ δὴ τᾶς γωνίας τᾶς ποτὶ τῷ Θ καὶ τοῦ τομέως τοῦ ΘΑΖ δίχα τεμνομένων ἐσσεῖται τὸ καταλειπόμενον τοῦ προτεθέντος ἔλασσον. ἔστω ἐλάσσων ὁ τομεὺς ὁ ΘΑΚ τοῦ προτεθέντος. ὁμοίως

1. *πόρισμα β'*] mg. *Πορισμα* (comp.) F. 2. *διότι*] *ὅτι* Nizzius. 7. *ὥστε*] *εστω* per comp. F; corr. AB. 9. *καλ*

COROLLARIUM II.

Et eadem ratione manifestum est, fieri posse, ut sumpto spatio comprehenso spirali qualibet circumactione descripta et linea eodem numero nominata earum, quae in principio circumactionis sunt, figura plana eius modi circumscribatur, ita ut figura circumscripta spatium sumptum excedat spatio minore, quam est quodlibet spatium datum, et rursus inscribatur, ita ut spatium sumptum figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.

XXIII.

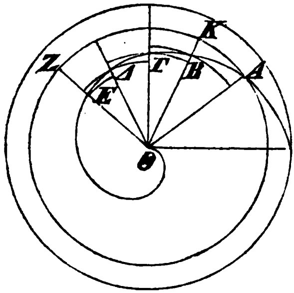
Sumpto spatio comprehenso spirali, quae minor est spirali una circumactione descripta, sed cuius terminus non est principium spiralis, et lineis a terminis spiralis ductis fieri potest, ut circum id spatium figura plana circumscribatur et alia inscribatur ex similibus sectoribus compositae, ita ut figura circumscripta excedat inscriptam spatio minore, quam est quodlibet datum spatium.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta E$, et termini eius A, E puncta, et principium spiralis sit Θ, et ducantur lineae $A\Theta$, ΘE. describatur igitur circulus, cuius centrum sit Θ, radius autem ΘA, et in lineam ΘE incidat in puncto Z. itaque angulo ad Θ posito et sectore ΘAZ semper deinceps in duas partes aequales

---

cum comp. ην uel ιν F. 12. κδ' F. 14. εστι F, uulgo. 16. τοῦ πέρατος Riualtus, Torellius. 25. δή] scripsi; δε F, uulgo. τῷ] scripsi; το F, uulgo. 26. ἐσσεῖται] scripsi; εσται per comp. F, uulgo.

δὴ τοῖς πρότερον γεγράφθωσαν κύκλοι διὰ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι τὰν ἕλικα αἱ τὰς ἴσας γωνίας



ποιοῦσαι ποτὶ τῷ Θ, ὥστε τᾶν περιφερειᾶν ἑκάσταν συμπίπτειν τᾷ τε προαγουμένᾳ καὶ τᾷ ἑπομένᾳ. ἐσσεῖται δή τι περὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν περιγεγραμμένον σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον καὶ ἄλλο ἐγγεγραμμένον, καὶ τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐλάσσονι ὑπερέχει τοῦ προτεθέντος χωρίου. ἐλάσσων γάρ ἐστιν ὁ ΘΑΚ τομεύς.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν, ὅτι δυνατόν ἐστιν περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα ἐπίπεδον, οἷον εἰρήται, περιγράψαι ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου, καὶ πάλιν ἐγγράψαι ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κδ'.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

---

2. τεμνουσιν την F; corr. Torellius. 3. τῷ] Torellius;

diuiso, quod relinquitur, minus erit spatio dato. sector ΘAK sit dato spatio minor. eodem igitur modo, quo antea, circuli describantur per ea puncta, in quibus lineae aequales angulos ad Θ punctum efficientes spiralem secant, ita ut unusquisque arcus et praecedenti lineae et sequenti occurrat. erit igitur circum spatium comprehensum spirali $AB\Gamma\Delta E$ et lineis $A\Theta$, ΘE figura plana circumscripta et alia inscripta ex similibus sectoribus compositae, et figura circumscripta excedit inscriptam spatio minore, quam est datum spatium. eo enim minor est sector ΘAK.

COROLLARIUM.

Hinc manifestum est, fieri posse, ut circum spatium, quod commemorauimus, figura plana eiusmodi circumscribatur, ita ut figura circumscripta excedat spatium spatio minore, quam est quodlibet datum spatium, et rursus inscribatur, ita ut spatium illud figuram inscriptam excedat spatio minore, quam est quodlibet datum spatium [p. 93 not. 1].

XXIV.

Spatium comprehensum spirali prima circumactione descripta et linea prima earum, quae in principio circumactionis sunt, tertia pars est circuli primi.[1])

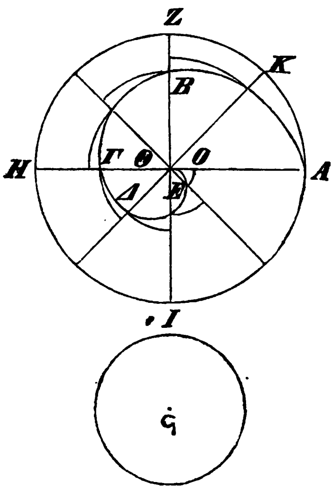
---

1) Hoc theorema suis uerbis propositum et propria ratione demonstratum habet Pappus IV, 34 p. 236—38.

τα F, uulgo. 4. εκαστα F; corr. Torellius. 7. περί] om. F; corr. Torellius. 14. ελασσ cum comp. ον F. 18. σχῆμα] addidi; om. F, uulgo. 21. καὶ πάλιν ad lin. 23 χωρίον om. F; corr. Riualtus. 24. κε' F.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ *ΑΒΓΔΕΘ*, ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. ἔστω δὲ τὸ μὲν *Θ* σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ *ΘΑ* εὐθεῖα πρώτα τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς, ὁ δὲ *ΑΚΖΗΙ* κύκλος πρῶτος, οὗ τρίτον μέρος ἔστω ὁ, ἐν ᾧ ϙ, κύκλος. δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ προειρημένον χωρίον τῷ ϙ κύκλῳ.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι μεῖζόν ἐστι ἢ ἔλασσον. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. δυνατὸν δή ἐστι περὶ τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕΘ* ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΘ* εὐθείας περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα



μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ὁ ϙ κύκλος τοῦ εἰρημένου χωρίου. περιγεγράφθω δή, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ εἰρημένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ *ΘΑΚ*, ἐλάχιστος δὲ ὁ *ΘΕΟ*. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ ϙ κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν δὲ αἱ εὐθεῖαι αἱ ποτὶ τῷ *Θ* ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ *Θ* ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, ἆν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ

---

3. τᾶν] addidi; om. F, uulgo. 4. *ΑΚΖΗΙ*] *ΑΝΖΗΙ* supra scripto *K* manu, ut uidetur, 2 F. 5. ὁ] addidi; om. F, uulgo.

sit spiralis, in qua sit *ΑΒΓΔΕΘ*, prima circumactione descripta. et punctum *Θ* principium sit spiralis, linea autem *ΘΑ* prima earum, quae in principio circumactionis sunt, et *ΑΚΖΗΙ* circulus primus, cuius tertia pars sit circulus, in quo est littera ϙ. demonstrandum, spatium illud circulo ϙ aequale esse.

nam si non est, aut maius est aut minus. sit prius, si fieri potest, minus. fieri igitur potest, ut circum spatium comprehensum spirali *ΑΒΓΔΕΘ* et linea *ΑΘ* figura plana circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut figura circumscripta spatium excedat spatio minore, quam excessus est, quo circulus ϙ spatium illud excedat [prop. 21]. circumscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura illa composita est, maximus sit *ΘΑΚ*, minimus autem *ΘΕΟ*. adparet igitur, figuram circumscriptam minorem esse circulo ϙ.[1]) producantur igitur lineae, quae ad punctum *Θ* aequales angulos efficiunt, usque eo, ut ad ambitum circuli perueniant. sunt igitur lineae quaedam, eae scilicet, quae a puncto *Θ* ad spiralem ductae sunt, aequali spatio inter se excedentes, qua-

1) Sit spatium illud R, figura autem circumscripta F; tum erit ex hypothesi $F - R <$ ϙ $- R$ ɔ: $F <$ ϙ.

11. *συγκείμενον*] om. F; corr. Torellius. 21. *ὅτι*] comp. F. 24. *αἱ*] (prius) addidi; om. F, uulgo. *αἱ*] om. F; corr. Torellius. 25. *ποτί*] *προς* per comp. F; corr. Torellius. *τῷ*] scripsi; *το* F, uulgo. 28. *αἱ*] addidi; om. F, uulgo. 29. *ων* F, uulgo. *μεγίστα*] scripsi; *μειζων* F, uulgo.

ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ *ΘΕ*, καὶ ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι τινὲς γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ *Θ* ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ κύκλου ποτιπιπτούσαι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀναγεγραφάται ἀπὸ πασᾶν ὁμοίοι τομέες, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ. οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ἐλασσόνες ἐντὶ ἢ τριπλασίοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν. δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐντὶ δὲ οἱ μὲν τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσοι τῷ *ΑΖΗΙ* κύκλῳ, οἱ δὲ τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ἴσοι τῷ περιγεγραμμένῳ σχήματι. ἐλάσσων ἄρα ὁ *ΑΖΗΙ* κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἢ τριπλασίων· τοῦ δὲ ϙ κύκλου τριπλασίων. ἐλάσσων ἄρα ὁ ϙ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὔκ ἐστι δέ, ἀλλὰ μείζων. οὐκ ἄρα ἐστὶν τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕΘ* ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΘ* ἔλασσον τοῦ ϙ χωρίου.

οὐδὲ τοίνυν μεῖζον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἔστι δὴ πάλιν δυνατὸν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς *ΑΒΓΔΕΘ* ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΘ* εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος μεῖζον εἶμεν ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ εἰρημένον χωρίον τοῦ ϙ κύκλου. ἐγγεγράφθω δή,

---

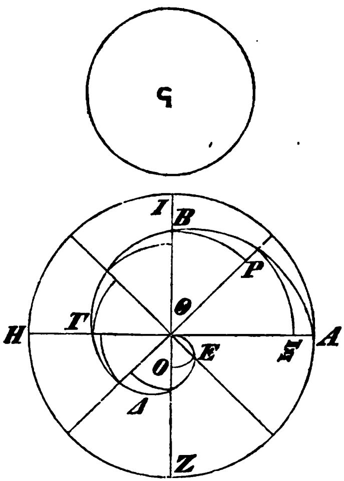
1. *ἐλαχίστα*] (prius) scripsi; *ελασσων* F, uulgo; u. Quaest. Arch. p. 138. 2. *αἱ*] addidi; om. F, uulgo. 5. *ἀναγεγραφάται*] scripsi; *αναγεγραπται* F, uulgo; defendit Ahrens: de gr. ling. dial. II p. 333. *πασων* F; corr. V. 9. *αλλαλα* F. 14. *ΑΖΗΙ*] scripsi; *ΑΖΗΙΚ* F, uulgo; „afgi“ Cr. 19. *χωρίου*] *κύκλου* Torellius. 20. *κϛ´* F. 22. *ΑΒΓΔΘ* F; corr. Torellius.

rum maxima est ΘA, minima autem ΘE, et minima excessui aequalis est.[1]) sed etiam aliae lineae sunt, eae scilicet, quae a puncto Θ ad circuli ambitum ductae sunt, numero illis aequales, magnitudine autem singulae aequales maximae, et in omnibus similes sectores constructi sunt, et in iis, quae aequali spatio inter se excedunt, et in iis, quae inter se et maximae aequales sunt. sectores igitur in lineis maximae aequalibus constructi minores sunt, quam triplo maiores sectoribus in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructis. hoc enim demonstratum est [prop. 10 coroll. 3]. sed sectores in lineis inter se et maximae aequalibus constructi aequales sunt circulo $AZHI$, sectores autem in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructi aequales sunt figurae circumscriptae. itaque circulus $AZHI$ minor est quam triplo maior figura circumscripta; circulo autem ϙ triplo maior est. itaque circulus ϙ minor est figura circumscripta. erat autem non minor, sed maior. quare spatium comprehensum spirali $AB\Gamma\Delta E\Theta$ et linea $A\Theta$ minus non est spatio ϙ.

sed ne maius quidem est. sit enim, si fieri potest, maius. itaque rursus fieri potest, ut spatio comprehenso spirali $AB\Gamma\Delta E\Theta$ et linea $A\Theta$ figura inscribatur, ita ut spatium, quod commemorauimus, figuram inscriptam excedat spatio minore, quam quanto spatium illud circulum ϙ excedit [prop. 21 coroll.].

1) Lineas ΘE, $\Theta\Delta$, $\Theta\Gamma$, ΘB cett. aequali spatio inter se excedere, adparet ex prop. 12, quia angulos aequales faciunt. lineam autem ΘE excessui aequalem esse, siue $\Theta E = \frac{1}{2}\Theta\Delta$, sequitur ex prop. 1; nam cum anguli aequales sint, tempus tempore duplo maius est.

καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΡΞ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΟΘΕ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ ϛ κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν δὴ αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ Θ, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. πάλιν οὖν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι, ἅν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ,[1] καί ἐστιν ἁ ἐλαχίστα ἴσα τᾷ ὑπεροχᾷ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΑΖΗΙ κύκλου περιφέρειαν ποτιπιπτούσαι τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστα ἴσα τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀναγεγραφόνται ἀπὸ πασᾶν ὁμοίοι τομέες ἀπό τε τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν. οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ μειζόνες ἐντὶ ἢ τριπλασίοι τῶν τομέων τῶν ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας. δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐντὶ δὲ οἱ μὲν τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ἴσοι τῷ ΑΖΗΙ κύκλῳ, οἱ δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ἴσοι



2. ἐλάχιστος] B; ελασσων F, uulgo. 3. ΟΘΕ] scripsi; ΘΕ F, uulgo; ΘΕΟ Torellius. οὖν] per comp. F. ὅτι]

inscribatur igitur, et sectorum, ex quibus composita est figura inscripta, maximus sit $\Theta P \Xi$, minimus autem $O\Theta E$. adparet igitur, figuram inscriptam maiorem esse circulo ϙ.[1]) producantur igitur lineae ad punctum Θ aequales angulos efficientes usque eo, ut ad ambitum circuli perueniant. rursus igitur lineae quaedam sunt aequali spatio inter se excedentes, eae scilicet, quae a puncto Θ ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est ΘA, minima autem ΘE, et minima excessui aequalis est [p. 103 not. 1]. et praeterea aliae quoque lineae sunt, quae a puncto Θ ad ambitum circuli $AZHI$ ductae sunt, numero illis aequales, magnitudine autem singulae maximae aequales, et in omnibus sectores similes constructi sunt, et in iis, quae inter se et maximae aequales sunt, et in iis, quae aequali spatio inter se excedunt. sectores igitur in lineis maximae aequalibus constructi maiores sunt quam triplo maiores sectoribus in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructis praeter sectorem in maxima constructum. hoc enim demonstratum est [prop. 10 coroll.]. sed sectores in lineis maximae aequalibus constructi aequales sunt circulo $AZHI$, sectores autem in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructi praeter sectorem in maxima con-

1) Sit figura inscripta f, spatium illud R; erit ex hypothesi $R - f < R -$ ϙ ⊃: $f >$ ϙ.

om. F; corr. B. 5. τῷ] scripsi; το F, uulgo. 7. αἱ] addidi; om. F, uulgo. 8. ων F, uulgo. 11. ἄλλαι τινές Torellius. αἱ] addidi; om. F, uulgo. 17. ἀναγεγραφάται B. 29. ἀπό] ὑπο F; corr. Torellius.

τῷ ἐγγεγραμμένῳ σχήματι. μείζων ἄρα ὁ *ΑΖΗΙ* κύκλος ἢ τριπλασίων τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· τοῦ δὲ ϙ κύκλου τριπλασίων. μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϙ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ μεῖζον τὸ χωρίον τὸ ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕΘ* ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΘ* εὐθείας τοῦ ϙ κύκλου. ἴσον ἄρα ἐστὶν [τῷ περιλαφθέντι ὑπὸ τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΘ* εὐθείας].

κε'.

Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς δευτέρας τᾶν ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ζ' ποτὶ τὰ ιβ', ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ, ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ πρώτου κύκλου καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ πρώτου κύκλου ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ δευτέρου κύκλου.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ *ΑΒΓΔΕ*, ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα. ἔστω δὲ τὸ μὲν *Θ* σαμεῖον ἀρχὰ τᾶς ἕλικος, ἁ δὲ *ΘΕ* εὐθεῖα ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἁ πρώτα, ἁ δὲ *ΑΕ* ἐν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς περιφορᾶς ἁ δευτέρα, ὁ δὲ κύκλος ὁ *ΑΖΗΙ* ὁ δεύτερος ἔστω, καὶ αἱ *ΑΗ*, *ΙΖ* διαμέτροι ποτ' ὀρθὰς ἀλλάλαις. δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕ*

6. *ΑΒΗΕΘ* F. 7. *ἴσος* Torellius; sed de spatio agitur, non de circulo; quare retinendum *ἴσον* (comp. F) et delenda

structum aequales sunt figurae inscriptae. itaque circulus $AZHI$ maior est quam triplo maior figura inscripta; sed circulo ϙ triplo maior est. quare circulus ϙ maior est figura inscripta. sed maior non est, uerum minor. itaque ne maius quidem circulo ϙ erit spatium comprehensum spirali $AB\Gamma\Delta E\Theta$ et linea $A\Theta$. itaque aequale est.

XXV.

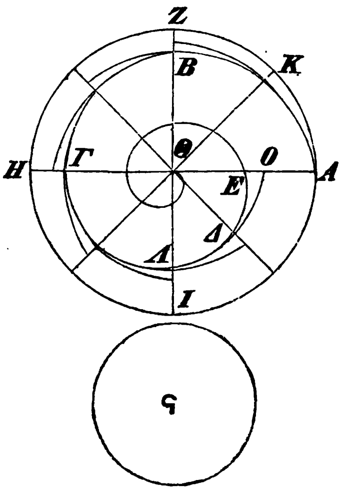
Spatium comprehensum spirali secunda circumactione descripta et linea secunda earum, quae in principio circumactionis sunt, ad circulum secundum eam habet rationem, quam 7 : 12, quae eadem est ratio, quam habet rectangulum comprehensum radio secundi circuli et radio primi una cum tertia parte quadrati eius excessus, quo radius secundi circuli radium primi excedit, ad quadratum radii secundi circuli.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta E$, secunda circumactione descripta. et punctum Θ principium sit spiralis, linea autem ΘE prima earum, quae in principio circumactionis sunt, AE autem secunda; et circulus $AZHI$ secundus sit, et AH, IZ diametri inter se perpendiculares. demonstrandum, spatium spirali

uerba τῷ περιλαφθέντι . . εὐθείας lin. 7—8; om. Cr. 9. κζ' F. 10. τὸ περιλαφθέν] addidi; om. F, uulgo. 16. δευτέρου] β̄ F; et sic saepius infra (uelut lin. 17, 19 bis, 21). 27. προς (comp.) ορθας αλληλαις F; corr. Torellius.

ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΕ* εὐθείας ποτὶ τὸν *ΑΖΗΙ* κύκλον λόγον ἔχει, ὃν τὰ ζ′ ποτὶ ιβ′.

ἔστω δή τις κύκλος ὁ ϙ, ἁ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ϙ κύκλου δυνάμει ἴσα τῷ τε ὑπὸ τᾶν *ΑΘ*, *ΘΕ* περιεχομένῳ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΑΕ* τετραγώνου. ἕξει δὴ ὁ ϙ κύκλος ποτὶ τὸν *ΑΗΖΙ*, ὡς ζ′ ποτὶ ιβ′, διότι καὶ ἁ ἐκ τοῦ κέντρου αὐτοῦ ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ *ΑΖΗΙ* κύκλου τοῦτον ἔχει δυνάμει τὸν λόγον. δειχθησέται οὖν ἴσος ὁ ϙ κύκλος τῷ περιεχομένῳ χωρίῳ ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕ* ἕλικος καὶ τᾶς *ΑΕ* εὐθείας. εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάττων. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατὸν δή ἐστι περὶ τὸ χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει ὁ ϙ κύκλος τοῦ χωρίου.



περιγεγράφθω, καὶ ἔστω, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ *ΘΑΚ* τομεύς, ἐλάχιστος δὲ ὁ *ΘΟΔ*. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγραφὲν σχῆμα ἔλαττόν ἐστι τοῦ κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι ποτὶ τῷ *Θ* ἴσας γωνίας, ἔστ᾽ ἂν ποτὶ τὰν

2. προς per comp. F; corr. Torellius. 3. ϙ] ϛ semper ed. Basil., Torellius. 6. προς per comp. F; corr. Torellius.

$AB\Gamma\Delta E$ et linea AE comprehensum ad circulum $AZHI$ eam rationem habere, quam $7:12$.

sit igitur circulus quidam ϙ, et radius eius quadratus sit $= A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3} AE^2$. itaque circulus ϙ ad circulum $AHZI$ eam rationem habebit, quam $7:12$, quia radius eius quadratus ad radium circuli $AZHI$ quadratum hanc rationem habet [Eucl. XII, 2].[1]) demonstrabimus igitur, circulum ϙ aequalem esse spatio comprehenso spirali $AB\Gamma\Delta E$ et linea AE. nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. sit igitur, si fieri potest, prius maior. fieri igitur potest, ut circum spatium circumscribatur figura plana ex similibus sectoribus composita, ita ut figura circumscripta spatium excedat spatio minore, quam quanto circulus ϙ spatium excedit [prop. 22]. circumscribatur, et [sectorum], ex quibus composita est figura circumscripta, maximus sit ΘAK, minimus autem $\Theta O\Delta$. adparet igitur, figuram circumscriptam minorem esse circulo [p. 101 not. 1]. producantur lineae ad punctum Θ aequales angulos efficientes, usque eo ut ad ambitum

---

1) Nam $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3} AE^2 : A\Theta^2 = 2\Theta E^2 + \frac{1}{3}\Theta E^2 : 4\Theta E^2 = 6\Theta E^2 + \Theta E^2 : 12\Theta E^2 = 7:12$, quia $\Theta E = AE$; nam sit ambitus circuli primi p; erit ex prop. 15: $\Theta E : \Theta A = p : 2p$.

---

ut lin. 7 bis. 23. περιέχει F. 25. ἔστω τῶν τομέων Torellius. 28. τοῦ ϙ κύκλου Nizzius. 29. τῷ] scripsi; το F, uulgo. In figura O, Δ cum F posui; sed pro Δ posui A, et Γ addidi.

τοῦ δευτέρου κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. ἐντὶ δή τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι, ἆν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΑΖΗΙ κύκλου περιφέρειαν ποτιπιπτούσαι, τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλασσόνες ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τε ἴσαι καὶ τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀναγεγραφάται ὁμοίοι τομέες ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἀπὸ δὲ τᾶς ἐλαχίστας οὐκ ἀναγραφέται. οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μεγίστας τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ περιχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΑ τετραγώνου. δεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐντὶ δὲ τοῖς μὲν τομέεσσι τοῖς ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσος ὁ ΑΖΗΙ κύκλος, τοῖς δὲ τομέεσσι τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας ἴσον τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα. ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει ὁ κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΘ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τῶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου, τοῦτον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸν ϙ κύκλον. ἐλάσσονα

3. *ποτιπιπτουσιν* F; corr. B. *ων* F, uulgo. 5. *ποτί*] scripsi; *επι* F, uulgo. 6. *ελασσ* cum comp. *ων* F; corr. Torellius; *ἐλάσσους* B. 7. *ταυτᾶν*] scripsi; *εαυταν* F, uulgo.

circuli secundi perueniant. sunt igitur lineae quaedam aequali spatio inter se excedentes [prop. 12], eae scilicet, quae a puncto Θ ad spiralem ductae sunt, quarum maxima est ΘA, minima autem ΘE. sed etiam aliae lineae sunt, quae a puncto Θ ad ambitum circuli $AZHI$ ductae sunt, numero una pauciores illis, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, et constructi sunt sectores similes in lineis maximae aequalibus et in iis, quae aequali spatio inter se excedunt, in minima autem nullus constructus est. itaque sectores in lineis maximae aequalibus constructi ad sectores in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in minima constructum minorem rationem habent, quam habet

$$\Theta A^2 : A\Theta \times \Theta E + \tfrac{1}{3} EA^2.$$

hoc enim demonstratum est [prop. 11 coroll.]. sed sectoribus in lineis inter se et maximae aequalibus constructis aequalis est circulus $AZHI$, sectoribus autem in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructis praeter sectorem in minima constructum aequalis est figura circumscripta. itaque circulus [$AZHI$] ad figuram circumscriptam minorem rationem habet, quam $A\Theta^2 : A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3} AE^2$. est autem

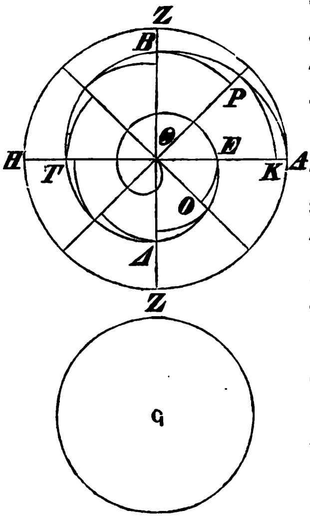
$$AZHI : \text{ϙ} = \Theta A^2 : \Theta A \times \Theta E + \tfrac{1}{3} AE^2$$

[Eucl. V, 7 *πόρισμα*]. quare circulus $AZHI$ ad figu-

ἀλλάλαις] *λαι* supra scriptum manu 1 F. 8. *ἀναγεγράφονται* Torellius. 10. *αναγραψεται* F. 12. *αλλαν* F. 14. *μεγίστας*] *μ* supra scriptum manu 1 F. 17. *τομέεσσι*] scripsi; *τομεσσι* F; *τομέσι* ed. Basil., uulgo; *τομεῦσι* Torellius. 18. *αλλαλας* F; corr. A. AZH F; corr. B. 19. *τομεσιν* F; *τομεῦσι* Torellius. 21. *ὁ κύκλος* $AHZI$ (debuit *ὁ* $AHZI$ *κύκλος*) Torellius; habet Cr. 26. ΘE] scripsi; ΔE F; AE uulgo. 28. *προς* per comp. F; corr. Torellius.

οὖν λόγον ἔχει ὁ $AZHI$ κύκλος ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἢ ποτὶ τὸν ϙ κύκλον. ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ ϙ κύκλος τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων. οὐκ ἄρα μείζων ἐστὶν ὁ ϙ κύκλος τοῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τᾶς $ΑΒΓΔΕ$ ἕλικος καὶ τᾶς $ΑΕ$ εὐθείας.

οὐδὲ τοίνυν ἐλάσσων. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἐλάσσων. πάλιν οὖν δυνατόν ἐστιν εἰς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τᾶς ἕλικος καὶ τᾶς $ΑΕ$ εὐθείας ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς $ΑΒΓΔΕ$ ἕλικος καὶ τᾶς $ΑΕ$ εὐθείας μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ᾧ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ ϙ κύκλου. ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ $ΘΚΡ$ τομεύς,



ἐλάχιστος δὲ ὁ $ΘΕΟ$. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ ϙ κύκλου. ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ποιοῦσαι ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ $Θ$, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν πεσῶντι. πάλιν οὖν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχοῦσαι αἱ ἀπὸ τοῦ $Θ$ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτοῦσαι, ἂν μεγίστα μὲν ἁ $ΘΑ$, ἐλαχίστα δὲ ἁ $ΘΕ$. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμ-

7. κη΄ F. 23. $ΘΚΡ$] supra scriptum X manu, ut uide-

ram circumscriptam minorem rationem habet quam ad circulum ϙ. quare circulus ϙ minor est figura circumscripta [Eucl. V, 10]. sed non est minor, uerum maior. itaque circulus ϙ maior non est spatio comprehenso spirali *ΑΒΓΔΕ* et linea *ΑΕ*.

sed ne minor quidem est. sit enim, si fieri potest, minor. rursus igitur fieri potest, ut spatio comprehenso spirali et linea *ΑΕ* figura plana inscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut spatium comprehensum spirali *ΑΒΓΔΕ* et linea *ΑΕ* figuram inscriptam excedat spatio minore, quam quanto idem spatium circulum ϙ excedit [prop. 22 coroll.]. inscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit *ΘΚΡ*, minimus autem *ΘΕΟ*. adparet igitur, figuram inscriptam maiorem esse circulo ϙ [p. 105 not. 1]. producantur lineae ad punctum *Θ* aequales angulos efficientes usque eo, ut ad ambitum circuli perueniant. rursus igitur lineae quaedam sunt aequali spatio inter se excedentes, eae scilicet, quae a puncto *Θ* ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est *ΘΑ*, minima autem *ΘΕ*. sed

---

tur, 1 F. 26. *προς* per comp. F; corr. Torellius. *τῷ*] scripsi; *το* F, uulgo. 29. *ων* F, uulgo.

καὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ποτιπιπτούσαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλάσσους ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, καὶ ἀναγεγραφάται ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν ὁμοίοι τομέες καὶ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ. οἱ ἄρα τομέες οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΑ τετραγώνου. ἔστιν δὲ τοῖς μὲν τομέεσσιν τοῖς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας ἴσον τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῷ χωρίῳ, τοῖς δὲ ἑτέροις ὁ κύκλος. μείζονα οὖν λόγον ἔχει ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΕ τετραγώνου, τουτέστιν ὁ ΑΖΗΙ κύκλος ποτὶ τὸν ϙ κύκλον. μείζων ἄρα ἐστὶν ὁ ϙ κύκλος τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος· ὅπερ ἀδύνατον· ἦν γὰρ ἐλάσσων. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ ϙ κύκλος τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος καὶ τᾶς ΑΕ εὐθείας. ὥστε ἴσος.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

διὰ δὲ τοῦ αὐτοῦ τρόπου δειχθησέται, καὶ διότι τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιαοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ταῖς περιφοραῖς λεγομένας

2. μιαν F; corr. B*. ταυτᾶν] scripsi; ταυτη F; αὐτῇ AB, ed. Basil.; ἑαυτᾶν Torellius. 3. αλληλαις F. 4. ἀναγεγράφονται

etiam aliae lineae sunt, quae a puncto Θ ad ambitum circuli ductae sunt, numero una pauciores illis, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, et sectores similes constructi sunt et in lineis aequali spatio inter se excedentibus et in lineis maximae aequalibus. itaque sectores in lineis maximae aequalibus constructi ad sectores in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in maxima constructum maiorem rationem habent, quam

$$\Theta A^2 : A\Theta \times \Theta E + \tfrac{1}{3} EA^2 \text{ [prop. 11 coroll.].}$$

sectoribus autem in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructis praeter sectorem in maxima constructum aequalis est figura spatio inscripta, alteris autem circulus. itaque circulus $AZHI$ ad figuram inscriptam maiorem rationem habet, quam

$$A\Theta^2 : \Theta A \times \Theta E + \tfrac{1}{3} AE^2,$$

h. e. quam $AZHI : \text{ϙ}$ [ex hypothesi]. itaque circulus ϙ maior est figura inscripta [Eucl. V, 10]; quod fieri non potest; erat enim minor. itaque circulus ϙ ne minor quidem est spatio comprehenso spirali $AB\Gamma\Delta E$ et linea AE. quare aequalis est.

COROLLARIUM.

Eadem autem ratione demonstrabimus, etiam spatium comprehensum spirali qualibet circumactione descripta et linea eodem numero nominata, quo circumactiones, ad circulum nominatum eodem numero, quo

---

Torellius. 10. ὑπό] scripsi; υπο τε F, uulgo. τρίτον μέρος B, Torellius. 11. τομευσιν F, uulgo. 13. ἀπό] ὑπο F; corr. Torellius. 16. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 18. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. 19. μειζον F. 25. διότι] ὅτι Nizzius. 28. κατά] scripsi; ποτι F, uulgo.

ποτὶ τὸν κύκλον τὸν κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν λεγόμενον ταῖς περιφοραῖς λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν κύκλου καὶ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κατὰ τὸν ἑνὶ ἐλάσσονα τᾶν περιφορᾶν λεγομένου καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

κϛʹ.

Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ἕλικος, ἅ ἐστιν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, οὐκ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων αὐτᾶς ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν ποτὶ τὸν τομέα τὸν ἔχοντα τὰν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσαν τᾷ μείζονι τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν, τὰν δὲ περιφέρειαν, ἅ ἐστι μεταξὺ τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τᾷ ἕλικι, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἀγμέναν καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μείζων τᾶν εἰρημέναν εὐθειᾶν τᾶς ἐλάσσονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος ἐπιζευχθεισᾶν.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔΕ, ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένας, πέρατα δὲ αὐτᾶς ἔστω τὰ

4. *τὸν ἑνί*] scripsi; *τα μεν ενι* F; *μεν ενι* C*D; *μενι* V; *τα μεν* A, ed. Basil.; *τῷ μὲν ἑνί* B*, Torellius. 8. *τᾶς*

circumactiones, eam rationem habere, quam rectangulum comprehensum radio circuli eodem numero nominati et radio circuli numero uno minore, quam numerus circumactionum est, nominati simul cum tertia parte quadrati eius excessus, quo radius circuli maioris radium circuli minoris eorum, quos commemorauimus, excedit, ad quadratum radii circuli maioris eorum, quos commemorauimus.

XXVI.

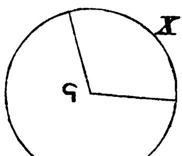
Spatium comprehensum spirali, quae minor est spirali una circumactione descripta, et cuius terminus non est principium spiralis, et lineis a terminis eius ad principium spiralis ductis ad sectorem, cuius radius aequalis est maiori linearum a terminis ad principium spiralis ductarum, arcus autem arcui inter lineas illas posito ad eandem partem uersus, in qua est spiralis, eam rationem habet, quam habet rectangulum lineis a terminis ad principium spiralis ductis comprehensum simul cum tertia parte quadrati eius excessus, quo maior linearum, quas commemorauimus, minorem excedit, ad quadratum maioris linearum a terminis ad principium spiralis ductarum.

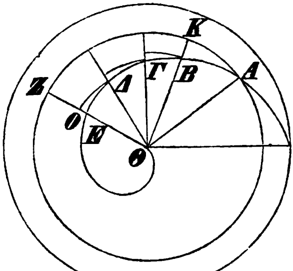
sit spiralis, in qua sit *ΑΒΓΔΕ*, minor spirali una circumactione descripta, et termini eius sint *Α*, *Ε*.

ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων mg. F manu 1, adposito signo ◁, quo ad suum locum referantur; om. ed. Basil. 11. *κθ'* F. 16. *του* (comp.) *περατος* F; corr. Torellius. 20. *ἐστι τα* FV; fort. scrib. *περιφέρειαν ἴσαν τᾷ μεταξύ.* 25. *των* (comp.) *ειρημενων ευθειων* F; corr. Torellius.

Α, Ε. ἔστω δὲ ἀρχὰ τᾶς ἕλικος τὸ *Θ* σαμεῖον. καὶ κέντρῳ μὲν τῷ *Θ*, διαστήματι δὲ τῷ *ΘΑ* κύκλος γεγράφθω, καὶ συμπιπτέτω τᾷ περιφερείᾳ αὐτοῦ ἁ *ΘΕ* κατὰ τὸ *Ζ*. δεικτέον, ὅτι τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕ* ἕλικος καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν *ΑΘ, ΘΕ* ποτὶ τὸν τομέα τὸν *ΑΘΖ* τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν *ΑΘ, ΘΕ* καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΕΖ* ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΑ*.

ἔστω δὴ κύκλος, ἐν ᾧ ϙ*Χ*, τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἔχων ἴσαν δυνάμει τῷ τε ὑπὸ τᾶν *ΑΘ, ΘΕ* καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΕΖ*, ποτὶ δὲ τῷ κέντρῳ αὐτοῦ γωνία ἴσα τᾷ ποτὶ τῷ *Θ*. ὁ δὴ τομεὺς ὁ ϙ*Χ* ποτὶ τὸν τομέα τὸν *ΘΑΖ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν *ΑΘ, ΘΕ* καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς *ΕΖ* τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς *ΘΑ* τετράγωνον· αἱ γὰρ ἐκ τῶν κέντρων τοῦτον ἔχοντι τὸν λόγον δυνάμει ποτ' ἀλλάλας. δειχθησέται δὴ ὁ *Χ*ϙ τομεὺς ἴσος ἐὼν τῷ χωρίῳ τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς *ΑΒΓΔΕ* ἕλικος καὶ τᾶν *ΑΘ, ΘΕ* εὐθειᾶν. εἰ γὰρ μή, ἤτοι μείζων ἐστὶν ἢ ἐλάττων. ἔστω δὴ πρότερον, εἰ δυνατόν, μείζων. δυνατὸν οὖν ἐστι περὶ τὸ





2. τῷ] (bis) το F; corr. Torellius. 12. τῷ] scripsi cum BC*D; το F, uulgo. κέντρον A, ed. Basil., Torellius.

principium autem spiralis sit Θ punctum. et describatur circulus, cuius centrum sit Θ, radius autem ΘA, et linea ΘE in ambitum eius incidat in puncto Z. demonstrandum, spatium comprehensum spirali $AB\Gamma\Delta E$ et lineis $A\Theta$, ΘE ad sectorem $A\Theta Z$ eam habere rationem, quam $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3}EZ^2 : \Theta A^2$.

sit igitur circulus, in quo sit ϙX, cuius radius quadratus aequalis sit $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3}EZ^2$, et ad centrum eius angulus ponatur aequalis angulo ad Θ posito. itaque sector ϙX ad sectorem ΘAZ eandem rationem habet, quam $A\Theta \times \Theta E + \frac{1}{3}EZ^2 : \Theta A^2$; nam radii quadrati hanc inter se rationem habent.[1]) demonstrabimus igitur, sectorem Xϙ aequalem esse spatio spirali $AB\Gamma\Delta E$ et lineis $A\Theta$, ΘE comprehenso. nam si aequalis non est, aut maior est aut minor. prius igitur, si fieri potest, maior sit. itaque fieri potest, ut circum spatium, quod commemorauimus, figura

1) Nam sectores similes, siue quorum anguli aequales sunt, eam rationem habent, quam circuli; tum u. Eucl. XII, 2. cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 14.

13. *πϱος* per comp. F; corr. Torellius. 21. *εχωντι* F. 23. *ων* F, uulgo. 27. *ἐστίν*] addidi; om. F, uulgo; post *ἐλάττων* inseruit Torellius. 28. *δή*] scripsi; *γαϱ* F, uulgo.

εἰρημένον χωρίον περιγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγραφόμενον σχῆμα μεῖζον εἶμεν τοῦ εἰρημένου χωρίου ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει ὁ ϘΧ τομεὺς τοῦ εἰρημένου χωρίου. περιγεγράφθω δή, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ ΘΑΚ, ἐλάχιστος δὲ ὁ ΘΟΔ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ ΧϘ τομέως. διάχθωσαν δὴ αἱ εὐθεῖαι αἱ ποιοῦσαι τὰς ἴσας γωνίας ποτὶ τῷ Θ, ἔστ' ἂν ποτὶ τὰν περιφέρειαν τοῦ ΘΑΖ τομέως πεσῶντι. ἐντὶ δή τινες εὐθεῖαι τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι, ἇν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι εὐθεῖαι τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλασσόνες ταυτᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἴσαι ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ, αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΑΘΖ τομέως περιφέρειαν ποτιπιπτούσαι χωρὶς τᾶς ΘΖ, καὶ ἀναγεγράφαται ὁμοίοι τομέες ἀπὸ πασᾶν ἀπό τε τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ καὶ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, ἀπὸ δὲ τᾶς ΘΕ οὐκ ἀναγεγράπται. τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας τομέως ἐλάσσονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΖ τετραγώνου. ἔστιν δὲ τοῖς μὲν τομέεσσιν τοῖς ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ

---

6. *μέγιστος*] scripsi; *μειζων* F, uulgo. *ΘΑΗ* ed. Basil., Torellius (qui etiam in figura *H* pro *K* habent); *ΘΑΚ* F, uulgo* 7. *ἐλάχιστος*] scripsi; *ελασσων* F, uulgo. 8. *διηχθωσαν* F, uulgo. 9. *δὴ αἱ*] scripsi; *αἱ* om. F, uulgo. 10. *τῷ*]

plana circumscribatur ex similibus sectoribus composita, ita ut figura circumscripta spatium illud excedat spatio minore, quam quanto sector $\mathrm{q}X$ spatium illud excedit [prop. 23]. circumscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura circumscripta composita est, maximus sit ΘAK, minimus autem $\Theta O\Delta$. adparet igitur, figuram circumscriptam minorem esse sectore $\mathrm{q}X$ [p. 101 not. 1]. producantur igitur lineae aequales angulos ad punctum Θ efficientes usque eo, ut ad ambitum sectoris ΘAZ perueniant. sunt igitur lineae quaedam aequali spatio inter se excedentes, quae a puncto Θ ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est ΘA, minima autem ΘE. sed etiam aliae lineae sunt, numero una pauciores illis, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, quae a puncto Θ ad ambitum sectoris $A\Theta Z$ ductae sunt, praeter ΘZ, et in omnibus lineis, et iis, quae inter se et maximae aequales sunt, et iis, quae aequali spatio inter se excedunt, similes sectores constructi sunt, in ΘE autem nullus constructus est. sectores igitur in lineis et inter se et maximae aequalibus constructi ad sectores in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in minima constructum minorem rationem habent, quam

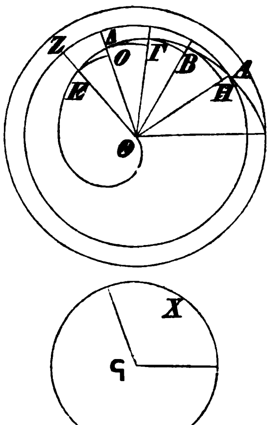
$$\Theta A^2 : A\Theta \times \Theta E + \tfrac{1}{3} EZ^2 \text{ [prop. 11 coroll.].}$$

sed sectoribus in lineis et inter se et maximae aequa-

scripsi; τo F, uulgo. 13. ων F, uulgo. 14. ελασσ cum comp. ων F, uulgo; corr. Torellius; ἐλάσσους B; ἐλάσσονι ed. Basil. 15. αλληλαις F; corr. Torellius, ut lin. 19. 17. ἀναγεγράφονται Torellius. 18. τομεις F, uulgo. 25. τό τε] scripsi; τα τε F, uulgo. 27. τομευσιν F, uulgo. αλληλαις F; corr. Torellius.

τᾷ μεγίστᾳ ἴσος ὁ $ΘAZ$ τομεύς, τοῖς δὲ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν τὸ περιγεγραμμένον. ἐλάσσονα οὖν λόγον ἔχει ὁ $ΘAZ$ τομεὺς ποτὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς $ΘA$ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν $ΘA$, $ΘE$ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ZE. ὃν δὲ λόγον ἔχει τὸ ἀπὸ τᾶς $ΘA$ ποτὶ τὰ εἰρημένα, τοῦτον τὸν λόγον ἔχει ὁ $ΘAZ$ τομεὺς ποτὶ τὸν Xϙ τομέα. ὥστε ἐλάσσων ἐστὶν ὁ Xϙ τομεὺς τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος. οὐκ ἔστι δέ, ἀλλὰ μείζων. οὐκ ἄρα ἐσσεῖται ὁ Xϙ τομεὺς μείζων τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό τε τᾶς $ABΓΔE$ ἕλικος καὶ τᾶν $AΘ$, $ΘE$ εὐθειᾶν.

οὐδὲ τοίνυν ἐλάττων. ἔστω γὰρ ἐλάσσων, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. πάλιν δὴ δυνατόν ἐστιν



εἰς τὸ χωρίον ἐγγράψαι σχῆμα ἐπίπεδον ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμενον, ὥστε τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζον εἶμεν τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι, ἢ ἁλίκῳ ὑπερέχει τὸ αὐτὸ χωρίον τοῦ Xϙ τομέως. ἐγγεγράφθω οὖν, καὶ ἔστω τῶν τομέων, ἐξ ὧν συγκεῖται τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα, μέγιστος μὲν ὁ $ΘBH$, ἐλάχιστος δὲ ὁ $OΘE$. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μεῖζόν ἐστι τοῦ Xϙ τομέως. πάλιν οὖν ἐντί τινες γραμμαὶ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαι, αἱ ἀπὸ τοῦ

2. περιγεγραμμένον σχῆμα Torellius. 5. τό τε] τω τε F. 8. Xϙ] X F; corr. Torellius, ut lin. 9. 10. εσται per comp.

libus constructis aequalis est sector ΘAZ, iis autem, qui in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructi sunt, [figura] circumscripta. itaque sector ΘAZ ad figuram circumscriptam minorem rationem habet, quam $\Theta A^2 : \Theta A \times \Theta E + \frac{1}{3} ZE^2$. est autem

$$\Theta A^2 : \Theta A \times \Theta E + \tfrac{1}{3} ZE^2 = \Theta AZ : X\text{q}.$$

quare sector Xq minor est figura circumscripta [Eucl. V, 10]. sed minor non est, uerum maior. itaque sector Xq maior non erit spatio comprehenso spirali $AB\Gamma\Delta E$ et lineis $A\Theta$, ΘE.

sed ne minor quidem est. sit enim minor, et cetera eadem comparentur. rursus igitur fieri potest, ut spatio inscribatur figura plana ex similibus sectoribus composita, ita ut spatium, quod commemorauimus, figuram inscriptam excedat spatio minore, quam quanto idem spatium sectorem Xq excedit [prop. 23 coroll.]. inscribatur igitur, et sectorum, ex quibus figura inscripta composita est, maximus sit ΘBH, minimus autem $O\Theta E$. adparet igitur, figuram inscriptam maiorem esse sectore Xq [p. 105 not. 1]. rursus igitur lineae quaedam sunt aequali spatio inter se excedentes, quae a puncto

---

F, uulgo. 13. *λ'* F. *γάρ, εἰ δυνατόν* Torellius. 19. *ελασσον* F; corr. B*. 24. *μέγιστος*] scripsi; *μειζων* F, uulgo 25. $\Theta B\Gamma$ F, uulgo* (etiam in figura Γ pro H); ΘBK ed. Basil.; corr. Torellius. *ἐλάχιστος*] scripsi; *ελασσων* F, uulgo. 26. ΘE F. *γεγραμμενον* F; corr. BD. 28. Xq] scripsi; X F, uulgo. 29. *αἱ*] om. F; corr. Torellius.

Θ ποτὶ τὰν ἕλικα ποτιπιπτούσαι, ἅν ἐστι μεγίστα μὲν ἁ ΘΑ, ἐλαχίστα δὲ ἁ ΘΕ. ἐντὶ δὲ καὶ ἄλλαι γραμμαὶ αἱ ἀπὸ τοῦ Θ ποτὶ τὰν τοῦ ΘΑΖ τομέως περιφέρειαν ποτιπιπτούσαι χωρὶς τᾶς ΘΑ τῷ μὲν πλήθει μιᾷ ἐλασσόνες τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, τῷ δὲ μεγέθει ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ἴσαι, καὶ ἀναγεγραφάται ἀπὸ ἑκάστας ὁμοίοι τομέες, ἀπὸ δὲ τᾶς μεγίστας τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν οὐκ ἀναγεγράπται. οἱ τομέες οὖν οἱ ἀπὸ τᾶν ἰσᾶν ἀλλάλαις τε καὶ τᾷ μεγίστᾳ ποτὶ τοὺς τομέας τοὺς ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τᾶς μεγίστας μείζονα λόγον ἔχοντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΕ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΖ. ὥστε καὶ ὁ ΘΑΖ τομεὺς ποτὶ τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ποτὶ τὸν Χϙ τομέα. ὥστε μείζων ὁ Χϙ τομεὺς τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος. οὔκ ἐστι δέ, ἀλλὰ ἐλάσσων. οὐκ ἄρα ἐστὶν οὐδὲ ἐλάσσων ὁ Χϙ τομεὺς τοῦ περιεχομένου χωρίου ὑπό τε τᾶς ΑΒΓΔΕ ἕλικος καὶ τᾶν ΑΘ, ΘΕ εὐθειᾶν. ἴσος ἄρα.

κζ′.

Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπό τε τᾶν ἑλίκων καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἐν τᾷ περιφορᾷ τὸ μὲν τρίτον τοῦ δευτέρου διπλάσιόν ἐστι, τὸ δὲ τέταρτον τριπλάσιον, τὸ δὲ πέμπτον τετραπλάσιον, καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσιον τοῦ δευ-

---

1. *ων* F, uulgo. 3. *αἱ*] om. F; corr. Torellius. 4. *μιας* F; corr. Torellius. 5. *τᾶν*] *των* F; corr. Torellius. *τῷ*] addidi cum V(?); om. F, uulgo. 6. *αναγεγραφεται* F, uulgo; *ἀναγεγράφονται* Torellius. 7. *τομεις* F. *ταν μεγισταν* F; corr. B. 8. *τᾶν τῷ*] *τᾶν* om. F; corr. Torellius; *τῶν* B

Θ ad spiralem ductae sunt [prop. 12], quarum maxima est ΘA, minima autem ΘE. sed aliae quoque lineae sunt, quae a Θ ad ambitum sectoris $\Theta A Z$ ductae sunt, praeter lineam ΘA, numero una pauciores iis, quae aequali spatio inter se excedunt, magnitudine autem et inter se et maximae aequales, et in omnibus similes sectores constructi sunt, in maxima autem earum, quae aequali spatio inter se excedunt, nullus constructus est. sectores igitur in lineis et inter se et maximae aequalibus constructi ad sectores in lineis aequali spatio inter se excedentibus constructos praeter sectorem in maxima constructum maiorem rationem habent, quam $\Theta A^2 : \Theta A \times \Theta E + \frac{1}{3} EZ^2$ [prop. 11 coroll.]. quare etiam sector $\Theta A Z$ ad figuram inscriptam maiorem rationem habet quam ad sectorem $X\text{ϙ}$. quare sector $X\text{ϙ}$ maior est figura inscripta [Eucl. V, 10]. sed maior non est, uerum minor. itaque sector $X\text{ϙ}$ ne minor quidem est spatio spirali $AB\Gamma\Delta E$ et lineis $A\Theta$, ΘE comprehenso. itaque aequalis est.

XXVII.

Spatiorum comprehensorum spiralibus et lineis, quae in circumactione sunt, tertium duplo maius est secundo, quartum uero triplo maius, quintum uero quadruplo maius, et semper deinceps insequens spatium toties multiplex erit, quam spatium secundum,

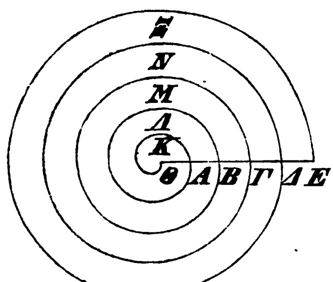
---

manu 2. 10. τῷ] om. F; corr. B. 13. ΘE] AE F; corr. B.* 14. ὥστε] εστω per comp. F; corr. BC. 15. προς per comp. F; corr. Torellius. $X\text{ϙ}$] scripsi cum Cr; X F, uulgo, ut lin. 16, 18. 20. ισα F; corr. Torellius. 21. λα' F. 23. τρίτον] γ̄ F, et sic semper in hac propositione, nisi quod interdum scribitur α' (p. 126 lin. 7).

τέρου χωρίου, τὸ δὲ πρῶτον χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

ἔστω ἁ προκειμένα ἕλιξ ἔν τε τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμένα καὶ ἐν τᾷ δευτέρᾳ καὶ ἐν ταῖς ἑπομέναις ὁποσαισοῦν. ἔστω δὲ ἀρχὰ μὲν τᾶς ἕλικος τὸ Θ σαμεῖον, ἁ δὲ ΘΕ εὐθεῖα ἀρχὰ τᾶς περιφορᾶς. τῶν δὲ χωρίων ἔστω τὸ μὲν Κ τὸ πρῶτον, τὸ δὲ Λ τὸ δεύτερον, τὸ δὲ Μ τὸ τρίτον, τὸ δὲ Ν τὸ τέταρτον, τὸ δὲ Ξ τὸ πέμπτον. δεικτέον, ὅτι τὸ μὲν Κ χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ ἑπομένου, τὸ δὲ Μ διπλάσιον τοῦ Λ, τὸ δὲ Ν τριπλάσιον τοῦ Λ, καὶ τῶν ἑξῆς αἰεὶ τὸ ἑπόμενον πολλαπλάσιον τοῦ Λ κατὰ τοὺς ἑξῆς ἀριθμούς.

ὅτι μὲν οὖν τὸ Κ ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ Λ, ὧδε δεικνύται. ἐπεὶ τὸ ΚΛ χωρίον ποτὶ τὸν δεύτερον



κύκλον δεδείκται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὰ ζ' ποτὶ τὰ ιβ', ὁ δὲ δεύτερος κύκλος ποτὶ τὸν πρῶτον κύκλον, ὡς ιβ' ποτὶ τὰ γ'· δῆλον γάρ ἐστιν· ὁ δὲ πρῶτος κύκλος ποτὶ τὸ Κ χωρίον ἔχει, ὡς γ' ποτὶ α', ἕκτον ἄρα ἐστὶ τὸ Κ χωρίον τοῦ Λ. πάλιν δὲ καὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον ποτὶ τὸν τρίτον κύκλον δεδείκται ὅτι τοῦτον ἔχει τον λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ ΓΘ, ΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ

3. προκειμενω F. 5. δέ] addidi; om. F, uulgo. 10. Ν τριπλάσιον] $\overline{\text{ΗΓΠ}}$ FC*. 11. παλλαπλασιον F. 16. ἔχον] scripsi; εχειν F, uulgo. 17. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 23. 23. ἕκτον] ς' FBC*; καί A; ἴσον ed. Basil., uulgo. 24. Λ] Α F; corr. A. 27. ΓΘΒ F, uulgo.

quoties indicant numeri ordine sequentes, primum autem spatium sexta pars est secundi.

spiralis proposita in prima, secunda, reliquisque quotlibet circumactionibus descripta sit. principium autem spiralis sit punctum Θ, linea autem ΘE principium circumactionis. spatiorum autem primum sit K, secundum Λ, tertium M, quartum N, quintum Ξ. demonstrandum, spatium K sextam partem esse spatii sequentis [Λ], spatium autem M duplo maius spatio Λ, spatium autem N triplo maius spatio Λ, et reliquorum spatiorum semper deinceps insequens toties multiplex esse, quam spatium Λ, quoties indicent numeri ordine sequentes.

iam spatium K sextam partem esse spatii Λ, hoc modo demonstramus. quoniam demonstratum est, spatium $K + \Lambda$ ad secundum circulum eam habere rationem, quam $7 : 12$ [prop. 25], secundus autem circulus ad primum circulum eam rationem habet, quam $12 : 3$ (hoc enim manifestum est)[1]), primus autem circulus ad spatium K eam rationem habet, quam $3 : 1$ [prop. 24], erit igitur spatium K sexta pars spatii Λ.[2]) rursus autem demonstratum est, etiam spatium

$$K + \Lambda + M$$

ad tertium circulum eam habere rationem, quam

$$\Gamma\Theta \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2 : \Gamma\Theta^2 \text{ [prop. 25 coroll.];}$$

1) Ex Eucl. XII, 2; nam $\Theta B = 2\Theta A$.

2) Sit enim circulus primus C_1, secundus C_2 cett. erit: $K + \Lambda : C_2 = 7 : 12$, $C_2 : C_1 = 12 : 3$; inde δι' ἴσου (Eucl. V, 22): $K + \Lambda : C_1 = 7 : 3$. est autem $C_1 : K = 3 : 1$; itaque δι' ἴσου: $K + \Lambda : K = 7 : 1$; siue $K + \Lambda = 7K$, $\Lambda = 6K$.

τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ ΓΘ τετράγωνον. ὁ δὲ τρίτος κύκλος ἔχει ποτὶ τὸν δεύτερον κύκλον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΓΘ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΒ. ὁ δὲ δεύτερος κύκλος ἔχει ποτὶ τὸ ΚΛ χωρίον, ὃν τὸ ἀπὸ ΒΘ τετράγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου. καὶ τὸ ΚΛΜ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΓΘ, ΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΒΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου. ταῦτα δὲ ἔχει ποτὶ ἄλλαλα λόγον, ὃν ιθʹ ποτὶ τὰ ζʹ. ὥστε καὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον ποτὶ τὸ ΛΚ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ιθʹ ποτὶ τὰ ζʹ. αὐτὸ οὖν τὸ Μ ποτὶ τὸ ΚΛ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ιβʹ ποτὶ τὰ ζʹ. τὸ δὲ ΚΛ ποτὶ τὸ Λ λόγον ἔχει, ὃν τὰ ζʹ ποτὶ τὰ ϛʹ. δῆλον οὖν, ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ Μ τοῦ Λ. ὅτι δὲ τὰ ἑπόμενα τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχει, δειχθησέται. τὸ γὰρ ΚΛΜΝΞ ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ ΘΕ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΔ περιεχόμενον καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΕ τετραγώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΕ τετράγωνον. ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ ΘΕ, ποτὶ τὸν κύκλον, οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ ΘΔ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΕ τετράγωνον ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΔ τετράγωνον. ὁ δὲ κύκλος, οὗ ἐστιν ἐκ τοῦ κέντρου ἁ ΔΘ, ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΔ τετράγω-

2. *της ΓΘ* F; corr. Torellius. 7. *καὶ τὸ ΚΛΜ ἄρα* usque ad *τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΒ τετραγώνου* lin. 10 om. F, uulgo, et fortasse abesse possunt; suppl. Commandinus (*τῶν* pro *τᾶν* lin. 9; corr. Torellius), nisi quod omisit *τετραγώνου* lin. 10, quod ipse addidi. 10. *προς* per comp. F; corr. Torellius.

circulus autem tertius ad secundum eam rationem habet, quam $\Gamma\Theta^2 : \Theta B^2$ [Eucl. XII, 2]; secundus autem circulus ad spatium $K + \Lambda$ eam rationem habet, quam $B\Theta^2 : B\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3} AB^2$ [prop. 25]; erit igitur etiam

$$K + \Lambda + M : K + \Lambda$$
$$= \Gamma\Theta \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2 : B\Theta \times \Theta A + \tfrac{1}{3} AB^2,\ ^{1)}$$

h. e. $= 19 : 7$.[2]) quare etiam

$$K + \Lambda + M : \Lambda + K = 19 : 7.$$

ergo $M : K + \Lambda = 12 : 7$ [Eucl. V, 17]. sed

$$K + \Lambda : \Lambda = 7 : 6.$$

[ergo $M : \Lambda = 12 : 6$ (Eucl. V, 22)]. quare $M = 2\Lambda$.

iam demonstrabimus, spatia insequentia eas rationes habere, quas numeri deinceps ordine sequentes. nam spatium $K + \Lambda + M + N + \Xi$ ad circulum, cuius radius est linea ΘE, eam rationem habet, quam $E\Theta \times \Theta\Delta + \frac{1}{3}\Delta E^2 : \Theta E^2$ [prop. 25 coroll.]. circulus autem, cuius radius est ΘE, ad circulum, cuius radius est $\Theta\Delta$, eam rationem habet, quam $\Theta E^2 : \Theta\Delta^2$ [Eucl. XII, 2]. circulus autem, cuius radius est $\Delta\Theta$, ad spatium $K + \Lambda + M + N$ eam rationem habet, quam

---

1) Nam $K + \Lambda + M : C_3 = \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : \Gamma\Theta^2$, $C_3 : C_2 = \Gamma\Theta^2 : \Theta B^2$, h. e. (Eucl. V, 22) $K + \Lambda + M : C_2 = \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : \Theta B^2$; sed $C_2 : K + \Lambda = \Theta B^2 : B\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3}AB^2$; tum u. Eucl. V, 22.

2) Nam $\Gamma\Theta = 3\Theta A$, $\Theta B = 2\Theta A$, $\Gamma B = AB = \Theta A$ (p. 109 not. 1); quare $\Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : B\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3}AB^2 = 6\Theta A^2 + \frac{1}{3}\Theta A^2 : 2\Theta A^2 + \frac{1}{3}\Theta A^2 = 19\Theta A^2 : 7\Theta A^2 = 19 : 7$.

αλληλα FBC*. 15. οὖν ὅτι] οτι ουν utrumque per comp. F. 17. $HK\Lambda$, $MN\Xi$ F. 20. των per comp. F; corr. Torellius. 26. ἐκ] scripsi; ἀπο F, uulgo.

νον ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ τετραγώνου. καὶ τὸ ΚΛΜΝΞ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΕ, ΘΔ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. διελόντι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν ἁ ὑπεροχὰ τοῦ τε ὑπὸ ΕΘ, ΘΔ μετὰ τοῦ τρίτου μέρεος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΕΔ καὶ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ μετὰ τοῦ τρίτου μέρεος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ ποτί τε τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΔΓ. ὑπερέχει δὲ τὰ συναμφότερα τῶν συναμφοτέρων, ᾧ καὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΕΘ, ΘΔ τοῦ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ. ὑπερέχει δὲ τῷ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΓΕ. τὸ Ξ ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ λόγον ἔχει, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου. διὰ δὲ τῶν αὐτῶν δειχθησέται καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ ΚΛΜ χωρίον λόγον ἔχον τοῦτον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ ΓΘ, ΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ ΓΒ τετραγώνου. τὸ Ν ἄρα ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ ποτὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ καὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΘΒ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΒ [καὶ ἀνάπαλιν]· ταῦτα

4. τᾶν] των F; corr. Torellius, ut lin. 5, 10, 13 (alt.), 14 et lin. 12, 13, 15 (comp. F). 5. ΔΘ] ΑΘ FD. 7. η υπεροχη F; corr. Torellius. 8. μερους F, uulgo. καὶ τοῦ ὑπό . . ad τᾶς ΔΓ lin. 10 om. F; corr. Torellius, nisi quod τᾶν lin. 9 omisit. 10. ποτί] προς F; corr. Torellius. 12. ΕΘΔ F; corr. Torellius. 13. ΔΘΓ F; corr. Torellius. 14. ὃν τό] ον τε F; corr. A; ὅν τε τό B. 16. της F; corr. Torellius. 19. τό τε] τω τε F. ΓΘΒ F, uulgo. 22. τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ καί] addidi; om. F; post ΓΒ lin. 23 addunt Commandinus et Torellius: καὶ τὸ ὑπὸ ΘΓ, ΒΔ. ὑπό] om. F; corr. B. 23. καὶ ἀνάπαλιν] deleo.

$\Theta\varDelta^2 : \Theta\varDelta \times \Theta\Gamma + \frac{1}{3}\varDelta\Gamma^2$ [prop. 25 coroll.]. quare erit etiam

$$K + \varLambda + M + N + \Xi : K + \varLambda + M + N$$
$$= \Theta E \times \Theta\varDelta + \tfrac{1}{3}\varDelta E^2 : \varDelta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\varDelta\Gamma^2.$$ [1])

et dirimendo [Eucl. V, 17] erit

$$\Xi : K + \varLambda + M + N = E\Theta \times \Theta\varDelta + \tfrac{1}{3}E\varDelta^2$$
$$\div (\varDelta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\varDelta\Gamma^2) : \varDelta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\varDelta\Gamma^2.$$

sed $E\Theta \times \Theta\varDelta + \frac{1}{3}E\varDelta^2 \div (\varDelta\Theta \times \Theta\Gamma + \frac{1}{3}\varDelta\Gamma^2)$

$$= E\Theta \times \Theta\varDelta \div \varDelta\Theta \times \Theta\Gamma$$

[quia $E\varDelta = \varDelta\Gamma$] $= \varDelta\Theta \times \Gamma E$. erit igitur

$\Xi : K + \varLambda + M + N = \Theta\varDelta \times \Gamma E : \varDelta\Theta \times \Theta\Gamma + \frac{1}{3}\Gamma\varDelta^2$.

et eadem ratione demonstrabimus, esse

$N : K + \varLambda + M = \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2$.

erit igitur $N : K + \varLambda + M + N$

$$= \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Theta\Gamma \times \Theta B + \tfrac{1}{3}\Gamma B^2 + \Theta\Gamma \times B\varDelta.$$ [2])

sed $\Theta\Gamma \times B\varDelta + \Theta\Gamma \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2$

$$= \varDelta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Gamma\varDelta^2$$ [nam $\Gamma\varDelta = \Gamma B$].

---

1) Est enim

$K + \varLambda + M + N + \Xi : C_5 = E\Theta \times \Theta\varDelta + \frac{1}{3}\varDelta E^2 : \Theta E^2$

et $C_5 : C_4 = \Theta E^2 : \Theta\varDelta^2$; unde (Eucl. V, 22):

$K + \varLambda + M + N + \Xi : C_4 = E\Theta \times \Theta\varDelta + \frac{1}{3}\varDelta E^2 : \Theta\varDelta^2$;

sed $C_4 : K + \varLambda + M + N = \Theta\varDelta^2 : \Theta\varDelta \times \Theta\Gamma + \frac{1}{3}\varDelta\Gamma^2$; tum u. Eucl. V, 22.

2) Cum sit

$N : K + \varLambda + M = \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2$,

erit etiam *ἀνάπαλιν*

$K + \varLambda + M : N = \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 : \Theta\Gamma \times B\varDelta$,

et *συνθέντι*

$K + \varLambda + M + N : N = \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 + \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Theta\Gamma \times B\varDelta$,

et *ἀνάπαλιν*

$N : K + \varLambda + M + N = \Theta\Gamma \times B\varDelta : \Gamma\Theta \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2 + \Theta\Gamma \times B\varDelta$.

Hinc simul intellegitur, ineptum esse additamentum *καὶ ἀνάπαλιν* lin. 23; nam proportio $N : K + \varLambda + M + N$ ipsa *ἀνάπαλιν* orta est. his uerbis deletis hoc quoque adipiscimur, ut uerbum *ταῦτα* lin. 23 habeat, quo apte referatur (sc. $\Theta\Gamma \times B\varDelta + \Theta\Gamma \times \Theta B + \frac{1}{3}\Gamma B^2$, proxime antecedens).

δὲ ἴσα ἐντὶ τῷ τε ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΚΛΜΝ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου, τὸ δὲ ΚΛΜΝ ποτὶ τὸ Ν, ὃν τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΔΘ, ΘΓ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΓΔ τετραγώνου ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ, ἔχει ἄρα καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ. τὸ δὲ ὑπὸ τᾶν ΘΔ, ΓΕ ποτὶ τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΓ, ΔΒ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ, ἐπεὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΓΕ, ΒΔ. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Ν τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΘΔ ποτὶ τὰν ΘΓ.

ὁμοίως δὲ δειχθησέται καὶ τὸ Ν ποτὶ τὸ Μ τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἁ ΘΓ ποτὶ τὰν ΘΒ, καὶ τὸ Μ ποτὶ τὸ Λ, ὃν ἁ ΒΘ ποτὶ τὰν ΛΘ. αἱ δὲ [ΕΘ] ΔΘ, ΓΘ, ΒΘ, ΛΘ εὐθεῖαι τὸν τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν λόγον ἔχοντι.

κη'.

Εἴ κα ἐπὶ τᾶς ἕλικος τᾶς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένας δύο σαμεῖα λαφθέωντι μὴ τὰ πέρατα, ἀπὸ δὲ τῶν λαφθέντων σαμείων ἐπιζευχθέωντι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστημάτεσσι δὲ τοῖς ἀπὸ τῶν σαμείων ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος κύκλοι γραφέωντι, τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν

3. προς per comp. F; corr. Torellius. 4. τό] (alt.) scripsi; τω F, uulgo. 5. ΔΘΓ F, uulgo. 6. τὸ δέ] τα δε F; corr. Torellius. 7. ΔΘΓ F, uulgo. 8. τὸ ὑπό] τα υπο F; corr.

iam quoniam

$$\Xi : K + \Lambda + M + N = \Theta\Delta \times \Gamma E : \Delta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Gamma\Delta^2$$

et

$$K + \Lambda + M + N : N = \Delta\Theta \times \Theta\Gamma + \tfrac{1}{3}\Gamma\Delta^2 : \Theta\Gamma \times \Delta B$$

[Eucl. V, 7 πόρισμα], erit igitur etiam [Eucl. V, 22]

$$\Xi : N = \Theta\Delta \times \Gamma E : \Theta\Gamma \times \Delta B = \Theta\Delta : \Theta\Gamma$$

(quoniam $\Gamma E = B\Delta$). adparet igitur, esse

$$\Xi : N = \Theta\Delta : \Theta\Gamma.$$

et eodem modo demonstrabimus, esse etiam

$$N : M = \Theta\Gamma : \Theta B, \; M : \Lambda = B\Theta : \Lambda\Theta.$$

sed lineae $\Delta\Theta$, $\Gamma\Theta$, $B\Theta$, $\Lambda\Theta$ eam rationem habent, quam numeri ordine sequentes.[1])

XXVIII.

Si in spirali qualibet[2]) circumactione descripta duo puncta sumuntur, quae termini eius non sunt, et a punctis [ita] sumptis ad principium spiralis lineae ducuntur, et circuli describuntur, quorum centrum est principium spiralis, radii autem lineae a punctis ad principium spiralis ductae, spatium com-

1) Erit igitur $\Xi : N : M : \Lambda = \Theta\Delta : \Theta\Gamma : \Theta B : \Theta\Lambda$. hinc autem intellegitur, lineam $E\Theta$ male additam esse lin. 17. neque enim ei ullum spatium respondet.

2) Propositio de omni spirali uera est, sed ab Archimede de spirali una circumactione descripta sola demonstratur; quare ὁποιαοῦν lin. 21 suspectum est; cfr. p. 12, 12.

B. τᾶν] τα F; corr. ABD. 10. τὸ ὑπὸ τᾶν $\Theta\Delta$, ΓE ποτι repetuntur in FVA. 11. $\Theta\Delta$] $\Theta\Lambda$ F; corr. manus 1. 17. τάν] τον F; corr. B. $E\Theta$] deleo. 19. εχωντι F. 20. κη'] om. F. 21. ὁποιαοῦν] μιᾷ Nizzius. 22. λαφθωντι F, uulgo. 23. ἐπιζευχθέωντι] scripsi; επιζευχθωσιν F, uulgo; ἐπιζευχθῶντι Torellius. 25. διαστημάτεσσι] scripsi; διαστημασι FC; διαστήματι uulgo; διαστημάσσι Torellius. σαμείων] sic F. 26. τα αρχα F; corr. Torellius.

τᾶν μεταξὺ τᾶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς ἕλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτᾶν εὐθειᾶν καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐκβληθείσας τοῦτον ἕξει τὸν λόγον ποτὶ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν, ὃν ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ δύο τριταμορίων τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἑνὸς τριταμορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

ἔστω ἕλιξ, ἐφ' ἇς ἁ ΑΒΓΔ, ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένα, καὶ λελάφθω ἐπ' αὐτᾶς δύο σαμεῖα τὰ Α, Γ, ὥστε τὸ Θ σαμεῖον ἀρχὰν εἶμεν τᾶς ἕλικος. καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ Θ. καὶ κέντρῳ τῷ Θ, διαστημάτεσσι δὲ τοῖς ΘΑ, ΘΓ κύκλοι γεγράφθωσαν. δεικτέον, ὅτι τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Π τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος ἅ τε ΑΘ καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τάν τε ΑΘ καὶ ἓν τριταμόριον τᾶς ΗΑ.

τὸ γὰρ χωρίον τὸ ΝΠ ποτὶ τὸν ΗΓΘ τομέα δεδείκται τοῦτον ἔχον τὸν λόγον, ὃν ἔχει τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘ, ΑΘ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΑΗ τετρα-

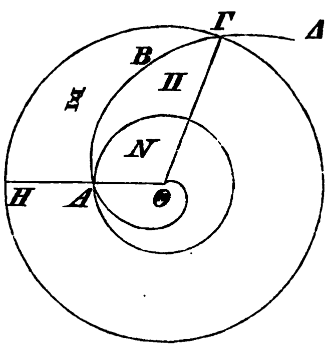
---

1. *τᾶν μεταξύ*] scripsi; *τας μεταξυ* F, uulgo. 2. *εκβληθειας* F. 3. *περιλαφθέν*? 6. *ἐλάσσονος*] om. F; corr. Torellius. 7. *υπεροχει* F. 9. *ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου*] om. F; corr. ed. Basil. (*πρὸς τήν* pro *ποτὶ τάν*, quod corr. Torellius). 10. *τριτημοριον* F. 12. *ἐν*] addidi; om. F, uulgo. 15. *τῶν*] *ταν* per comp. F. *εὐθεῖαι ἐπί* ed. Basil., Torellius (non BC*). 16. *τῷ*] *το* F. 18. *τε*] addidi; om. F, uulgo. *ΑΘ*] *ΗΘ* FBC*; *ΘΑ* uulgo, ut lin. 20. 19. *τριτημορια* FC*. *ΗΑ*] *Η* FBC*. 20. *ΗΑ*] *ΜΑ* FBC* 22. *ἔχον*] B*, Nizzius; *εχων* FC*V; *ἔχειν* uulgo.

prehensum maiore eorum arcuum, qui sunt inter lineas, et spirali inter easdem lineas posita et linea producta[1]) eam habebit rationem ad spatium comprehensum arcu minore et eadem spirali et linea terminos eorum iungenti, quam radius circuli minoris cum duabus partibus excessus, quo radius circuli maioris radium circuli minoris excedit, ad radium circuli minoris cum tertia parte eiusdem excessus.

sit spiralis, in qua sit $AB\Gamma\Delta$, una circumactione descripta, et sumantur in ea duo puncta A, Γ, ita ut punctum Θ principium sit spiralis. et a punctis A, Γ ad punctum Θ [lineae] ducantur. et describantur circuli, quorum centrum sit Θ, radii autem ΘA, $\Theta\Gamma$. demonstrandum, esse $\Xi : \Pi = A\Theta + \frac{2}{3}HA : A\Theta + \frac{1}{3}HA$.

nam demonstratum est, esse $N + \Pi : H\Gamma\Theta$



$= H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3}AH^2 : H\Theta^2$ [prop. 26].

1) Indicandum erat, radium circuli minoris ad ambitum circuli maioris producendum esse.

γώνου ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΗΘ τετράγωνον. αὐτὸ ἄρα τὸ Ξ ποτὶ τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΑΗ μετὰ δύο τριταμορίων τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΑΘ, ΘΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸν ΝΠΞ τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΘΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ τετράγωνον, ὁ δὲ ΝΠΞ τομεὺς ποτὶ τὸν Ν τομέα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΗ ποτὶ τὸ ἀπὸ τᾶς ΘΑ, ἕξει καὶ τὸ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸν Ν τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ ΘΑ, ΘΗ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ τὸ ἀπὸ ΘΑ. τὸ ἄρα ΝΠ ποτὶ τὸ Π λόγον ἔχει, ὃν συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΑ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου. ἐπεὶ οὖν τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ ΝΠ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ ΘΑ, ΑΗ καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου ποτὶ τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ, τὸ δὲ ΝΠ χωρίον ποτὶ τὸ Π τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΘ, ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου ποτὶ συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΗΑ, ΑΘ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου, ἕξει καὶ τὸ Ξ ποτὶ τὸ Π τοῦτον τὸν λόγον, ὃν

1. *της* F; corr. Torellius. 3. *ΘΑΗ* F, uulgo; similiter lin. 4. 6. *ΝΠΞ*] *ΝΗΞ* FD; *ΝΞ* uulgo; corr. Torellius. 7. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius. 8. *τᾶς*] *του* per comp. F. 9. *ΝΗΞ* FV. 11. *Ν τομέα* B, ed. Basil., Torellius.

quare erit[1])

$$\Xi : N + \Pi = \Theta A \times AH + \frac{2}{3} HA^2 : A\Theta \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2.$$

et quoniam est

$$N + \Pi : N + \Pi + \Xi = \Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 : \Theta H^2,$$

et $N + \Pi + \Xi : N = \Theta H^2 : \Theta A^2$,[2]) erit igitur

$$N + \Pi : N = \Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 : \Theta A^2 \text{ [Eucl. V, 22].}$$

itaque

$$N + \Pi : \Pi = H\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3} HA^2 : HA \times \Theta A + \frac{1}{3} HA^2.$$[3])

iam quoniam est

$$\Xi : N + \Pi = \Theta A \times AH + \frac{2}{3} HA^2 : H\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3} HA^2$$

et

$$N + \Pi : \Pi = H\Theta \times \Theta A + \frac{1}{3} HA^2 : HA \times A\Theta + \frac{1}{3} HA^2,$$

---

1) ἀνάπαλιν: $H\Gamma\Theta : N + \Pi = H\Theta^2 : H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3} AH^2$; unde διελόντι:
$\Xi : N + \Pi = H\Theta^2 \div (H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3} AH^2) : H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3} AH^2$.
sed $H\Theta^2 \div (H\Theta \times A\Theta + \frac{1}{3} AH^2)$
$= HA^2 + A\Theta^2 + 2 HA \times A\Theta \div HA \times A\Theta \div A\Theta^2 \div \frac{1}{3} AH^2$
(Eucl. II, 4) $= HA \times A\Theta + \frac{2}{3} HA^2$.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 14. cfr. p. 119 not. 1.

3) ἀναστρέψαντι (Eucl. V def. 17) erit
$N + \Pi : \Pi = \Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 : \Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 \div \Theta A^2$.
sed erit
$$\Theta A \times \Theta H + \frac{1}{3} HA^2 \div \Theta A^2 = \Theta A \times (\Theta H \div \Theta A) + \frac{1}{3} HA^2 = \Theta A \times HA + \frac{1}{3} HA^2.$$

Figura in F paullo aliter descripta est, numeris additis. 14. *ΝΠ χωρίον* ed. Basil., Torellius. *ποτί*] *πρ*° F; corr. Torellius. *Π*] *ΠΑ* F. *συναμφοτερα* F; corr. B. 15. *ΗΘΑ* F, uulgo; similiter lin. 19, 21, 24, 25. 16. *ΗΑ*] (prius) *ΜΑ* F. *ποτί*] om. F; corr. B. *ΘΑ*] *ΘΕ* FV. 21. *ὑπὸ τᾶν*] *υπαν* F. 27. *Ξ χωρίον* ed. Basil., Torellius.

ἔχει συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΗΑ καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΗΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ. τὰ δὲ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΗΑ καὶ δύο τριταμόρια τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τό τε ὑπὸ τᾶν ΘΑ, ΗΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ ἀπὸ τᾶς ΗΑ τετραγώνου τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφοτέρα ἅ τε ΘΑ καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφοτέραν τάν τε ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τὸ Ξ χωρίον ποτὶ τὸ Π χωρίον τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν συναμφοτέρα ἅ τε ΘΑ καὶ δύο τριταμόρια τᾶς ΗΑ ποτὶ συναμφότερον τάν τε ΘΑ καὶ τὸ τρίτον μέρος τᾶς ΗΑ.

1. *ΘΑ*] *ΘΗ* F, ut lin. 3. 4. *ΘΑ*] *ΘΗ* FV, ut lin. 8, 9, 12, 13. 5. *συναμφοτερα* F, uulgo. 6. *ΘΑ, ΗΑ*] *ΘΗΑ* F; corr. A. 11. *Π*] scripsi; *Ν* F, uulgo. 12. *συναμφοτέραν*? 13. *τε*] addidi, om. F, uulgo. In fine *Αρχιμηδους περι ελικων* F.

erit etiam [Eucl. V, 22]

$$\Xi : \Pi = \Theta A \times AH + \tfrac{2}{3} HA^2 : HA \times A\Theta + \tfrac{1}{3} HA^2.$$

sed erit

$$\Theta A \times HA + \tfrac{2}{3} HA^2 : \Theta A \times HA + \tfrac{1}{3} HA^2$$
$$= \Theta A + \tfrac{2}{3} HA : \Theta A + \tfrac{1}{3} HA.$$

adparet igitur, esse etiam

$$\Xi : \Pi = \Theta A + \tfrac{2}{3} HA : \Theta A + \tfrac{1}{3} HA.$$

DE PLANORUM AEQUILIBRIIS.

LIBRI II.

Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων α΄.

α΄. Αἰτούμεθα τὰ ἴσα βάρεα ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπεῖν, τὰ δὲ ἴσα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος.

β΄. εἴ κα βαρέων ἰσορροπεόντων ἀπό τινων μακέων ποτὶ τὸ ἕτερον τῶν βαρέων ποτιτεθῇ, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο, ᾧ ποτετέθη.

γ΄. ὁμοίως δὲ καί, εἴ κα ἀπὸ τοῦ ἑτέρου τῶν βαρέων ἀφαιρεθῇ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος, ἀφ' οὗ οὐκ ἀφῃρέθη.

δ΄. τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζει ἐπ' ἄλλαλα.

ε΄. τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δὲ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐσσεῖται κείμενα. ὁμοίως δὲ λέγομες σαμεῖα κεέσθαι ποτὶ τὰ ὁμοῖα σχήματα, ἀφ' ὧν ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγομέναι εὐθείαι ποιέοντι γωνίας ἴσας ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς.

---

3. ισορροπ cum comp. ην uel ιν F, ut lin. 5 bis. 5. ισσοροπειν F, ut lin. 7. 8. τι, μή Torellius. 9. εκεινω F; corr. Riualtus. 12. ἀφ'] corr. in εφ' manu 1 F. 14. αλληλα F; corr. Torellius, ut lin. 15. 15. ἐφαρμόζειν Torellius. 17. ἐσσεῖται] scripsi; εσται per comp. F, uulgo; εἶμεν Torellius. 17. λέγομεν F, uulgo. 19. ποιωντι F, uulgo.

De planorum aequilibriis siue de centris grauitatis planorum I.

I. Supponimus[1]), aequalia pondera ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruare, aequalia uero pondera ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem non seruare, sed ad pondus e maiore longitudine suspensum uergere.

II. Si, ponderibus e quibusdam longitudinibus suspensis aequilibritatem seruantibus, alteri adiiciatur aliquid, aequilibritatem ea non seruare, sed ad pondus, cui adiectum sit aliquid, uergere.

III. Eodem modo si ab altero pondere auferatur aliquid, ea aequilibritatem non seruare, sed ad pondus, a quo nihil ablatum sit, uergere.

IV. Figuris planis et aequalibus et similibus congruentibus, etiam grauitatis centra inter se congruunt.

V. Figurarum uero inaequalium, sed similium centra grauitatis similiter posita erunt. puncta autem in figuris similibus similiter posita esse dicimus, a quibus quae ad aequales angulos ducantur lineae, cum lateribus inter se respondentibus aequales angulos efficiant.

1) *Ὁ Ἀρχιμήδης τῶν ἀνισορροπιῶν ἀρχόμενος· αἰτούμεθα, φησί, τὰ ἴσα βάρη ἀπὸ τῶν ἴσων μηκῶν ἰσορροπεῖν· καίτοι τοῦτο μᾶλλον ἀξίωμα ἄν τις προσείποι.* Proclus in Eucl. p. 181, 18.

ϛʹ. εἴ κα μεγέθεα ἀπό τινων μακέων ἰσορροπέωντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσορροπήσει.

ζʹ. παντὸς σχήματος, οὗ κα ἁ περίμετρος ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλα ᾖ, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐντὸς εἶμεν δεῖ τοῦ σχήματος. — τούτων δὲ ὑποκειμένων

αʹ.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπέοντα βάρεα ἴσα ἐντί.

εἴπερ γὰρ ἄνισα ἐσσείται, ἀφαιρεθείσας ἀπὸ τοῦ μείζονος τᾶς ὑπεροχᾶς τὰ λοιπὰ οὐκ ἰσορροπησοῦντι, ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφῃρήται. ὥστε τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων βάρεα ἰσορροπέοντα ἴσα ἐντί.

βʹ.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βάρεα οὐκ ἰσορροπησοῦντι, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον.

ἀφαιρεθείσας γὰρ τᾶς ὑπεροχᾶς ἰσορροπησοῦντι, ἐπειδὴ τὰ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσορροπέοντι. ποτιτεθέντος οὖν τοῦ ἀφαιρεθέντος ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον, ἐπεὶ ἰσορροπεόντων τῷ ἑτέρῳ ποτετέθη.

---

2. *ἰσορροπήσειν* Torellius. 5. *ειναι* per comp. F; corr. Torellius. *-δεῖν* Torellius. 7. *αʹ*] om. F; corr. Torellius. 11. *τι. ὥστε* Torellius. 13. *βʹ*] om. F; corr. Torellius. 14. *ἰσορροπησοῦντι*] scripsi; *ισορροπουντι* F, uulgo. 19. *τῶι ετερωι* F. *ποτετέθη*] scripsi; *ποτιτεθηι* F, uulgo; *ποτιτεθῆ τι* Torellius.

VI. Si magnitudines e quibusdam longitudinibus suspensae aequilibritatem seruant, etiam magnitudines iis aequales ex iisdem longitudinibus suspensae aequilibritatem seruabunt.

VII. Cuiuslibet figurae, cuius perimetrus in eandem partem caua est[1]), centrum grauitatis intra figuram esse necesse est. — His autem suppositis

I.

Pondera, quae ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruant, aequalia sunt.

nam si inaequalia erunt, excessu a maiore ablato, quae relinquuntur, aequilibritatem non seruabunt, quoniam aequilibritatem seruantibus ab altero aliquid ablatum est [postul. 3]. quare[2]) quae ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruant, aequalia sunt.

II.

Pondera inaequalia e longitudinibus aequalibus suspensa aequilibritatem non seruabunt, sed ad maius uergent.

nam ablato excessu aequilibritatem seruabunt, quoniam aequalia ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruant [postul. 1]. adiecto igitur, quod ablatum est, ad maius uergent, quoniam aequilibritatem seruantibus alteri aliquid adiectum est [post. 2].

---

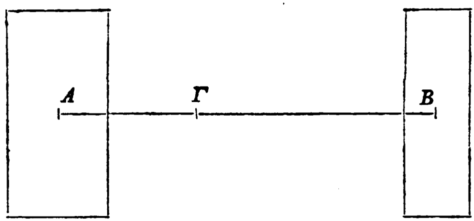
1) Cfr. de sph. et cyl. I def. 2.
2) Nam illud absurdum est ex postul. 1.

γ΄.

Τὰ ἄνισα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπησοῦντι, καὶ τὸ μεῖζον ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

ἔστω ἄνισα βάρεα τὰ *Α*, *Β*, καὶ ἔστω μεῖζον τὸ *Α*, καὶ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τῶν *ΑΓ*, *ΓΒ* μακέων. δεικτέον, ὅτι ἐλάσσων ἐστὶν ἁ *ΑΓ* τᾶς *ΓΒ*.

μὴ γὰρ ἔστω ἐλάσσων. ἀφαιρεθείσας δὴ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ *Α* τοῦ *Β*, ἐπειδὴ ἰσορροπεόντων ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἀφηρῆται, ῥέψει ἐπὶ τὸ *Β*. οὐ ῥέψει δέ. εἴτε γὰρ ἴσα ἐστὶν ἁ *ΓΑ* τᾷ *ΓΒ*, ἰσορροπησοῦντι· τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἰσορροπέοντι· εἴτε μείζων ἁ *ΓΑ* τᾶς *ΓΒ*, ῥέπει ἐπὶ τὸ *Α*· τὰ γὰρ ἴσα



ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσορροπέοντι, ἀλλὰ ῥέπει ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος. διὰ δὴ ταῦτα ἐλάσσων ἐστὶν ἁ *ΑΓ* τᾶς *ΓΒ*. — φανερὸν δέ, ὅτι καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων ἰσορροπέοντα ἄνισά ἐντι, καὶ μεῖζόν ἐστι τὸ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

δ΄.

Εἴ κα δύο ἴσα μεγέθεα μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχωντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγ-

---

1. γ΄] α΄ et ς΄ F. 3. *μεῖζον*] per comp. F, ut lin. 4. *ἐλάσσονος*] per comp. (in rasura), F, ut lin. 6, 7. 7. *γάρ*]

III.

Pondera inaequalia ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruabunt[1]), et maius e minore longitudine suspensum erit.

sint A, B pondera inaequalia, et maius sit A, et e longitudinibus $A\Gamma$, ΓB suspensa aequilibritatem seruent. demonstrandum $A\Gamma < \Gamma B$.

nam minor ne sit. ablato igitur excessu, quo excedit A magnitudinem B, uergent ad B, quoniam aequilibritatem seruantibus ab altero aliquid ablatum est [postul. 3]. sed non uergent. nam siue $\Gamma A = \Gamma B$, aequilibritatem seruabunt; aequalia enim ex aequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruant [postul. 1]. siue $\Gamma A > \Gamma B$, ad A uergent; nam aequalia ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem non seruant, sed ad pondus ex maiore longitudine suspensum uergunt [postul. 1]. quare erit $A\Gamma < \Gamma B$. — et adparet, etiam pondera, quae ex inaequalibus longitudinibus suspensa aequilibritatem seruent, inaequalia esse, et pondus e minore longitudine suspensum maius.[2])

IV.

Si duae magnitudines aequales idem centrum grauitatis non habent, magnitudinis ex utraque magnitu-

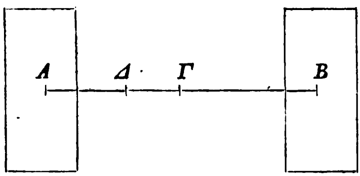
1) H. e. si pondera inaequalia aequilibritatem seruant, longitudines inaequales sunt.
2) Conuersio est propositionis 3.

---

per comp. F. δή] scripsi; δε F, uulgo. 11. ἰσσοροπέοντι] om. F; corr. Torellius. 14. ἐπί] om. F; corr. Torellius. τό] om. F; corr. Torellius. 16. ισσορροπεοντα F. 18. β' F. 20. εχοντι F, uulgo.

κειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος.

ἔστω τοῦ μὲν Α κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Α, τοῦ δὲ Β τὸ Β. καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἁ ΑΒ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Γ. λέγω, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τὸ Γ.



εἰ γὰρ μή, ἔστω τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β μεγεθέων κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Δ, εἰ δυνατόν. ὅτι γάρ ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΑΒ, προδέδεικται. ἐπεὶ οὖν τὸ Δ σαμεῖον κέντρον ἐστὶν τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος, κατεχομένου τοῦ Δ ἰσορροπήσει. τὰ ἄρα Α, Β μεγέθεα ἰσορροπησοῦντι ἀπὸ τῶν ΑΔ, ΔΒ μακέων· ὅπερ ἀδύνατον· τὰ γὰρ ἴσα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων οὐκ ἰσορροπέοντι. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ Γ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐκ τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος.

ε'.

Εἴ κα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου τὸ αὐτὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

1. *μεγεθους* F, uulgo, ut lin. 7. *ἐσσεῖται*] scripsi; *ουν* per comp. F; *ἔσται* uulgo. 2. *μεγεθ* cum comp. *ων* F; corr. Torellius, ut lin. 6, 8. 5. *τετμησθω* F; corr. Torellius. 7. *ἐστὶ τοῦ βάρεος* Torellius. 8. *μεγεθέων συγκειμένου μεγέθους*

dine compositae centrum grauitatis punctum medium erit lineae centra grauitatis magnitudinum iungentis.

sit *A* centrum grauitatis magnitudinis *A*, *B* autem magnitudinis *B*, et ducatur linea *AB* et in puncto *Γ* in duas partes aequales secetur. dico, *Γ* punctum centrum [grauitatis] esse magnitudinis ex utraque magnitudine compositae.

nam si non est, sit punctum *Δ* centrum grauitatis magnitudinis ex utraque magnitudine compositae, si fieri potest. nam [centrum grauitatis] in linea *AB* positum esse, antea demonstratum est.[1]) quoniam igitur punctum *Δ* centrum grauitatis est magnitudinis ex *A*, *B* compositae, aequilibritatem seruabit puncto *Δ* sustento. itaque magnitudines *A*, *B* ex longitudinibus *AΔ*, *ΔB* suspensae aequilibritatem seruabunt; quod fieri non potest. nam pondera aequalia ex longitudinibus inaequalibus suspensa aequilibritatem non seruant [postul. 1]. adparet igitur, punctum *Γ* centrum grauitatis esse magnitudinis ex *A*, *B* compositae.

V.

Si trium magnitudinum centra grauitatis in eadem linea recta posita sunt, et magnitudines eiusdem sunt ponderis, et lineae inter centra [grauitatis] positae aequales sunt, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis erit punctum, quod idem mediae magnitudinis centrum grauitatis est.

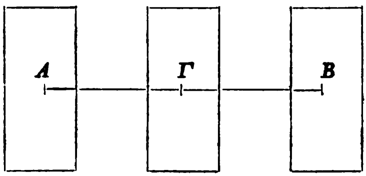
---

1) Sine dubio in libro *περὶ ζυγῶν*; Quaest. Arch. p. 32.

---

ed. Basil., Torellius (non ABCD*). 11. *της* F; corr. Torellius. 12. *δέδεικται* Eutocius. 16. *τοῦ*] *το* supra scripto *του* manu 1 F. 18. *ισορροπεωντι* F; corr. Torellius. 21. *γ'* F.

ἔστω τρία μεγέθεα τὰ *Α*, *Β*, *Γ*, κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρεος τὰ *Α*, *Β*, *Γ* σαμεῖα ἐπ' εὐθείας κείμενα. ἔστω δὲ τά τε *Α*, *Β*, *Γ* ἴσα, καὶ αἱ *ΑΓ*, *ΓΒ* ἴσαι εὐθείαι. λέγω, ὅτι τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ *Γ* σαμεῖον. ἐπεὶ γὰρ τὰ *Α*, *Β* μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχει, κέν-



τρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ *Γ* σαμεῖον, ἐπειδὴ ἴσαι ἐντὶ αἱ *ΑΓ*, *ΓΒ*. ἔστιν δὲ καὶ τοῦ *Γ* κέντρον τοῦ βάρεος τὸ *Γ* σαμεῖον. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

ΠΟΡΙΣΜΑ Α'.

Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι, ὁπόσων κα τῷ πλήθει περισσῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἔωντι κείμενα, εἴ κα τά τε ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ εὐθείαι αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

---

2. *σημεια* F (qui in hoc libro fere *σαμεῖον* seruauit); corr. Torellius. 9. *οὖν*] addidi; om. F, uulgo. 13. ⌈ mg. F. 18. *τῶν κέντρων*] Torellius; *του κεντρου* F, uulgo.

sint tres magnitudines A, B, Γ, et centra grauitatis earum A, B, Γ puncta in eadem linea recta posita. et magnitudines A, B, Γ aequales sint, et lineae $A\Gamma$, ΓB aequales. dico, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis esse punctum Γ.

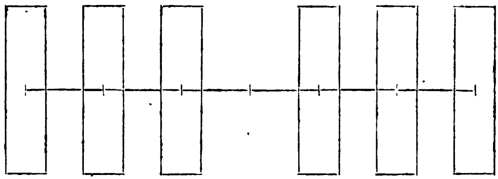
nam quoniam magnitudines A, B aequale pondus habent, centrum grauitatis erit punctum Γ, quoniam $A\Gamma = \Gamma B$ [prop. 4]. sed Γ etiam magnitudinis Γ centrum grauitatis est. adparet igitur, etiam magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis fore punctum, quod idem mediae magnitudinis centrum grauitatis est.

COROLLARIUM I.

Hinc manifestum est, quotcunque magnitudinum imparium numero centra grauitatis in eadem linea recta posita sint, si et magnitudines aequali spatio a media distantes aequale pondus habeant, et lineae inter centra earum positae aequales sint, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis fore punctum, quod idem mediae earum centrum grauitatis sit.

ΠΟΡΙΣΜΑ Β'.

Εἴ κα καὶ ἄρτια ἔωντι τῷ πλήθει τὰ μεγέθεα, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἔωντι



κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν καὶ τὰ ἴσα ἀπέχοντα ἀπ' αὐτῶν ἴσον βάρος ἔχωντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἔωντι, τοῦ ἐκ πάντων τῶν μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος τῶν μεγεθέων, ὡς ὑπογεγράπται.

ϛ'.

Τὰ σύμμετρα μεγέθεα ἰσορροπέοντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν.

ἔστω σύμμετρα μεγέθεα τὰ Α, Β, ὧν κέντρα τὰ Α, Β· καὶ μᾶκος ἔστω τι τὸ ΕΔ, καὶ ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως τὸ ΔΓ μᾶκος ποτὶ τὸ ΓΕ μᾶκος· δεικτέον, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν Α, Β συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Γ.

ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως τὸ ΔΓ ποτὶ τὸ ΓΕ, τὸ δὲ Α τῷ Β σύμμετρον, καὶ τὸ ΓΔ ἄρα τῷ ΓΕ σύμμετρον, τουτέστιν εὐθεῖα

---

4. *καὶ τὰ ἴσα ἀπέχοντα ἀπ' αὐτῶν*] addidi; om. F, uulgo; *καὶ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων* Barrowius; *πάντα τὰ μέσα* Nizzius. 5. *ἔχωντι*] scripsi; *εχοντι* F, uulgo. 10. *δ'* F. 11. *ισορρο-*

COROLLARIUM II.

Etiam si magnitudines pares sunt numero, et centra earum grauitatis in eadem linea recta posita sunt, et mediae magnitudines, quaeque ab iis aequali spatio distant, aequale pondus habent, et lineae inter centra [grauitatis] positae aequales sunt, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae centrum grauitatis erit medium punctum lineae centra grauitatis magnitudinum iungentis, sicut infra descriptum est.[1])

VI.

Magnitudines commensurabiles aequilibritatem seruant suspensae ex longitudinibus, quae in contraria proportione sunt ac pondera.

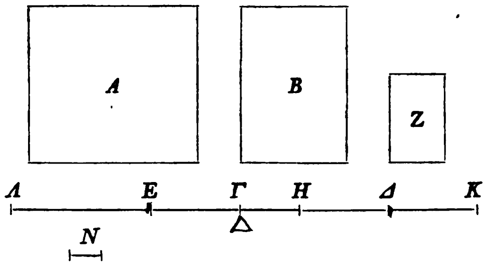
commensurabiles magnitudines sint A, B, quarum centra [grauitatis] sint puncta A, B. et longitudo sit aliqua $E\Delta$, et sit $A : B = \Delta\Gamma : \Gamma E$. demonstrandum, punctum Γ centrum grauitatis esse magnitudinis ex utraque simul A, B compositae.

nam quoniam est $A : B = \Delta\Gamma : \Gamma E$, et A, B commensurabiles sunt, etiam longitudines, h. e. lineae rectae, $\Gamma\Delta$, ΓE commensurabiles sunt [Eucl. X, 11];

1) Cfr. uol. I p. 13 not. 1. hic semel moneo, sermonem et disputandi rationem, quae in his duobus libris occurrat, ab ea, qua in ceteris libris usus sit Archimedes, aliquantum discrepare. hoc utrum recensioni posteriori debeatur, an ideo factum sit, quod adolescens hos libros ediderit, longioris disputationis est.

πεωντι F; corr. Riualtus. 12. αντιπεπονθοτων F (αν- supra scripsit manus 1); corr. Torellius. 15. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 16. 16. οὕτως] per comp. F, ut infra saepius.

τᾷ εὐθείᾳ, ὥστε τῶν ΕΓ, ΓΔ ἐστι κοινὸν μέτρον. ἔστω δὴ τὸ Ν, καὶ κείσθω τᾷ μὲν ΕΓ ἴσα ἑκατέρα τᾶν ΔΗ, ΔΚ, τᾷ δὲ ΔΓ ἴσα ἁ ΕΛ. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἁ ΔΗ



τᾷ ΓΕ, ἴσα καὶ ἁ ΔΓ τᾷ ΕΗ. ὥστε καὶ ἁ ΛΕ ἴσα τᾷ ΕΗ. διπλασία ἄρα ἁ μὲν ΛΗ τᾶς ΔΓ, ἁ δὲ ΗΚ τᾶς ΓΕ. ὥστε τὸ Ν καὶ ἑκατέραν τᾶν ΛΗ, ΗΚ μετρεῖ, ἐπειδήπερ καὶ τὰ ἡμίσεα αὐτᾶν. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως ἁ ΔΓ ποτὶ ΓΕ, ὡς δὲ ἁ ΔΓ ποτὶ ΓΕ, οὕτως ἁ ΛΗ ποτὶ ΗΚ· διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας· καὶ ὡς ἄρα τὸ Α ποτὶ τὸ Β, οὕτως ἁ ΛΗ ποτὶ ΗΚ. ὁσαπλασίων δέ ἐστιν ἁ ΛΗ τᾶς Ν, τοσαυταπλασίων ἔστω τὸ Α τοῦ Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΛΗ ποτὶ Ν, οὕτως τὸ Α ποτὶ Ζ. ἔστι δὲ καὶ ὡς ἁ ΚΗ ποτὶ ΛΗ, οὕτως τὸ Β ποτὶ Α. δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς ἁ ΚΗ ποτὶ Ν, οὕτως τὸ Β ποτὶ Ζ. ἰσάκις ἄρα πολλαπλασίων ἐστὶν ἁ ΚΗ τᾶς Ν καὶ τὸ Β τοῦ Ζ. ἐδείχθη δὲ τοῦ Ζ καὶ τὸ Α πολλαπλάσιον ἐόν. ὥστε τὸ Ζ τῶν Α, Β κοινόν ἐστι μέτρον. διαιρεθείσας οὖν τᾶς μὲν ΛΗ εἰς τὰς τᾷ Ν ἴσας, τοῦ δὲ Α εἰς τὰ τῷ Ζ ἴσα, τὰ ἐν τᾷ ΛΗ τμάματα ἰσομεγέθεα τᾷ Ν ἴσα ἐσσεῖται τῷ πλήθει τοῖς ἐν τῷ Α τμαμά-

3. τᾶν] Torellius; των per comp. F, ut lin. 6. 6. εκατερ

quare longitudinum $E\Gamma$, $\Gamma\Delta$ communis est mensura. sit igitur N, et ponatur $\Delta H = \Delta K = E\Gamma$ et $E\Lambda = \Delta\Gamma$. et quoniam est $\Delta H = \Gamma E$, erit etiam $\Delta\Gamma = EH$; quare etiam $\Lambda E = EH$. itaque $\Lambda H = 2\,\Delta\Gamma$ et $HK = 2\,\Gamma E$. quare N etiam utramque lineam ΛH, HK metitur, quia dimidias metitur [Eucl. X, 12]. et quoniam est $A : B = \Delta\Gamma : \Gamma E$, sed $\Delta\Gamma : \Gamma E = \Lambda H : HK$ (nam utraque [linearum ΛH, HK] duplo maior est utraque [linearum $\Delta\Gamma$, ΓE]), erit etiam $A : B = \Lambda H : HK$. quoties autem linea N in linea ΛH continetur, toties contineatur Z in A. est igitur [Eucl. V def. 5] $\Lambda H : N = A : Z$. sed etiam $KH : \Lambda H = B : A$ [Eucl. V, 7 πόρισμα]. quare ex aequali [Eucl. V, 22] $KH : N = B : Z$. itaque quoties N in KH continetur, toties etiam Z in B continetur. sed demonstratum est, Z etiam A magnitudinem metiri; quare Z communis mensura est magnitudinum A, B. diuisa igitur linea ΛH in partes lineae N aequales, et magnitudine A in partes magnitudini Z aequales, partes lineae ΛH aequales lineae N numero aequales erunt partibus magnitudinis A magnitudini Z aequa-

---

cum comp. ον F; corr. Torellius. 7. ημιση F, uulgo. 8. προς per comp. F; corr. Torellius, ut semper in hac pagina. 12. τοῦ] το F. 17. πολλαπλασι cum comp. ων F; corr. Torellius. ον F, uulgo. 19. τᾶ] om. F; corr. BC. 20. ισομεγεθη F, uulgo. 21. ἴσα] ισον F; corr. BC. ἐσσεῖται] scripsi; εσται per comp. F; ἐστι uulgo. τμαμασιν F, uulgo.

τεσσιν ἴσοις ἐοῦσιν τῷ Ζ. ὥστε ἂν ἐφ' ἕκαστον τῶν τμαμάτων τῶν ἐν τᾷ ΛΗ ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Ζ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ μέσου τοῦ τμάματος, τά τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐντὶ τῷ Α, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος τὸ Ε. ἄρτιά τε γάρ ἐστι τὰ πάντα τῷ πλήθει, καὶ τὰ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Ε ἴσα τῷ πλήθει διὰ τὸ ἴσαν εἶμεν τὰν ΛΕ τᾷ ΗΕ. ὁμοίως δὲ δειχθησέται, ὅτι καὶ εἴ κα ἐφ' ἕκαστον τῶν ἐν τᾷ ΚΗ τμαμάτων ἐπιτεθῇ μέγεθος ἴσον τῷ Ζ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχον ἐπὶ τοῦ μέσου τοῦ τμάματος, τά τε πάντα μεγέθεα ἴσα ἐσσεῖται τῷ Β, καὶ τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται τὸ Δ. ἐσσεῖται οὖν τὸ μὲν Α ἐπικείμενον κατὰ τὸ Ε, τὸ δὲ Β κατὰ τὸ Δ. ἐσσεῖται δὴ μεγέθεα ἴσα ἀλλάλοις ἐπ' εὐθείας κείμενα, ὧν τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἴσα ἀπ' ἀλλάλων διέστακεν, συγκείμενα ἄρτια τῷ πλήθει. δῆλον οὖν, ὅτι τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἁ διχοτομία τᾶς εὐθείας τᾶς ἐχούσας τὰ κέντρα τῶν μέσων μεγεθέων. ἐπεὶ δ' ἴσαι ἐντὶ ἁ μὲν ΛΕ τᾷ ΓΔ, ἁ δὲ ΕΓ τᾷ ΔΚ, καὶ ὅλα ἄρα ἁ ΛΓ ἴσα τᾷ ΓΚ. ὥστε τοῦ ἐκ πάντων μεγέθεος κέντρον τοῦ βά-

---

1. *ουσιν* F, uulgo; *ἐόντεσσιν*? 2. *τῷ*] supra scripto *ο* manu 1 F. 3. *εχο* cum comp. *ον* F. 6. *καὶ τὰ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ Ε ἴσα τῷ πλήθει*] addidi; om. F, uulgo. 7. *ειναι* per comp. F; corr. Torellius. 8. *καί*] scripsi; *καν* F, uulgo. 13. *ἐσσεῖται*] (alt.) scripsi; *εσται* per comp. F, ut lin. 14. 15. *αλληλοις* F; corr. Torellius, ut lin. 16. 20. *μεγεθων* F; corr. Torellius. *ἐντί*] scripsi; *εἰσιν* per comp. F, uulgo.

libus. itaque si in singulis partibus lineae ΔH magnitudo ponitur magnitudini Z aequalis centrum grauitatis in medio partis habens, omnes simul magnitudines magnitudini A aequales sunt, et magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis erit punctum E. nam et omnes simul pares sunt numero, et quae in utraque parte puncti E positae sunt, numero aequales, quia $\Delta E = HE$ [tum u. prop. 5 coroll. 2].[1]) similiter demonstrabimus, etiam si in singulis partibus lineae KH [lineae N aequalibus] magnitudo aequalis magnitudini Z ponatur centrum grauitatis in medio partis habens, omnes simul magnitudines magnitudini B aequales erunt, et centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus compositae erit punctum Δ.[2]) itaque magnitudo A in E puncto posita erit, magnitudo autem B in Δ. et magnitudines quaedam inter se aequales in eadem linea recta positae erunt, quarum centra grauitatis aequali spatio inter se distent, omnes simul sumptae[3]) numero pares. adparet igitur, centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus compositae medium fore punctum lineae eius, in qua centra magnitudinum mediarum[4]) posita sint. et quoniam $\Delta E = \Gamma\Delta$, et $E\Gamma = \Delta K$, erit igitur etiam $\Delta\Gamma = \Gamma K$. quare magnitudinis ex omnibus compositae centrum

---

1) Nam et omnes magnitudini Z aequales sunt, et spatia, quibus centra in eadem linea posita distant, lineae N aequalia.

2) Nam Z metitur magnitudinem B; tum u. prop. 5 coroll. 2 et not. 1.

3) Uereor, ne in uerbo συγκείμενα lin. 16 mendum lateat.

4) Ex prop. 5 coroll. 2; nam punctum medium totius lineae centra iungentis idem medium est lineae centra mediarum iungentis.

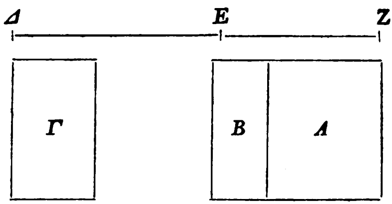
ρεος τὸ Γ σαμεῖον. τοῦ μὲν ἄρα Α κειμένου κατὰ τὸ Ε, τοῦ δὲ Β κατὰ τὸ Δ ἰσορροπησοῦντι κατὰ τὸ Γ.

ζ΄.

Καὶ τοίνυν εἴ κα ἀσύμμετρα ἔωντι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως ἰσορροπησοῦντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς μεγέθεσιν.

ἔστω ἀσύμμετρα μεγέθεα τὰ ΑΒ, Γ, μάκεα δὲ τὰ ΔΕ, ΕΖ. ἐχέτω δὲ τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν καὶ τὸ ΕΔ ποτὶ τὸ ΕΖ μᾶκος. λέγω, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, Γ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε.

εἰ γὰρ μὴ ἰσορροπήσει τὸ ΑΒ τεθὲν ἐπὶ τῷ Ζ τῷ Γ τεθέντι ἐπὶ τῷ Δ, ἤτοι μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ



ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ Γ, ἢ οὔ. ἔστω μεῖζον. καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ μεῖζόν ἐστι τὸ ΑΒ τοῦ Γ ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν, ὥστε [τὸ] λοιπὸν τὸ Α σύμμετρον εἶμεν τῷ Γ. ἐπεὶ οὖν σύμμετρά ἐστι τὰ Α, Γ μεγέθεα, καὶ ἐλάσσονα λόγον ἔχει τὸ Α ποτὶ τὸ Γ, ἢ ἁ ΔΕ ποτὶ ΕΖ, οὐκ ἰσορροπησοῦντι τὰ Α, Γ ἀπὸ τῶν ΔΕ, ΕΖ μακέων, τεθέντος

---

3. ε΄ F. 5. *αντιπεπονθοτ* cum comp. *ων* F; corr. ed. Basil. 13. *τῷ Δ*] scripsi; *το Δ* F, uulgo. 14. *ἢ*] addidi cum B; om. F, uulgo. *Γ, ἢ*] *ΓΗ* F. *τῷ Γ* om. Eu-

grauitatis est punctum Γ. itaque magnitudine A in puncto E posita, B autem in Δ, ex puncto Γ suspensae aequilibritatem seruabunt.

VII.

Iam etiam si incommensurabiles sunt magnitudines, eodem modo aequilibritatem seruabunt ex longitudinibus suspensae, quae in contraria proportione sunt ac magnitudines.

magnitudines incommensurabiles sint AB, Γ, longitudines autem aliquae ΔE, EZ, et sit $AB : \Gamma = E\Delta : EZ$. dico, centrum grauitatis magnitudinis ex utraque AB, Γ compositae esse punctum E.[1])

nam si aequilibritatem non seruabunt AB magnitudo in puncto Z posita, Γ uero in puncto Δ, aut maior erit AB magnitudine Γ, quam ut aequilibritatem seruet, aut non maior. sit maior, et a magnitudine AB auferatur magnitudo minor excessu, quo AB magnitudine Γ maior est, quam ut aequilibritatem seruet, ita ut, quae relinquitur magnitudo A, commensurabilis sit magnitudini Γ [u. Eutocius]. quoniam igitur A, Γ magnitudines commensurabiles sunt, et est $A : \Gamma < \Delta E : EZ$, magnitudines A, Γ ex longitudinibus ΔE, EZ suspensae, ita ut A in puncto Z ponatur, Γ autem in puncto Δ, aequilibritatem non

1) Sc. magnitudine AB in Z posita, Γ autem in Δ.

---

tocius. 16. *μεῖζον*] cum Eutocio; *μειζων* F, uulgo. *ἤ*] addidi; om. F, uulgo. 17. *τό*] deleo cum Eutocio. *ειναι* per comp. F; corr. Torellius. *τῷ*] *το* F; corr. Torellius. 19. Γ, *ἤ*] $\overline{\Gamma H}$ F. *προς* per comp. F; corr. Torellius. *ισορο-πησουντι* F.

τοῦ μὲν Α ἐπὶ τῷ Ζ, τοῦ δὲ Γ ἐπὶ τῷ Δ. διὰ ταὐτὰ δ' οὐδ' εἰ τὸ Γ μεῖζόν ἐστιν ἢ ὥστε ἰσορροπεῖν τῷ ΑΒ.

η'.

Εἴ κα ἀπό τινος μεγέθεος ἀφαιρεθῇ τι μέγεθος μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τοῦ λοιποῦ μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος, ἐκβληθείσας τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βαρέων τοῦ τε ὅλου μεγέθεος καὶ τοῦ ἀφῃρημένου ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐφ' ἃ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθεος, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς ἀπὸ [τᾶς] ἐκβληθείσας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ εἰρημένα κέντρα, ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὰν μεταξὺ τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος ποτὶ τὸ τοῦ λοιποῦ βάρος, τὸ πέρας τᾶς ἀπολαφθείσας.

ἔστω μεγέθεός τινος τοῦ ΑΒ κέντρον τοῦ βάρεος τό Γ. καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τοῦ ΑΒ τὸ ΑΔ, οὗ κέντρον τοῦ βάρεος ἔστω τὸ Ε. ἐπιζευχθείσας δὲ τᾶς ΕΙ καὶ ἐκβληθείσας ἀπολελάφθω ἁ ΓΖ ποτὶ τὰν ΓΕ λόγον ἔχουσα τὸν αὐτόν, ὃν ἔχει τὸ ΑΔ μέγεθος ποτὶ τὸ ΔΗ. δεικτέον, ὅτι τοῦ ΔΗ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ζ σαμεῖον.

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ σαμεῖον. ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΔ μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε, τοῦ δὲ ΔΗ τὸ Θ σαμεῖον, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΔ, ΔΗ μεγεθέων κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται

1. *τῷ*] scripsi cum B; *το* F, uulgo (bis). 2. *τῷ ΑΒ*] Torellius; *το Α* F, uulgo. 3. *ς'* F. 8. *ἐφ' ἃ*] scripsi; *εφ ὁ* F, uulgo; *ἐπί* Torellius. 10. *τᾶς*] deleo. 11. *προς την* (compp.) F; corr. Torellius. 12. *των αφηρημενων μεγεθων* F; corr. ed. Basil. 13. *προς* per comp. F; corr. Torellius. 24. *αμφοτερου* F, uulgo. 25. *βαρεως* F.

seruabunt [prop. 6]. et eadem de causa hoc ne tum quidem fiet, si Γ magnitudo maior est, quam ut cum AB aequilibritatem seruet.[1])

VIII.

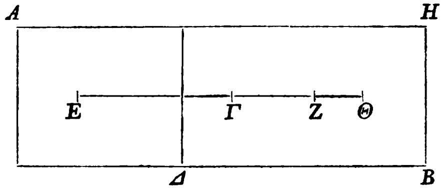
Si a magnitudine aliqua magnitudo aufertur, cui idem centrum non est, quod toti, reliquae magnitudinis centrum grauitatis est: producta linea centra et totius et ablatae magnitudinis iungenti in eandem partem, in qua est centrum totius magnitudinis, et ablata linea a producta linea centra illa iungenti, ita ut eandem habeat rationem ad lineam inter centra positam, quam pondus magnitudinis ablatae ad pondus reliquae, terminus ablatae.

magnitudinis cuiusdam AB centrum grauitatis sit Γ. et ab AB auferatur $A\Delta$, cuius centrum grauitatis sit E. ducta autem linea $E\Gamma$ et producta [uersus Γ] abscindatur ΓZ, ita ut sit $\Gamma Z : \Gamma E = A\Delta : \Delta H$. demonstrandum, centrum grauitatis magnitudinis ΔH esse punctum Z.

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit punctum Θ. quoniam igitur magnitudinis $A\Delta$ centrum grauitatis est E, magnitudinis autem ΔH punctum Θ, magnitudinis ex utraque magnitudine $A\Delta$, ΔH compositae

1) Demonstratio imperfecta et paullo obscurior ita supplenda est: cum $A : \Gamma < \Delta E : EZ$, ad punctum Δ uergent, quod fieri non potest, cum minus excessu ablatum sit ab AB. eodem modo ratiocinandum, si Γ maior est. quare cum AB neque maior sit neque minor, demonstratum est, quod proposuimus.

ἐπὶ τᾶς ΕΘ τμαθείσας ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθέμεν κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τοῖς μεγέθεσιν. ὥστε οὐκ ἐσσεῖται τὸ Γ σαμεῖον κατὰ τὰν ἀνάλογον



τομὰν τᾷ εἰρημένᾳ. οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ Γ κέντρον τοῦ ἐκ τῶν ΑΔ, ΔΗ συγκειμένου μεγέθεος, τουτέστι τοῦ ΑΒ. ἔστι δέ· ὑπέκειτο γάρ. οὐκ ἄρα ἐστὶ τὸ Θ κέντρον βάρεος τοῦ ΔΗ μεγέθεος.

θ'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶν κατ' ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευρᾶν.

ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἐπὶ δὲ τὰν διχοτομίαν τᾶν ΑΒ, ΓΔ ἁ ΕΖ. φαμὶ δή, ὅτι τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΖ.

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΑΒ ἁ ΘΙ. τᾶς δὲ δὴ ΕΒ διχοτομουμένας αἰεὶ ἐσσεῖται ποκὰ ἁ καταλειπομένα ἐλάσσων τᾶς ΙΘ. καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τᾶν ΑΕ, ΕΒ εἰς τὰς τᾷ ΕΚ

1. αντιπεποθενμεν F. 3. ἐσσεῖται] scripsi; εσται per comp. F, uulgo. 4. κέντρον τοῦ βάρεος Torellius. 7. βαρους . . μεγεθους F, uulgo. 8. ζ' F. 11. τας . . πλευρας F; corr. Torellius. 14. τᾶν] των per comp. F; corr. Torel-

centrum grauitatis positum erit in linea $E\Theta$ ita diuisa, ut partes eius in contraria ratione sint ac magnitudines [prop. 6 — 7]. [sed punctum Γ positum est in linea EZ ita diuisa, ut partes eius in contraria ratione sint ac magnitudines].[1]) quare punctum Γ in sectione ei, quam commemorauimus, respondenti positum non erit. quare punctum Γ magnitudinis ex $A\Delta$, ΔH compositae, h. e. magnitudinis AB, centrum non est. uerum est; hoc enim suppositum est. itaque punctum Θ magnitudinis ΔH centrum grauitatis non est.

IX.

Cuiusuis parallelogrammi centrum grauitatis in ea linea positum est, quae media puncta laterum sibi oppositorum parallelogrammi iungit.

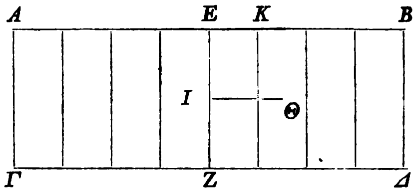
pareallelogrammum sit $AB\Gamma\Delta$, et ad medium punctum laterum AB, $\Gamma\Delta$ [ducta sit] EZ. dico igitur, centrum grauitatis parallelogrammi $AB\Gamma\Delta$ in linea EZ fore.

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit Θ, et ducatur ΘI lineae AB parallela. itaque linea EB semper deinceps in duas partes aequales diuisa, quae relinquitur, aliquando minor erit linea $I\Theta$. et utraque linea AE, EB in partes lineae EK aequales diuidatur,

1) Ex hypothesi; neque fieri potest, ut sit $\Gamma Z : \Gamma E$ aequalis rationi partium lineae $\Gamma\Theta$. ceterum adparet, ante ὥστε lin. 3 lacunam esse, quam hunc in modum expleo: τὸ δὲ Γ ἐπὶ τᾶς ΕΖ ἐστι τμαθείσας, ὥστε τὰ τμάματα ἀντιπεπονθέμεν τοῖς μεγέθεσιν.

lius, ut lin. 20. 16. εσται per comp. F, uulgo. 19. ποκά] Torellius; ποια F, uulgo. ά] addidi; om. F, uulgo.

ἴσας, καὶ ἀπὸ τῶν κατὰ τὰς διαιρεσίας σαμείων ἄχθωσαν παρὰ τὰν ΕΖ. διαιρεθησέται δὴ τὸ ὅλον παραλληλόγραμμον εἰς παραλληλόγραμμά τινα ἴσα καὶ



ὁμοῖα τῷ ΚΖ. τῶν οὖν παραλληλογράμμων τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων τῷ ΚΖ ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. ἐσσοῦνται δὴ μεγέθεά τινα, παραλληλόγραμμα ἴσα τῷ ΚΖ, ἄρτια τῷ πλήθει, καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας κείμενα, καὶ τὰ μέσα ἴσα, καὶ πάντα τὰ ἐφ' ἑκάτερα τῶν μέσων αὐτά τε ἴσα ἐντί, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθείαι ἴσαι. τοῦ ἐκ πάντων αὐτῶν ἄρα συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον ἐσσείται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος τῶν μέσων χωρίων. οὐκ ἔστι δέ· τὸ γὰρ Θ ἐκτός ἐστι τῶν μέσων παραλληλογράμμων. φανερὸν οὖν, ὅτι ἐπὶ τᾶς ΕΖ εὐθείας τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου.

ι'.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ αἱ διαμέτροι συμπίπτοντι.

ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἐν αὐτῷ ἁ ΕΖ δίχα τέμνουσα τὰς ΑΒ, ΓΔ, ἁ δὲ ΚΛ τὰς ΑΓ,

---

1. διαιρεσ cum comp. ης F; διαιρέσεις uulgo. 3. τινα]

et a punctis diuisionum [lineae] ducantur lineae EZ parallelae. itaque totum parallelogrammum in parallelogramma quaedam diuidetur parallelogrammo KZ aequalia et similia. parallelogrammis igitur aequalibus et similibus parallelogrammo KZ inter se congruentibus, etiam centra grauitatis eorum congruent [postul. 4]. erunt igitur magnitudines quaedam, parallelogramma aequalia parallelogrammo KZ, numero pares, et centra grauitatis earum in eadem linea recta posita, et mediae magnitudines aequales, et omnes in utraque parte mediarum positae et ipsae aequales, et lineae inter centra positae aequales. itaque centrum grauitatis magnitudinis ex omnibus illis compositae in ea linea positum erit, quae centra grauitatis spatiorum mediorum iungit [prop. 5 coroll. 2]. sed non est; nam punctum Θ extra parallelogramma media positum est.[1]) adparet igitur, centrum grauitatis parallelogrammi $AB\Gamma\Delta$ in linea EZ esse.

X.

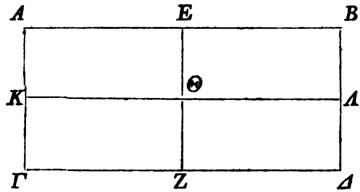
Cuiusuis parallelogrammi centrum grauitatis id punctum est, in quo diametri inter se concurrunt.

parallelogrammum sit $AB\Gamma\Delta$, et in eo linea EZ lineas AB, $\Gamma\Delta$ in duas partes aequales diuidens, $K\Lambda$

1) Nam $EK < I\Theta$ ex hypothesi.

scripsi; *τα* F, uulgo. 5. *εφαρμοζομενον* (*ον* comp.) F; corr. Torellius. *αλληλα* F; corr. Torellius, ut lin. 6. 6. *αυτ* cum comp. *ον* F; corr. B mg. 12. *εσται* per comp. F, uulgo. 14. *βαρους* F; corr. V. 18. *H'* F.

ΒΔ. ἔστιν δὴ τοῦ ΑΒΓΔ παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΕΖ· δεδείκται γὰρ τοῦτο. διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ ἐπὶ τᾶς ΚΛ. τὸ Θ ἄρα σαμεῖον



κέντρον τοῦ βάρεος. κατὰ δὲ τὸ Θ αἱ διαμέτροι τοῦ παραλληλογράμμου πίπτοντι. ὥστε δεδείκται τὸ προτεθέν.

ΑΛΛΩΣ.

ἔστιν δὲ καὶ ἄλλως τὸ αὐτὸ δεῖξαι.

ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἁ ΔΒ. τὰ ἄρα ΑΒΔ, ΒΔΓ τρίγωνα ἴσα ἐντὶ καὶ ὁμοῖα ἀλλάλοις, ὥστε ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλλαλα τῶν τριγώνων καὶ τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν ἐπ' ἄλλαλα πεσοῦνται. ἔστω δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΕΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΖΘ ἴσα τᾷ ΘΕ. ἐφαρμοζομένου δὴ τοῦ ΑΒΔ τριγώνου ἐπὶ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον καὶ τιθεμένας τᾶς μὲν ΑΒ πλευρᾶς ἐπὶ τὰν ΔΓ, τᾶς δὲ ΑΔ ἐπὶ τὰν ΒΓ ἐφαρμόξει καὶ ἁ ΘΕ εὐθεῖα ἐπὶ τὰν ΖΘ, καὶ τὸ Ε σαμεῖον ἐπὶ τὸ Ζ πεσεῖται· ἀλλὰ καὶ ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος

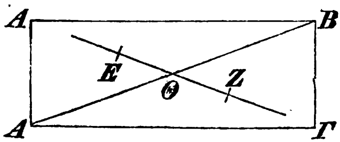
7. *ἄλλως*] om. F, uulgo. 10. *ΔΒ*] *ΑΒ* F. 11. *αλληλοις* F; corr. Torellius, ut lin. 12, 13. *εφαρμοζομενον* F. Post *σαμεῖον* lin. 14 addunt ed. Basil. et Torellius: *καὶ τετμήσθω (τετμάσθω) δίχα ἁ ΔΒ κατὰ τὸ Θ.* 15. *απειληφθω*

autem lineas $A\Gamma$, $B\Delta$ eodem modo diuidens. itaque centrum grauitatis parallelogrammi $AB\Gamma\Delta$ in linea EZ positum est; hoc enim demonstratum est [prop. 9]. sed eadem de causa etiam in linea $K\Lambda$ est. itaque punctum Θ centrum grauitatis est. in Θ autem puncto diametri parallelogrammi concurrunt.[1]) quare demonstratum est, quod proposuimus.

ALITER.

Sed etiam aliter idem demonstrari potest.

parallelogrammum sit $AB\Gamma\Delta$, et diametrus eius sit ΔB. itaque trianguli $AB\Delta$, $B\Delta\Gamma$ aequales et similes sunt [Eucl. I, 34]. quare triangulis inter se congruentibus etiam centra grauitatis eorum congruent



[postul. 4]. sit igitur punctum E centrum grauitatis trianguli $AB\Delta$, et ducatur linea $E\Theta$ et producatur, et abscindatur $Z\Theta$ aequalis lineae ΘE. itaque triangulo $AB\Delta$ cum triangulo $B\Delta\Gamma$ congruente et posito latere AB in $\Delta\Gamma$ et $A\Delta$ in $B\Gamma$, etiam linea ΘE cum $Z\Theta$ congruet, et punctum E in Z cadet. uerum etiam in centrum grauitatis trianguli $B\Delta\Gamma$ cadet [postul. 4. itaque punctum Z centrum grauitatis est trianguli

1) Fortasse scribendum συμπίπτοντι lin. 5. ceterum cfr. Zeitschr. für Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 10.

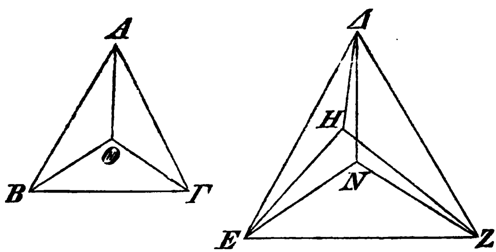
F, uulgo. 16. $AB\Delta$] $AB\Gamma\Delta$ FV. 17. $B\Delta\Gamma$] $A\Delta\Gamma$ FV. 18. εφαρμοζει F, uulgo; ἐφαρμόσει Torellius.

τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. ἐπεὶ οὖν τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΓ τὸ Ζ, δῆλον, ὡς τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ μέσον τᾶς ΕΖ εὐθείας, ὅπερ ἐστὶ τὸ Θ σαμεῖον.

ια'.

Ἐὰν δύο τρίγωνα ὁμοῖα ἀλλάλοις ᾖ καὶ ἐν αὐτοῖς σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ποτὶ τὰ τρίγωνα, καὶ τὸ ἓν σαμεῖον τοῦ, ἐν ᾧ ἐστι, τριγώνου κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος, καὶ τὸ λοιπὸν σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ, ἐν ᾧ ἐστι, τριγώνου. ὁμοίως δὲ λέγομες σαμεῖα κεέσθαι ποτὶ τὰ ὁμοῖα ⌊σχήματα, ἀφ' ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγομέναι εὐθείαι ἴσας ποιέοντι · γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς.

ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἔστω ὡς ἁ ΑΓ ποτὶ ΔΖ, οὕτως ἅ τε ΑΒ ποτὶ ΔΕ, καὶ ἁ ΒΓ



ποτὶ ΕΖ, καὶ ἐν τοῖς εἰρημένοις τριγώνοις σαμεῖα ὁμοίως κείμενα ἔστω τὰ Θ, Ν ποτὶ τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ τρίγωνα, καὶ ἔστω τὸ Θ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ

---

1. *ΒΔΓ*] *ΑΔΓ* F; corr. B. 2. *τό*] *του* per comp. F. 6. *ϑ'* F. 7. *αλληλοις* F; corr. Torellius. 8. *προς* per comp. F; corr. Torellius. 11. *ὁμοίως δέ* ad *πλευραῖς* delenda cen-

$B\Delta\Gamma$]. iam quoniam trianguli $AB\Delta$ centrum grauitatis est punctum E, trianguli autem $\Delta B\Gamma$ punctum Z, adparet, magnitudinis ex utroque triangulo compositae [h. e. parallelogrammi $AB\Gamma\Delta$] centrum grauitatis esse punctum medium lineae EZ, quod est punctum Θ.[1])

XI.

Si dati sunt duo trianguli inter se similes et in iis puncta similiter posita, et alterum punctum eius trianguli, in quo est, centrum grauitatis est, etiam reliquum punctum eius trianguli, in quo est, centrum est grauitatis. puncta autem in figuris similibus similiter posita esse dicimus, a quibus quae ad aequales angulos ducantur lineae, cum lateribus inter se respondentibus aequales angulos efficiant.[2])

sint duo trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ, et sit

$$A\Gamma : \Delta Z = AB : \Delta E = B\Gamma : EZ^{3)},$$

et in triangulis illis similiter posita sint puncta Θ, N, et Θ punctum centrum grauitatis sit trianguli $AB\Gamma$.

1) Nam ex hypothesi est $E\Theta = \Theta Z$. audiendum est, punctum Θ id esse punctum, in quo diametri concurrant.

2) Mihi quoque haec uerba ex postul. 5 inutiliter repetita suspecta sunt, sed satius duxi, nunc saltem ea relinquere, cum postulata illa eodem modo saepissime per totum hunc librum repetantur, qui loci aut omnes subditiui sunt aut omnes genuini; utrum ueri similius sit, tum diiudicari poterit, si quando de integritate huius libri quaesitum erit.

3) H. e. sit $AB\Gamma \sim \Delta EZ$ (Eucl. VI, 4).

sent Barrowius, censor Ienensis, Nizzius. λεγομεν F, uulgo. 13. ποιουσιν F, uulgo; ποιῶντι Torellius. 14. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 16 bis, 17, 18, p. 170, 9.

τριγώνου. λέγω, ὅτι καὶ τὸ Ν κέντρον βάρεός ἐστι τοῦ ΔΕΖ τριγώνου.

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Η κέντρον βάρεος τοῦ ΔΕΖ τριγώνου. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΘΑ, ΘΒ, ΘΓ, ΔΝ, ΕΝ, ΖΝ, ΔΗ, ΕΗ, ΖΗ. ἐπεὶ οὖν ὁμοῖόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ, καὶ κέντρα τῶν βαρέων ἐστὶ τὰ Θ, Η σαμεῖα, τῶν δὲ ὁμοίων σχημάτων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως ἐντὶ κείμενα, ὥστε ἴσας ποιησοῦντι γωνίας ποτὶ ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς ἕκαστον ἑκάσταις, ἴσα ἄρα ἁ ὑπὸ ΗΔΕ γωνία τᾷ ὑπὸ ΘΑΒ. ἀλλὰ ἁ ὑπὸ ΘΑΒ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΔΝ διὰ τὸ ὁμοίως κεῖσθαι τὰ Θ, Ν σαμεῖα. καὶ ἁ ὑπὸ ΕΔΝ γωνία ἄρα ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΔΗ, ἁ μείζων τᾷ ἐλάσσονι· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα οὐκ ἐστι κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΔΕΖ τριγώνου τὸ Ν σαμεῖον. ἔστιν ἄρα.

ιβ'.

Εἴ κα δύο τρίγωνα ὁμοῖα ἔωντι, τοῦ δὲ ἑνὸς τριγώνου κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐντι ἀπό τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν τὰν βάσιν ἀγομένα, καὶ τοῦ λοιποῦ τριγώνου τὸ κέντρον ἐσσεῖται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας γραμμᾶς.

ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ, καὶ ἔστω ὡς ἁ ΑΓ ποτὶ ΔΖ, οὕτως ἅ τε ΑΒ ποτὶ ΔΕ, καὶ ἁ ΒΓ ποτὶ ΖΕ. καὶ τμαθείσας τᾶς ΑΓ δίχα κατὰ τὸ Η ἐπεζεύχθω ἁ ΒΗ, καὶ ἔστω τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ

10. ἕκαστον ἑκάσταις] Quaest. Arch. p. 144; ἑκάσταν ἑκάστᾳ Torellius. ιση F; corr. Torellius. 12. ΕΔΗ F. 13. ΕΔΗ et ΕΔΝ F, uulgo; permutaui propter sequens ἁ μείζων τᾷ ἐλάσσονι. 17. ι' F. 24. προς per comp. F (bis); corr. Torellius, ut lin. 25.

dico, etiam N punctum centrum grauitatis esse trianguli ΔEZ.

nam ne sit, sed si fieri potest, punctum H centrum grauitatis sit trianguli ΔEZ. et ducantur lineae ΘA, ΘB, $\Theta \Gamma$, ΔN, EN, ZN, ΔH, EH, ZH. iam quoniam similes sunt trianguli $AB\Gamma$, ΔEZ, et centra grauitatis sunt puncta Θ, H, et similium figurarum centra grauitatis similiter posita sunt [postul. 4], ita ut singula cum singulis lateribus inter se respondentibus aequales angulos efficiant [postul. 5], erit igitur

$$\angle H\Delta E = \angle \Theta AB.$$

sed $\angle \Theta AB = \angle E\Delta N$, quia puncta Θ, N similiter posita sunt [postul. 5]. quare etiam angulus $E\Delta N$ aequalis est angulo $E\Delta H$, maior minori; quod fieri non potest. quare fieri non potest, ut N punctum centrum grauitatis trianguli ΔEZ non sit. est igitur.

XII.

Si dati sunt duo trianguli similes, alterius autem trianguli centrum grauitatis in ea linea positum est, quae ab angulo aliquo ad mediam basim[1]) ducta est, etiam reliqui trianguli centrum grauitatis in linea similiter ducta positum erit.

duo trianguli sint $AB\Gamma$, ΔEZ, et sit

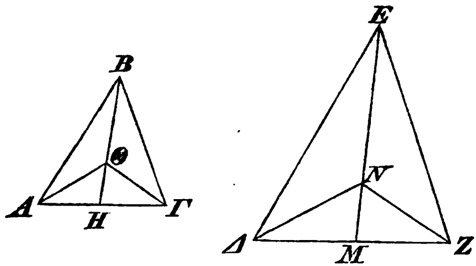
$$A\Gamma : \Delta Z = AB : \Delta E = B\Gamma : ZE$$

[cfr. p. 169 not. 3]. et linea $A\Gamma$ in puncto H in duas partes aequales diuisa ducatur linea BH, et

1) H. e. latus angulo oppositum.

ΑΒΓ τριγώνου ἐπὶ τᾶς ΒΗ τὸ Θ. λέγω, ὅτι καὶ τοῦ ΕΔΖ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας εὐθείας.

τετμάσθω ἁ ΔΖ δίχα κατὰ τὸ Μ, καὶ ἐπεζεύχθω



ἁ ΕΜ, καὶ πεποιήσθω, ὡς ἁ ΒΗ ποτὶ ΒΘ, οὕτως ἁ ΜΕ ποτὶ ΕΝ. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΘ, ΘΓ, ΔΝ, ΝΖ. ἐπεί ἐστι τᾶς μὲν ΓΑ ἡμίσεια ἁ ΑΗ, τᾶς δὲ ΔΖ ἡμίσεια ἁ ΔΜ, ἔστιν ἄρα καί, ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ ΕΔ, οὕτως ἁ ΑΗ ποτὶ ΔΜ· καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν ἐντι. ἴσα τε ἄρα ἐστὶν ἁ ὑπὸ ΑΗΒ γωνία τᾷ ὑπὸ ΔΜΕ, καί ἐστιν ὡς ἁ ΑΗ ποτὶ ΔΜ, οὕτως ἁ ΒΗ ποτὶ ΕΜ. ἔστιν δὲ καί, ὡς ἁ ΒΗ ποτὶ ΒΘ, οὕτως ἁ ΜΕ ποτὶ ΕΝ. καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς ἁ ΑΒ ποτὶ ΔΕ, οὕτως ἁ ΒΘ ποτὶ ΕΝ· καὶ περὶ ἴσας γωνίας αἱ πλευραὶ ἀνάλογόν ἐντι. εἰ δὲ τοῦτο, ἴσα ἐστὶν ἁ ὑπὸ ΒΑΘ γωνία τᾷ ὑπὸ ΕΔΝ. ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΝΔΖ γωνίᾳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὲ ἁ μὲν ὑπὸ ΒΓΘ γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ ΕΖΝ, ἁ δὲ ὑπὸ ΘΓΗ τᾷ ὑπὸ ΝΖΜ ἴσα. ἐδείχθη

3. *ὁμοίως*] supra -*ως* in F manu 2 scriptum est *α*. 5. *πεποιήσθω*] *γεγονέτω* ed. Basil., Torellius. *ποτί*] *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 6, 8, 9, 11, 12, 13 bis, 14 bis. 6. *ΑΘ*] *ΒΘ* FV. *ΔΝ*] *ΔΗ* F, ut uidetur; V. etiam in

centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ in linea BH positum sit, uelut Θ. dico, etiam trianguli ΔEZ centrum grauitatis in linea similiter ducta positum esse.

secetur linea ΔZ in puncto M in duas partes aequales, et ducatur linea EM, et fiat[1])

$$BH : B\Theta = ME : EN.$$

et ducantur lineae $A\Theta$, $\Theta\Gamma$, ΔN, NZ. iam quoniam est $AH = \frac{1}{2}\Gamma A$ et $\Delta M = \frac{1}{2}\Delta Z$, erit etiam

$$BA : E\Delta = AH : \Delta M^{2});$$

et latera aequales angulos[3]) comprehendentia proportionalia sunt. quare erit $\angle AHB = \Delta ME$ [Eucl. VI, 6] et $AH : \Delta M = BH : EM$ [Eucl. VI, 4]. est autem etiam $BH : B\Theta = ME : EN$ [ex hypothesi]. quare etiam ex aequali erit $AB : \Delta E = B\Theta : EN$[4]); et latera aequales angulos[5]) comprehendentia proportionalia sunt. hoc si est, erit $\angle BA\Theta = E\Delta N$ [Eucl. VI, 6]. quare etiam qui relinquitur[6]) angulus $\Theta A\Gamma = N\Delta Z$. et iisdem de causis erit

$$\angle B\Gamma\Theta = EZN \text{ et } \angle \Theta\Gamma H = NZM.$$

1) πεποιήσθω lin. 5 pro γεγονέτω uestigium recensionis posterioris est; u. Quaest. Arch. p. 70.

2) Nam ex hypothesi est $BA : E\Delta = A\Gamma : \Delta Z$.

3) Nam $BAH = E\Delta M$, quia $AB\Gamma \sim \Delta EZ$.

4) Nam ἐναλλάξ erit $AH : BH = \Delta M : EM$; tum u. Eucl. V, 22.

5) Nam $AB\Theta = \Delta EN$ ex Eucl. VI, 6; u. lin. 8 sq.

6) Sc. ablato $\angle BA\Theta$ ab BAH et $E\Delta N$ ab $E\Delta M$, aequalibus ab aequalibus (Eucl. I κοιν. ἐνν. 3).

figura H pro N praebet F. 7. NZ] HZ FV. ἐπεὶ οὖν ἐστι? 9. AH] AN F; corr. manus 1. 10. ἐντι] scripsi; εἰσι per comp. F, ut lin. 15. 17. ἁ] addidi; om. F, uulgo.

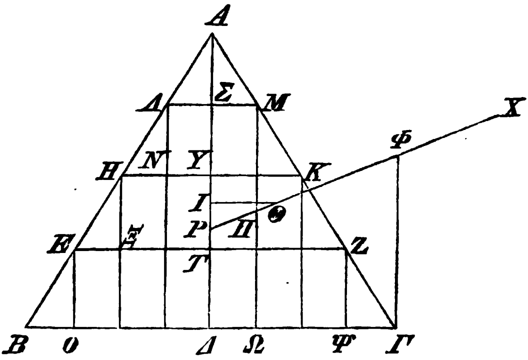
δὲ καὶ ἁ ὑπὸ *ΑΒΘ* τᾷ ὑπὸ *ΔΕΜ* ἴσα. ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ ὑπὸ *ΘΒΓ* γωνία ἴσα ἐστὶ τᾷ ὑπὸ *ΝΕΖ*. διὰ ταῦτα δὴ πάντα ὁμοίως κεῖται τὰ *Θ*, *Ν* σαμεῖα [ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας γωνίας ποιεῖ]. ἐπεὶ οὖν ὁμοίως κεῖται τὰ *Θ*, *Ν* σαμεῖα, καί ἐστι τὸ *Θ* κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ *ΑΒΓ* τριγώνου, καὶ τὸ *Ν* ἄρα κέντρον βάρεος τοῦ *ΔΕΖ*.

ιγ′.

Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας, ἅ ἐστιν ἔκ τινος γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγομένα τὰν βάσιν.

ἔστω τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ*, καὶ ἐν αὐτῷ ἁ *ΑΔ* ἐπὶ μέσαν τὰν *ΒΓ* βάσιν. δεικτέον, ὅτι ἐπὶ τᾶς *ΑΔ* τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ *ΑΒΓ*.

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ *Θ*, καὶ διὰ τού-



του παρὰ τὰν *ΒΓ* ἄχθω ἁ *ΘΙ*. ἀεὶ δὴ δίχα τεμνομένας τᾶς *ΔΓ* ἐσσεῖται ποκὰ ἁ καταλειπομένα ἐλάσ-

3. ταῦτα] Torellius; τα αυτα F, uulgo. 4. καὶ ἴσας To-

sed demonstratum est $\angle AB\Theta = \Delta EM$.[1]) quare etiam qui relinquitur[2]) angulus $\Theta B\Gamma = NEZ$. itaque propter haec omnia puncta Θ, N similiter posita sunt [nam cum lateribus respondentibus aequales angulos faciunt].[3]) iam quoniam puncta Θ, N similiter posita sunt, et Θ centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ est, etiam N centrum grauitatis erit trianguli ΔEZ [prop. 11].

XIII.

Cuiusuis trianguli centrum grauitatis in ea linea positum est, quae ab angulo aliquo ad mediam basim[4]) ducitur.

triangulus sit $AB\Gamma$, et in eo linea $A\Delta$ ad mediam basim $B\Gamma$ [ducta]. demonstrandum, centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ in linea $A\Delta$ positum esse.

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit punctum Θ, et per id ducatur ΘI lineae $B\Gamma$ parallela. linea igitur $\Delta\Gamma$ semper deinceps in duas partes aequales diuisa,

1) Sc. p. 172, 8 sq.; u. not. 5.

2) Sc. ablatis $\angle AB\Theta + B\Gamma\Theta + \Theta\Gamma H + HA\Theta + \Theta AB$ a summa angulorum trianguli $AB\Gamma$, et

$$\Delta EN + EZN + NZM + M\Delta N + N\Delta E$$

a summa angulorum trianguli ΔEZ, aequalibus ab aequalibus.

3) Uerba *ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς* lin. 3 necessario ad sequentia: *ἴσας γωνίας ποιεῖ* trahenda sunt, et omnia haec uerba interpolatori tribuo.

4) U. p. 171 not. 1.

rellius; *ἴσας γάρ* Nizzius. 8. *ια΄* F. 10. *τινος*] scripsi; *τας* F, uulgo. *μεσα* F. *αναγομενα* F; corr. Torellius et Riualtus. 15. *διὰ τούτου*] scripsi; *δια του* F, uulgo; *διὰ τοῦ Θ* B; *δι' αὐτοῦ* ed. Basil., Torellius. 17. *ἐσσεῖται*] scripsi; *εσται* per comp. F, uulgo. *αποκα* F; corr. Torellius.

σων τᾶς ΘΙ· καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τᾶν ΒΔ, ΔΓ ἐς τὰς ἴσας, καὶ διὰ τᾶν τομᾶν παρὰ τὰν ΑΔ ἄχθωσαν, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΖ, ΗΚ, ΛΜ. ἐσσοῦνται δὴ αὐταὶ παρὰ τὰν ΒΓ. τοῦ δὴ παραλληλογράμμου τοῦ μὲν ΜΝ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΥΣ, τοῦ δὲ ΚΞ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΤΥ, τοῦ δὲ ΖΟ ἐπὶ τᾶς ΤΔ. τοῦ ἄρα ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΣΔ εὐθείας. ἔστω δὴ τὸ Ρ, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΡΘ καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν ΑΔ ἁ ΓΦ. τὸ δὴ ΑΔΓ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ τρίγωνα τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΜ, ΜΚ, ΚΖ, ΖΓ ἀναγεγραμμένα ὁμοῖα τῷ ΑΔΓ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ, διὰ τὸ ἴσας εἶμεν τὰς ΑΜ, ΜΚ, ΖΓ, ΚΖ. ἐπεὶ δὲ καὶ τὸ ΑΔΒ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ΑΛ, ΛΗ, ΗΕ, ΕΒ ἀναγεγραμμένα ὁμοῖα τρίγωνα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ ΑΛ, τὸ ἄρα ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ πάντα τὰ εἰρημένα τρίγωνα τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ. ἀλλὰ ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἁ ΦΡ ποτὶ ΡΘ. ὁ γὰρ τᾶς ΓΑ ποτὶ ΑΜ λόγος ὁ αὐτός ἐστι τῷ [ὅλας] τᾶς ΦΡ ποτὶ ΡΠ διὰ τὸ ὁμοῖα εἶμεν τὰ τρίγωνα. καὶ τὸ ΑΒΓ ἄρα τρίγωνον ποτὶ τὰ εἰρημένα μείζονα λόγον

---

1. *ΘΙ*] *ΘΙΕ* FV. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 11, 15. 2. *των τομων* F, uulgo. 3. *εσουνται* F; corr. Torellius. 7. *ΖΟ*] *ΖΘ* FV. 9. *ἔστω*] *εσται* per comp. F; corr. Torellius. 13. *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 17, 19 bis, 20, 21, 22, 23. 14. *ειναι* per comp. F; corr. Torellius. *ΜΚ*] *ΜΖ* F; corr. B*. *ΚΖ*, *ΖΓ* B*, ed. Basil., Torellius. 19. *ἀλλὰ ἁ ΓΑ ποτὶ ΑΜ* in mg. F. 21. *ὅλας*] deleo cum Eutocio. 22. *ειναι* per comp. F; corr. Torellius.

aliquando, quae relinquitur, minor erit linea ΘI, et utraque linea $B\Delta$, $\Delta\Gamma$ in partes [illi] aequales diuidatur, et per puncta sectionum [lineae] parallelae lineae $A\Delta$ ducantur, et ducantur lineae EZ, HK, ΛM. eae igitur lineae $B\Gamma$ parallelae erunt [u. Eutocius]. itaque parallelogrammi MN centrum grauitatis in linea $\Upsilon\Sigma$ positum erit, parallelogrammi autem $K\Xi$ in $T\Upsilon$, parallelogrammi autem ZO in $T\Delta$ [prop. 9]. itaque magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis in linea $\Sigma\Delta$ positum erit [prop. 4]. sit igitur P, et ducatur $P\Theta$ et producatur, et lineae $A\Delta$ parallela ducatur $\Gamma\Phi$. triangulus igitur $A\Delta\Gamma$ ad omnes triangulos triangulo $A\Delta\Gamma$ similes, qui in lineis AM, MK, KZ, $Z\Gamma$ constructi sunt, eam rationem habet, quam $\Gamma A : AM$, quia lineae AM, MK, $Z\Gamma$, KZ aequales sunt[1]) [u. Eutocius]. et quoniam etiam triangulus $A\Delta B$ ad omnes triangulos similes in lineis $A\Lambda$, ΛH, HE, EB constructos eandem rationem habet, quam $BA : A\Lambda$, triangulus igitur $AB\Gamma$ ad omnes illos triangulos eam rationem habet, quam habet $\Gamma A : AM$.[2]) sed $\Gamma A : AM > \Phi P : P\Theta$; nam $\Gamma A : AM = \Phi P : P\Pi$, quia trianguli similes sunt[3]) [u. Eutocius]. quare etiam triangulus $AB\Gamma$ ad eos,

---

1) Eutocius praebet εἶμεν τὰς εὐθείας lin. 14; quare puto, litteras lin. 14 ab interpolatore pro genuino substitutas esse (prauo ordine).

2) Sint enim summae triangulorum s et s_1. erit

$$A\Delta\Gamma : s = \Gamma A : AM,\ A\Delta B : s_1 = BA : A\Lambda;$$

sed $\Gamma A : AM = BA : A\Lambda$, quia $\Lambda M \nparallel B\Gamma$ (Eucl. VI, 2). itaque $A\Delta\Gamma : A\Delta B = s : s_1$; unde συνθέντι:

$$AB\Gamma : A\Delta B = s + s_1 : s_1;$$

h. e. $AB\Gamma : s + s_1 = A\Delta B : s_1 = BA : A\Lambda = \Gamma A : AM$.

3) Uerba διὰ τὸ ὁμοῖα εἶμεν τὰ τρίγωνα lin. 22 non habuit Eutocius.

ἔχει, ἧπερ ἁ ΦΡ ποτὶ ΡΘ. ὥστε καὶ διελόντι τὰ ΜΝ, ΚΞ, ΖΟ παραλληλόγραμμα ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τρίγωνα μείζονα λόγον ἔχει, ἧπερ ἁ ΦΘ ποτὶ ΘΡ. γεγονέτω οὖν ἐν τῷ τῶν παραλληλογράμμων ποτὶ τὰ τρίγωνα λόγῳ ἁ ΧΘ ποτὶ ΘΡ. ἐπεὶ οὖν ἐστί τι μέγεθος τὸ ΑΒΓ, οὗ τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ, καὶ ἀφῃρήται ἀπ' αὐτοῦ μέγεθος τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ΜΝ, ΚΞ, ΖΟ παραλληλογράμμων, καί ἐστιν τοῦ ἀφῃρημένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ρ σαμεῖον, τοῦ ἄρα λοιποῦ μεγέθεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τριγώνων κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΡΘ εὐθείας ἐκβληθείσας εὐθείας ἀπολαφθείσας ποτὶ τὰν ΘΡ τοῦτον ἐχούσας τὸν λόγον, ὃν ἔχει τὸ ἀφαιρεθὲν μέγεθος ποτὶ τὸ λοιπόν. τὸ ἄρα Χ σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων· ὅπερ ἀδύνατον. τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Χ εὐθείας παρὰ τὰν ΑΔ ἀγομένας ἐν τῷ ἐπιπέδῳ ἐπὶ ταὐτὰ πάντα ἐντί, τουτέστιν ἐπὶ θάτερον μέρος. δῆλον οὖν τὸ προτεθέν.

ΑΛΛΩΣ ΤΟ ΑΥΤΟ.

ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἄχθω ἁ ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ. λέγω, ὅτι ἐπὶ τᾶς ΑΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

μὴ γάρ, ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὸ Θ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἵ τε ΑΘ, ΘΒ, ΘΓ καὶ αἱ ΕΔ, ΖΕ ἐπὶ μέ-

1. ἔχει] om. F. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 2, 3, 4, 5. 8. ΚΖ, ΞΟ F. 12. ΡΘ] ΕΘ FV. εὐθείας] (alt.) scripsi; και F, uulgo. 13. ποτί] Torellius; επι F, uulgo. 17. τάν] compendio singulari F. 18. πάντα ἐντί] ἐσσεῖται πάντα τὰ κέντρα (τρίγωνα?) Eutocius.

quos commemorauimus, maiorem rationem habet, quam $\Phi P : P\Theta$. quare etiam dirimendo parallelogramma MN, $K\Xi$, ZO ad triangulos reliquos maiorem rationem habent, quam $\Phi\Theta : \Theta P$.[1]) fiat igitur rationi parallelogrammorum et triangulorum aequalis ratio

$$X\Theta : \Theta P.^{2})$$

iam quoniam est magnitudo quaedam $AB\Gamma$, cuius centrum grauitatis est Θ, et ab ea magnitudo ablata est, quae composita est ex parallelogrammis MN, $K\Xi$, ZO, et magnitudinis ablatae centrum grauitatis est punctum P, reliquae igitur magnitudinis, quae ex triangulis relictis composita est, centrum grauitatis in producta linea $P\Theta$ positum est, linea ab ea abscisa, quae ad ΘP eam rationem habet, quam magnitudo ablata ad reliquam [prop. 8]. itaque punctum X centrum grauitatis est magnitudinis ex [triangulis] relictis compositae; quod fieri non potest. nam omnes [trianguli] in eadem parte sunt lineae per X in plano ductae lineae $A\Delta$ parallelae, h. e. in altera parte. itaque constat propositum.[3])

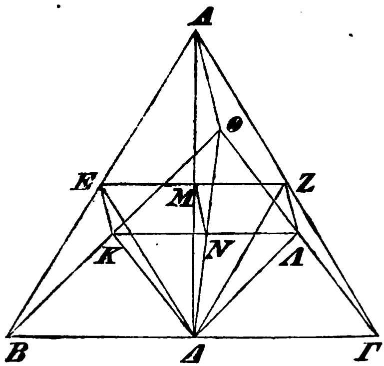
IDEM ALITER.

Sit triangulus $AB\Gamma$, et ducatur $A\Delta$ ad mediam $B\Gamma$. dico, centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ in linea $A\Delta$ positum esse.

nam ne sit, uerum, si fieri potest, sit Θ, et ducantur lineae $A\Theta$, ΘB, $\Theta\Gamma$, et lineae $E\Delta$, ZE ad me-

1) Cfr. Pappus VII, 45 p. 684 et supra uol. I p. 235 not. 1.
2) Adparet enim, $X\Theta$ maiorem esse quam $\Phi\Theta$ (Eucl. V, 8).
3) Res ipsa satis adparet ex postul. 7, sed uerba Archimedis obscuriora sunt, nec ea Eutocius intellexisse uidetur.

σας τὰς ΒΑ, ΑΓ, καὶ παρὰ τὰν ΑΘ ἄχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΛ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΚΛ, ΑΔ, ΔΚ, ΔΘ, ΜΝ.



ἐπεὶ ὁμοῖόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ διὰ τὸ παράλληλον εἶμεν τὰν ΒΑ τᾷ ΖΔ, καί ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον, καὶ τοῦ ΖΔΓ ἄρα τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Λ σαμεῖον. ὁμοίως γάρ ἐντι κείμενα τὰ Θ, Λ σαμεῖα ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων, ἐπειδήπερ ποτὶ τὰς ὁμολόγους πλευρὰς ἴσας ποιέοντι γωνίας· φανερὸν γὰρ τοῦτο. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τοῦ ΕΒΔ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Κ σαμεῖον. ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΕΒΔ, ΖΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΚΛ εὐθείας, ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τὰ ΕΒΔ, ΖΔΓ τρίγωνα. καί ἐστιν τᾶς ΚΛ μέσον τὸ Ν, ἐπεί ἐστιν, ὡς ἁ ΒΕ ποτὶ ΕΑ, οὕτως ἁ ΒΚ ποτὶ ΘΚ, ὡς δὲ ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΑ, οὕτως ἁ ΓΛ ποτὶ ΛΘ. εἰ δὲ τοῦτο, ἔστιν ἁ ΒΓ τᾷ ΚΛ παράλληλος. καὶ ἐπεζεύκται ἁ ΔΘ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ ΒΔ ποτὶ ΔΓ, οὕτως ἁ ΚΝ ποτὶ τὰν ΝΛ. ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν εἰρημένων τριγώνων συγ-

---

3. *ἐπεὶ οὖν?* 6. *ειναι* per comp. F; corr. Torellius. *τάν*] *τον* F; corr. Torellius. 14. *αντικειμενα* F; corr. Torellius. 16. *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut semper hac in pagina. *ποιωντι* F, uulgo. 26. *ΔΓ*] *Β* F.

dias lineas BA, $A\Gamma$, et lineae $A\Theta$ parallelae ducantur EK, $Z\Lambda$, et ducantur $K\Lambda$, $\Lambda\Delta$, ΔK, $\Delta\Theta$, MN. iam quoniam $AB\Gamma \sim \Delta Z\Gamma$, quia $BA \parallel Z\Delta$[1]), et trianguli $AB\Gamma$ centrum grauitatis est punctum Θ, etiam trianguli $Z\Delta\Gamma$ centrum grauitatis est punctum Λ [prop. 11]. nam puncta Θ, Λ similiter posita sunt in utroque triangulo, quoniam cum lateribus inter se respondentibus aequales angulos faciunt; hoc enim manifestum est.[2]) eadem igitur de causa etiam trianguli $EB\Delta$ centrum grauitatis est K. quare magnitudinis ex utroque triangulo $EB\Delta$, $Z\Delta\Gamma$ compositae centrum grauitatis in media linea $K\Lambda$ positum est, quoniam $EB\Delta = Z\Delta\Gamma$[3]) [prop. 4]. et medium punctum lineae $K\Lambda$ est N, quoniam est $BE : EA = BK : \Theta K$ [Eucl. VI, 2; nam $EK \parallel A\Theta$] et $\Gamma Z : ZA = \Gamma\Lambda : \Lambda\Theta$ [nam $Z\Lambda \parallel A\Theta$]. hoc si est, erit $B\Gamma \parallel K\Lambda$.[4]) et ducta est $\Delta\Theta$. quare erit $B\Delta : \Delta\Gamma = KN : N\Lambda$.[5]) quare magnitudinis ex utroque triangulo compositae

1) Nam $A\Gamma : Z\Gamma = B\Gamma : \Delta\Gamma = 2$; tum u. Eucl. VI, 2 b.

2) Nam cum $A\Theta \parallel Z\Lambda$ et $\angle BA\Gamma = \Delta Z\Gamma$, erit
$$\Theta AZ = \Lambda Z\Gamma \text{ et } BA\Theta = \Delta Z\Lambda;$$
praeterea $Z\Gamma\Lambda$, $A\Gamma\Delta$ communes sunt, et quoniam est
$$Z\Gamma : A\Gamma = \Lambda\Gamma : \Theta\Gamma = 1 : 2 = \Delta\Gamma : B\Gamma,$$
erit $\Delta\Lambda \parallel B\Theta$, et $\angle \Lambda\Delta\Gamma = \Theta B\Delta$; quare etiam reliquus $Z\Delta\Lambda = AB\Theta$. ceterum cfr. Eutocius, ex cuius lemmate: ὁμοίως γάρ ἐντι κείμενα τὰ Θ, K, Λ ἐν τοῖς τριγώνοις concludi posse uidetur, ei aliam huius loci formam sub oculis fuisse.

3) Eucl. I, 38; nam $B\Delta = \Delta\Gamma$ et $EZ \parallel B\Gamma$; quare altitudines aequales.

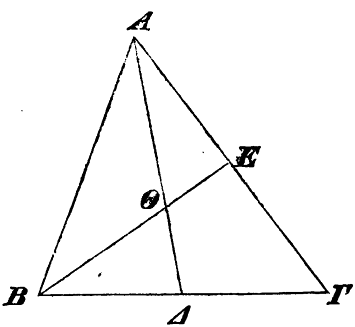
4) Nam $BE : EA = \Gamma Z : ZA$; quare etiam
$$\Gamma\Lambda : \Lambda\Theta = BK : \Theta K;$$
tum u. Eucl. VI, 2.

5) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 3.

κειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστὶ τὸ N. ἔστιν δὲ καὶ τοῦ ΑΕΔΖ παραλληλογράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ M σαμεῖον. ὥστε τοῦ ἐκ πάντων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς MN εὐθείας. ἔστιν δὲ καὶ τοῦ ΑΒΓ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον. ἁ MN ἄρα ἐκβαλλομένα πορευέται διὰ τοῦ Θ σαμείου· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου οὔκ ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΑΔ εὐθείας. ἔστιν ἄρα ἐπ' αὐτᾶς.

ιδ΄.

Παντὸς τριγώνου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ συμπίπτοντι τοῦ τριγώνου αἱ ἐκ τᾶν γωνιᾶν ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγομέναι εὐθείαι.



ἔστω τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, καὶ ἄχθω ἁ μὲν ΑΔ ἐπὶ μέσαν τὰν ΒΓ, ἁ δὲ ΒΕ ἐπὶ μέσαν τὰν ΑΓ. ἐσσείται δὴ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐφ' ἑκατέρας τᾶν ΑΔ, ΒΕ· δεδείκται γὰρ τοῦτο. ὥστε τὸ Θ σαμεῖον κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν.

ιε΄.

Παντὸς τραπεζίου τὰς δύο πλευρὰς ἔχοντος παραλλήλους ἀλλάλαις τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰς διχοτομίας τᾶν

---

1. *ἐστὶ τοῦ βάρεος* Torellius. 6. *διά*] *δε δια* F. 10. *ιβ'* F.

centrum grauitatis est N. sed etiam parallelogrammi $AE\Delta Z$ centrum grauitatis est M [prop. 10]. itaque magnitudinis ex omnibus compositae centrum grauitatis in linea MN positum est [p. 149 not. 1]. sed etiam centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ punctum Θ est. itaque linea MN producta per punctum Θ ibit; quod fieri non potest.[1]) quare fieri non potest, ut centrum grauitatis trianguli $AB\Gamma$ in linea $A\Delta$ positum non sit. itaque in ea est.

XIV.

Cuiusuis trianguli centrum grauitatis est punctum, in quo lineae ab angulis ad media latera ductae concurrunt.

triangulus sit $AB\Gamma$, et ducatur $A\Delta$ ad mediam $B\Gamma$, BE autem ad mediam $A\Gamma$. erit igitur trianguli $AB\Gamma$ centrum grauitatis in utraque linea $A\Delta$, BE; hoc enim demonstratum est [prop. 13]. quare punctum Θ centrum grauitatis est.

XV.

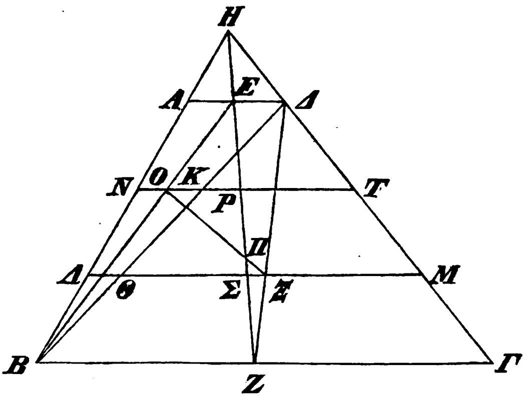
Cuiusuis trapezii duo latera inter se parallela habentis centrum grauitatis in ea linea positum est, quae media puncta parallelarum iungit, ita diuisa, ut

1) Nam $EM = MZ$, $KN = N\Lambda$; quare $MN \nparallel Z\Lambda \nparallel A\Theta$.

12. των γωνιων F, uulgo. 18. ἐσσεῖται] scripsi; ει F, uulgo; ἐστι B, Torellius. 19. τό] addidi; om. F, uulgo. 21. των per comp. F; corr. Torellius. 25. ιγ΄ F. 27. αλληλαις F; corr. Torellius. 28. τᾶν] των F, uulgo.

παραλλήλων διαιρεθείσας, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὰν διχοτομίαν τᾶς ἐλάσσονος τᾶν παραλλήλων ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον, ὃν ἔχει συναμφότερος ἁ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς μείζονος μετὰ τᾶς ἐλάσσονος ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ἐλάσσονος μετὰ τᾶς μείζονος τᾶν παραλλήλων.

ἔστω τραπέζιον τὸ ΑΒΓΔ παραλλήλους ἔχον τὰς ΑΔ, ΒΓ, ἁ δὲ ΕΖ ἐπιζευγνυέτω τὰς διχοτομίας τᾶν ΑΔ, ΒΓ. ὅτι οὖν ἐπὶ τᾶς ΕΖ ἐστι τὸ κέντρον τοῦ



τραπεζίου, φανερόν. ἐὰν γὰρ ἐκβαλῇς τὰς ΓΔΗ, ΖΕΗ, ΒΑΗ, δῆλον, ὅτι ἐπὶ τὸ αὐτὸ σαμεῖον ἐρχόνται. ἐσσεῖται οὖν τοῦ ΗΒΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΗΖ, καὶ ὁμοίως τοῦ ΑΗΔ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΕΗ. καὶ λοιποῦ ἄρα τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶς ΕΖ. ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἁ ΒΔ διῃρήσθω εἰς τρία ἴσα κατὰ τὰ Κ, Θ σαμεῖα, καὶ δι' αὐτῶν παρὰ τὰν

---

1. *αυτ* cum comp. *ης* F. 2. *τάν*] *των* F; corr. Riualtus.

pars eius terminum habens punctum medium minoris parallelarum ad reliquam partem eam habeat rationem, quam habet linea duplici maiori aequalis simul cum minore ad duplicem minorem simul cum maiore parallelarum.

trapezium sit *ΑΒΓΔ* latera *ΑΔ*, *ΒΓ* parallela habens, et linea *ΕΖ* media puncta linearum *ΑΔ*, *ΒΓ* iungat. iam centrum [grauitatis] trapezii In linea *ΕΖ* esse, manifestum est. nam si produxeris lineas *ΓΔΗ*, *ΖΕΗ*, *ΒΑΗ*, adparet, eas in idem punctum incidere [u. Eutocius]. itaque trianguli *ΗΒΓ* centrum grauitatis in linea *ΗΖ* positum erit [prop. 13], et eodem modo trianguli *ΑΗΔ* centrum grauitatis in linea *ΕΗ* positum erit [prop. 13]. itaque quod relinquitur, trapezii *ΑΒΓΔ* centrum grauitatis in linea *ΕΖ* positum erit [prop. 8]. ducta autem linea *ΒΔ* in tres partes aequales diuidatur in punctis *Κ*, *Θ*, et per ea lineae

---

τᾶν] *των* per comp. F, uulgo, ut lin. 6. 4. *τας διπλασιας* F; corr. B. 5. *προς* per comp. F; corr. Torellius. 7. *τραπεζειον* F. 10. *εκβαλη* F. 11. *ἐσσεῖται οὖν*] scripsi; *εσται* (comp.) *το* F, uulgo. 13. *τό*] addidi; om. F, uulgo. 15. *τραπεζειον* F; corr. Torellius. *τό*] addidi; *ει* deletum manu 1 F; om. uulgo. *εσται* per comp. F, uulgo, ut p. 186 lin. 2.

ΒΓ ἄχθωσαν αἱ ΛΘΜ, ΝΚΤ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΖ, ΒΕ, ΟΞ. ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν ΔΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΘΜ, ἐπειδήπερ τρίτον μέρος ἁ ΘΒ τᾶς ΒΔ, καὶ διὰ τοῦ Θ σαμείου παράλληλος τᾷ βάσει ἄκται ἁ ΜΘ. ἔστιν δὲ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΔΒΓ τριγώνου καὶ ἐπὶ τᾶς ΔΖ. ὥστε τὸ Ξ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εἰρημένου τριγώνου. διὰ ταὐτὰ δὲ καὶ τὸ Ο σαμεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΔ τριγώνου. τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒΔ, ΒΔΓ τριγώνων συγκειμένου μεγέθεος, ὅπερ ἐστὶ τὸ τραπέζιον, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΟΞ εὐθείας. ἔστιν δὲ τοῦ εἰρημένου τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος καὶ ἐπὶ τᾶς ΕΖ. ὥστε τοῦ ΑΒΓΔ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Π σαμεῖον. ἔχοι δ᾽ ἂν τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ λόγον, ὃν ἁ ΟΠ ποτὶ ΠΞ. ἀλλ᾽ ὡς τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον, οὕτως ἐντὶ ἁ ΒΓ ποτὶ ΑΔ, ὡς δὲ ἁ ΟΠ ποτὶ ΠΞ, οὕτως ἁ ΡΠ ποτὶ ΠΣ. καὶ ὡς ἄρα ἁ ΒΓ ποτὶ ΑΔ, οὕτως ἁ ΡΠ ποτὶ ΠΣ. ὥστε καὶ ὡς δύο αἱ ΒΓ μετὰ τᾶς ΑΔ ποτὶ δύο τὰς ΑΔ μετὰ τᾶς ΒΓ, οὕτως δύο αἱ ΡΠ μετὰ τᾶς ΠΣ ποτὶ δύο τὰς ΠΣ μετὰ τᾶς ΠΡ. ἀλλὰ δύο μὲν αἱ ΡΠ μετὰ τᾶς ΠΣ συναμφότερός ἐστιν ἁ ΣΡΠ, τουτέστιν ἁ ΠΕ· δύο δὲ αἱ ΠΣ μετὰ τᾶς ΠΡ συναμφότερός ἐστιν ἁ ΡΣΠ, τουτέστιν ἁ ΠΖ. δεδείκται ἄρα τὰ προτεθέντα.

11. *τὸ τραπέζιον*] cum B; *τραπεζειον* F; *τραπεζεῖον* uulgo; *τραπεζιον* V, Torellius. *τό*] addidi; om. F, uulgo. 12. *εὐθείας ἐστίν?* *τραπεζειον* F; corr. V. *τό*] addidi; om. F, uulgo. 14. *τραπεζειον* F; corr. Torellius. 15. *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut semper hac in pagina. 23. *τουτέστιν*] per comp. F, ut lin. 25. 25. *ΡΣΠ*] scripsi; *ΡΠΣ* F, uulgo.

$B\Gamma$ parallelae ducantur $\Lambda\Theta M$, NKT, et ducantur ΔZ, BE, $O\Xi$. erit igitur trianguli $\Delta B\Gamma$ centrum grauitatis in linea ΘM positum, quoniam $\Theta B = \frac{1}{3} B\Delta$ [u. Eutocius et prop. 14], et per punctum Θ basi parallela ducta est linea $M\Theta$.[1]) sed centrum grauitatis trianguli $\Delta B\Gamma$ etiam in linea ΔZ positum erit [prop. 13]. itaque punctum Ξ centrum grauitatis est illius trianguli. et eadem de causa etiam punctum O centrum grauitatis est trianguli $AB\Delta$. magnitudinis igitur ex utroque triangulo $AB\Delta$, $B\Delta\Gamma$ compositae, h. e. trapezii, centrum grauitatis in linea $O\Xi$ positum erit. sed centrum grauitatis huius trapezii etiam in EZ positum est. quare trapezii $AB\Gamma\Delta$ centrum grauitatis est punctum Π. erit autem

$$B\Delta\Gamma : AB\Delta = O\Pi : \Pi\Xi \text{ [prop. 6 et 7].}$$

sed $B\Delta\Gamma : AB\Delta = B\Gamma : A\Delta$ [Eucl. VI, 1], et

$$O\Pi : \Pi\Xi = P\Pi : \Pi\Sigma.\text{[2])}$$

quare $B\Gamma : A\Delta = P\Pi : \Pi\Sigma$. quare etiam

$$2B\Gamma + A\Delta : 2A\Delta + B\Gamma = 2P\Pi + \Pi\Sigma : 2\Pi\Sigma + \Pi P.\text{[3])}$$

sed $2P\Pi + \Pi\Sigma = \Sigma P + P\Pi = \Pi E$[4]); et

$$2\Pi\Sigma + \Pi P = P\Sigma + \Sigma\Pi = \Pi Z.\text{[5])}$$

itaque demonstrata sunt, quae proposita erant.

---

1) Haec uerba: καὶ διὰ τοῦ Θ lin. 4 — ἄκται ἁ $M\Theta$ lin. 5 Eutocius habuisse non uidetur.

2) Nam $OP\Pi \sim \Sigma\Pi\Xi$; tum u. Eucl. VI, 4.

3) Cfr. Quaest. Arch. p. 48.

4) Nam $EP = P\Sigma = \Sigma Z$, quia $AN = N\Lambda = B\Lambda$ et $NT \mp \Lambda M \mp B\Gamma$.

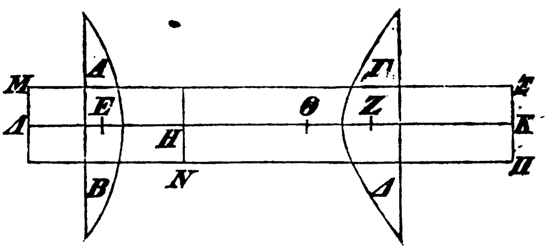
5) Erit igitur $2B\Gamma + A\Delta : 2A\Delta + B\Gamma = \Pi E : \Pi Z$.

Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν β'.

α'.

Εἴ κα δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἃ δυνάμεθα παρὰ τὰν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχωντι, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσείται ἐπὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τοῦ βάρεος αὐτῶν διαιρέον οὕτως τὰν εἰρημέναν εὐθεῖαν, ὥστε τὰ τμάματα αὐτᾶς ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις.

ἔστω δύο χωρία τὰ AB, $\Gamma\Delta$, οἷα εἰρήται· κέντρα δὲ αὐτῶν τοῦ βάρεος ἔστω τὰ E, Z σαμεῖα, καὶ ὃν ἔχει λόγον τὸ AB ποτὶ τὸ $\Gamma\Delta$, τοῦτον ἐχέτω ἁ



$Z\Theta$ ποτὶ ΘE. δεικτέον, ὅτι τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν

1. εισορροπικων β F. 2. α'] om. F. 5. παραβαλ cum comp. ην uel ιν F. 6. ἔχωντι] scripsi; εχοντα F, uulgo;

De planorum aequilibriis liber II.

I.

Si duo spatia comprehensa linea recta et sectione coni rectanguli, quae datae lineae adplicare possumus[1]), idem centrum grauitatis non habent, magnitudinis ex utroque compositae centrum grauitatis in linea centra grauitatis eorum iungenti ita positum erit, ut lineam illam ita diuidat, ut partes contrariam habeant proportionem ac spatia.[2])

duo spatia, qualia diximus, sint AB, $\Gamma\Delta$, et centra grauitatis eorum sint puncta E, Z, et sit

$$AB : \Gamma\Delta = Z\Theta : \Theta E.$$

---

1) Hoc demonstratum est in libro de quadratura parabolae scripto; u. Eutocius.

2) Haec proportio nihil continet nisi peculiarem quendam casum libri I propp. 6—7, quas Archimedes propria demonstratione adiecta ad segmenta parabolarum, de quibus hoc libro agitur, transferri uoluit; quod certe necessarium non erat.

ἔχοντι Riualtus. 9. διαιρεσων F; corr. Torellius. 10. αντιπεπονθοτ cum comp. ων F; corr. Torellius. 15. προς per comp. F; corr. Torellius.

ΑΒ, ΓΔ χωρίων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον.

ἔστω δὴ τᾷ μὲν ΕΘ ἑκατέρα ἴσα τᾶν ΖΗ, ΖΚ, τᾷ δὲ ΖΘ, τουτέστι τᾷ ΗΕ, ἴσα ἁ ΕΛ. ἐσσεῖται ἄρα καὶ ἁ ΛΘ τᾷ ΚΘ ἴσα, καὶ ἔτι, ὡς ἁ ΛΗ ποτὶ ΗΚ, οὕτως τὸ ΑΒ ποτὶ ΓΔ· διπλασία γὰρ ἑκατέρα ἑκατέρας. παραβεβλήσθω δὴ παρὰ τὰν ΛΗ τὸ χωρίον τοῦ ΑΒ ἐφ' ἑκάτερα τᾶς ΛΗ, ὥστε εἶμεν τὸ ΜΝ ἴσον τῷ ΑΒ. ἐσσεῖται δὴ τοῦ ΜΝ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. συμπεπληρώσθω δὴ τὸ ΝΞ. ἕξει δὴ τὸ ΜΝ ποτὶ τὸ ΝΞ λόγον, ὃν ἁ ΛΗ ποτὶ ΗΚ. ἔχει δὲ καὶ τὸ ΑΒ ποτὶ τὸ ΓΔ τὸν τᾶς ΛΗ ποτὶ ΗΚ λόγον. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΑΒ ποτὶ ΓΔ, οὕτως τὸ ΜΝ ποτὶ ΝΞ. καὶ ἐναλλάξ. ἴσον δὲ τὸ ΑΒ τῷ ΜΝ. ἴσον ἄρα καὶ τὸ ΓΔ τῷ ΝΞ. καὶ κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ τοῦ βάρεος τὸ Ζ σαμεῖον. καὶ ἐπεὶ ἴσα ἐστὶν ἁ ΛΘ τᾷ ΘΚ, καὶ ὅλα ἁ ΛΚ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς δίχα τέμνει, [τοῦ] ὅλου τοῦ ΠΜ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον. ἀλλὰ το ΜΠ ἴσον τῷ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΜΝ, ΝΞ. ὥστε καὶ τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΒ, ΓΔ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ σαμεῖον.

---

3. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. *τᾶν*] *των* per comp. F; corr. Torellius. 4. *ΗΕ*] *ΗΘ* F; corr. manus 2. *εσται* per comp. F, uulgo, ut lin. 9. 5. *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut semper hac in pagina. 7. *χωρίον*] *σαμειον* F; corr. Torellius. *τοῦ*] *τό* Torellius. 10. *δή*] *δε* F; corr. Torellius. 17. *τοῦ* deleo.

demonstrandum, magnitudinis ex utroque spatio AB, $\Gamma\Delta$ compositae centrum grauitatis esse punctum Θ.

sit igitur $ZH = ZK = E\Theta$ et $E\Lambda = Z\Theta = HE$.[1]) erit igitur etiam

$$\Lambda\Theta = K\Theta\text{²)}, \text{ et } \Lambda H : HK = AB : \Gamma\Delta;$$

utraque enim [ΛH, HK] duplo maior est utraque [$Z\Theta$, ΘE].[3]) adplicetur igitur lineae ΛH spatium AB in utramque partem lineae ΛH, ita ut sit $MN = AB$. itaque spatii MN centrum grauitatis erit punctum E [I, 10].[4]) expleatur igitur spatium $N\Xi$. erit igitur $MN : N\Xi = \Lambda H : HK$ [Eucl. VI, 1]. sed etiam

$$AB : \Gamma\Delta = \Lambda H : HK.$$

quare

$$AB : \Gamma\Delta = MN : N\Xi.$$

et uicissim [$AB : MN = \Gamma\Delta : N\Xi$; Eucl. V, 16]; et $AB = MN$. itaque etiam $\Gamma\Delta = N\Xi$. et centrum grauitatis [spatii $N\Xi$] punctum Z erit [I, 10; u. not 4]. et quoniam $\Lambda\Theta = \Theta K$, et ΛK tota latera sibi opposita in duas partes aequales diuidit[5]), totius spatii ΠM centrum grauitatis est Θ [I, 10; u. not. 4]. sed $M\Pi = MN + N\Xi$. quare etiam magnitudinis ex AB, $\Gamma\Delta$[6]) compositae centrum grauitatis est punctum Θ.

---

1) Nam $E\Theta = HZ$; auferatur igitur linea $H\Theta$ communis.

2) Addendo $E\Theta = ZK$ et $E\Lambda = \Theta Z$.

3) Est enim $AB : \Gamma\Delta = Z\Theta : \Theta E = 2Z\Theta : 2\Theta E$; sed $\Lambda H = E\Lambda + EH = 2Z\Theta$ et $HK = HZ + ZK = 2E\Theta$.

4) Nam punctum E id est, in quo diametri concurrunt; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV, p. 180 nr. 10.

5) Auditur, spatium MN ita positum esse, ut linea ΛH in duas aequales partes diuidatur; hic enim sensus est uerborum ἐφ' ἑκάτερα τᾶς ΛH lin. 7.

6) Sc. in punctis E, Z suspensis; ideo enim demonstratum est, haec puncta centra grauitatis esse spatiorum MN, $N\Xi$.

β'.

Εἴ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, καὶ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὰς αὐτὰς βασίας ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος ἴσον, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὸν αὐτὸν τρόπον, τὸ γενόμενον σχῆμα ἐν τῷ τμάματι γνωρίμως ἐγγραφέσθαι λεγέσθω. φανερὸν δέ, ὅτι τοῦ οὕτως ἐγγραφέντος σχήματος αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνυούσαι τάς τε ἔγγιστα ἀπὸ τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος καὶ τὰς ἑξῆς παρὰ τὰν βάσιν ἐσσούνται τοῦ τμάματος, καὶ δίχα τμαθησόνται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου, καὶ τὰν διάμετρον τεμοῦντι εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς περισσῶν ἀριθμῶν λόγους, ἑνὸς λεγομένου ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος. ταῦτα δὲ δεικτέον ἐν ταῖς τάξεσιν.

Εἰ δέ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγραφῇ, τὸ τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον τοῦ βάρεος ἐσσείται ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

ἔστω τμᾶμα τὸ $ΑΒΓ$, οἷον εἰρήται, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ $ΑΕΖΗΒΘΙΚΓ$. δεικτέον, ὅτι τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ εὐθυγράμμου ἐστὶν ἐπὶ τᾶς $ΒΔ$.

---

4. τῷ] το F. 5. εγγραφευωντι F. 6. βασ cum comp. ης F; βάσεις uulgo. τμαματεσιν F; corr. Torellius. 7. Post ἴσον repetit F: καὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα . . . ἴσον; corr. ed. Basil. 9. γνωρισμ cum comp. ως FA. 14. διάμετρον] διαμετρω. F; διαμέτρων uulgo; corr. Torellius. τεμοῦντι] ουτι F; corr. Torellius. 15. τούς] του F. 16. ταῦτα] cum Eutocio; τουτο F, uulgo. 18. κα] scripsi; και F, uulgo. 20.

II.

Si segmento comprehenso linea recta et sectione coni rectanguli triangulus inscribitur eandem basim habens, quam segmentum, et altitudinem aequalem, et rursus segmentis reliquis trianguli inscribuntur easdem bases habentes, quas segmenta, et altitudinem aequalem, et semper deinceps segmentis reliquis eodem modo trianguli inscribuntur, figura inde orta proprie segmento inscribi dicatur. adparet autem, in figura ita inscripta lineas angulos iungentes et uertici segmenti proximos et ceteros basi parallelas fore, et diametro segmenti in partes aequales diuisum iri, et diametrum in proportionibus numerorum imparium ordine sequentium diuisuras esse, unario numero ad uerticem segmenti numerato. haec autem suis locis demonstranda sunt.[1])

Sin segmento comprehenso linea recta et sectione coni rectanguli figura rectilinea proprie inscribitur, [figurae] inscriptae centrum grauitatis in diametro segmenti positum erit.

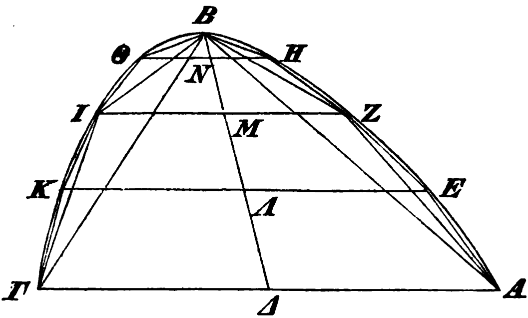
sit *ABΓ* segmentum, quale diximus, et ei inscribatur proprie figura rectilinea *AEZHBΘIKΓ*. demonstrandum, centrum grauitatis figurae rectilineae in linea *BΔ* positum esse.[2])

1) U. Eutocius, ex cuius nota adparet, haec omnia in F recte cum prop. 2, non cum prop. 1 coniungi.

2) Auditur igitur, lineam *BΔ* diametrum esse.

τό] addidi; om. F, uulgo. 21. *εσειται* F. 23. *A*] *Δ* F. 24. Ante *δεικτέον* in ed. Basil. (et apud Torellium) additur: *διάμετρος δὲ τοῦ τμάματος ἔστω ἁ BΔ.*

ἐπεὶ γὰρ τοῦ μὲν ΑΕΚΓ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΛΔ ἐστι, τοῦ δὲ ΕΖΙΚ τραπεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΛ, τοῦ δὲ ΖΗΘΙ τρα-



πεζίου τὸ κέντρον ἐπὶ τᾶς ΜΝ, ἔτι δὲ καὶ τοῦ ΗΒΘ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΝ, δῆλον, ὅτι καὶ τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΒΔ ἐστιν.

γ'.

Εἴ κα δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εἰς ἑκάτερον εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως, ἔχωντι δὲ τὰ ἐγγραφέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει ἀλλάλαις, τῶν εὐθυγράμμων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τέμνοντι τὰς διαμέτρους τῶν τμαμάτων.

ἔστω δύο τμάματα τὰ ΑΒΓ, ΞΟΠ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὰ εὐθύγραμμα γνωρίμως, καὶ τᾶν πασᾶν πλευρᾶν τὸν ἀριθμὸν ἐχόντων ἀλλάλοις ἴσον. διαμέτροι δὲ ἔστωσαν τῶν τμαμάτων αἱ ΒΔ, ΟΡ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΕΚ, ΖΙ, ΗΘ καὶ ΣΤ, ΥΦ, ΧΨ. ἐπεὶ

---

1. ΑΕΚΓ] $\overline{ΕΖ}$ $\overline{ΙΚ}$ FV. τραπεζειον F, uulgo, ut lin. 2, 3.

nam quoniam trapezii *ΑΕΚΓ* centrum grauitatis in linea *ΛΔ* positum est [I, 15][1]), trapezii *ΕΖΙΚ* in linea *ΜΛ*, trapezii *ΖΗΘΙ* in linea *ΜΝ*, porro trianguli *ΗΒΘ* in linea *ΒΝ* [I, 13; u. not. 1], adparet, etiam totius figurae rectilineae centrum grauitatis in linea *ΒΔ* positum esse [cfr. I, 4 not. 1].

III.

Datis duobus segmentis aequalibus[2]) comprehensis linea recta et sectione coni rectanguli, si utrique figura rectilinea proprie inscribitur, et figurae inscriptae latera numero inter se aequalia habent, centra grauitatum figurarum similiter diametros segmentorum secant.

duo segmenta sint *ΑΒΓ*, *ΞΟΠ*, et iis inscribantur proprie figurae rectilineae, et numerum omnium simul laterum inter se aequalem habeant.[3]) et diametri segmentorum sint *ΒΔ*, *ΟΡ*, et ducantur lineae *ΕΚ*, *ΖΙ*, *ΗΘ* et *ΣΤ*, *ΥΦ*, *ΧΨ*. iam quoniam et

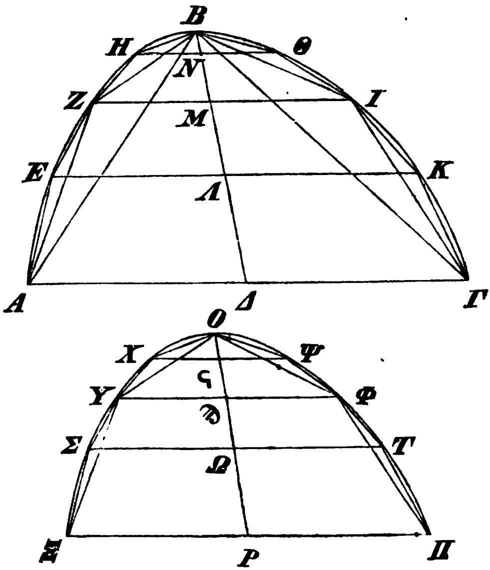
1) Nam $ΘΝ = ΝΗ$, $ΙΜ = ΜΖ$, $ΚΛ = ΛΕ$, $ΓΔ = ΔΑ$; u. p. 192, 13 sq.

2) U. Eutocius; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 46 nr. 3; Apollon. VI def. 7.

3) *ἐχόντων* lin. 17 imperatiuus est.

12. *αλληλαις* FV. 14. *τεμνοντι* F. 16. *καὶ τᾶν*] scripsi; *κατα* F, uulgo. *πᾶσας πλευράς* Torellius. 17. *ἔχοντα* Torellius. *αλληλοις* F; corr. Torellius. 19. *ΖΙ*] *ΖΓ* FV.

οὖν ἅ τε $B\varDelta$ διαιρεῖται ὑπὸ τᾶν παραλλήλων εἰς τοὺς τῶν ἑξῆς ἀριθμῶν περισσῶν λόγους, καὶ ἁ PO, καὶ τῷ πλήθει τὰ τμάματα αὐτᾶν ἴσα ἐντί, δῆλον, ὡς τά



τε τμάματα τᾶν διαμέτρων ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις ἐσσεῖται, καὶ αἱ παραλλήλοι τοὺς αὐτοὺς λόγους ἑξοῦντι. καὶ τῶν τραπεζίων τοῦ τε $AEK\Gamma$ καὶ τοῦ $\Xi\Sigma T\Pi$ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσεῖται ἐπὶ τᾶν $\Lambda\varDelta$, ΩP εὐθειᾶν ὁμοίως κείμενα, ἐπεὶ τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον αἱ $A\Gamma$, EK ταῖς $\Xi\Pi$, ΣT. πάλιν δὲ καὶ τῶν $EZIK$, $\Sigma\Upsilon\Phi T$ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται ὁμοίως διαιρέοντα τὰς ΛM, Ωϡ, καὶ τῶν $ZH\Theta I$, $\Upsilon X\Psi\Phi$ τραπεζίων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐσσοῦνται

1. των F, uulgo. τούς] του F. 2. ἁ PO] scripsi;

$B\Delta$ et PO in proportionibus numerorum imparium ordine sequentium lineis parallelis secantur, et partes earum numero aequales sunt, adparet, et partes diametrorum in iisdem proportionibus fore, et parallelas easdem rationes habituras esse.[1]) et trapeziorum $AEK\Gamma$ et $\Xi\Sigma T\Pi$ centra grauitatum in lineis $A\Delta$, ΩP similiter posita erunt, quoniam est $A\Gamma : EK = \Xi\Pi : \Sigma T$.[2]) rursus autem etiam trapeziorum $EZIK$, $\Sigma \Upsilon \Phi T$ centra grauitatum lineas AM, $\Omega\text{ϡ}$ similiter diuident[2]), et trapeziorum $ZH\Theta I$, $\Upsilon X \Psi \Phi$ centra grauitatum

---

1) Nam $BN : NM : MA : A\Delta = 1 : 3 : 5 : 7$ (p. 192, 14)
$$= O\text{ϙ} : \text{ϙ}\text{ϡ} : \text{ϡ}\Omega : \Omega P;$$
inde $BN : BM : BA : B\Delta = 1 : 4 : 9 : 16 = O\text{ϙ} : O\text{ϡ} : O\Omega : OP$. est autem (quadr. parab. 3)
$$HN^2 : ZM^2 : EA^2 : A\Delta^2 = BN : BM : BA : B\Delta$$
$$= O\text{ϙ} : O\text{ϡ} : O\Omega : OP = X\text{ϙ}^2 : \Upsilon\text{ϡ}^2 : \Sigma\Omega^2 : \Xi P^2$$
$$\text{כ}: H\Theta : ZI : EK : A\Gamma = X\Psi : \Upsilon\Phi : \Sigma T : \Xi\Pi \text{ (p. 192, 13).}$$

2) Nam situs centrorum ex ratione laterum $A\Gamma$, EK, $\Xi\Pi$, ΣT pendet (I, 15).

ΠPO F, uulgo; PO *ὁμοίως* ed. Basil., Torellius. 3. *αυτων* F, uulgo. 4. *των* F, uulgo, ut p. 198 lin. 3. *ἐν*] om. F; corr. Torellius. 6. *τραπεζειων* F, uulgo, ut lin. 10, p. 198 lin. 4. 7. *των — ευθειων* F, uulgo. 8. *ἐπεί*] Torellius; *επι* F, uulgo. 9. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 11. *τὰς* AM, $\Omega\text{ϡ}$ ad *ὁμοίως διαιρέοντα* p. 198 lin. 1 om. F; suppleuit ed. Basil., nisi quod *ἐν τοῖς* $Z\Theta$, $\Upsilon\Psi$ *τραπεζείοις* lin. 11—12 praebet, quod ex usu Archimedis correxi.

ὁμοίως διαιρέοντα τὰς *MN*, ϡϙ. ἐσσεῖται δὲ καὶ τῶν *HBΘ*, *XOΨ* τριγώνων τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐπὶ τᾶν *BN*, *O*ϙ ὁμοίως κείμενα. ἔχοντι δὴ τὸν αὐτὸν λόγον τὰ τραπέζια καὶ τὰ τρίγωνα. δῆλον οὖν, ὅτι τοῦ ὅλου εὐθυγράμμου τοῦ ἐν τῷ *ΑΒΓ* τμάματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ὁμοίως διαιρεῖ τὰν *ΒΔ*, καὶ τοῦ ἐν τῷ *ΞΟΠ* τμάματι ἐγγεγραμμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὰν *ΟΡ*. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ΄.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς τοῦ τμάματος διαμέτρου.

ἔστω τμᾶμα, ὡς εἰρήται, τὸ *ΑΒΓ*, οὗ διάμετρος ἔστω ἁ *ΒΔ*. δεικτέον, ὅτι τοῦ εἰρημένου τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς *ΒΔ*.

εἰ γὰρ μή, ἔστω τὸ *Ε*, καὶ δι' αὐτοῦ ἄχθω παρὰ τὰν *ΒΔ* ἁ *ΕΖ*. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ τμᾶμα τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ* τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον καὶ ὕψος ἴσον· καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ *ΓΖ* ποτὶ *ΔΖ*, τοῦτον ἐχέτω τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον ποτὶ τὸ *Κ* χωρίον. ἐγγεγράφθω δὲ καὶ εὐθύγραμμον εἰς τὸ τμᾶμα γνωρίμως, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ *Κ*. τοῦ δὴ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς *ΒΔ*. ἔστω τὸ *Θ*, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ *ΘΕ*

---

1. ϡϙ] scripsi (quas litteras etiam in figura cum F restitui) *CT* F, uulgo; ϛϙ Torellius. εσται per comp. F, uulgo. 3. εχωντι F; corr. Torellius. δή] scripsi; δε F, uulgo. 6. το *O* F; corr. AB. 8. επι ταν F; corr. Nizzius. 15. τό] addidi; om. F, uulgo, ut lin. 17. 19. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 20. 22. ειναι per comp. F; corr. Torellius.

lineas *MN*, Ϡϙ similiter diuident.[1]) et etiam triangulorum *HBΘ*, *XOΨ* centra grauitatum in lineis *BN*, *O*ϙ similiter posita erunt.[2]) itaque trapezia et trianguli eandem rationem habent.[3]) adparet igitur[4]), etiam totius figurae rectilineae segmento *ΑΒΓ* inscriptae centrum grauitatis lineam *BΔ* similiter diuidere ac figurae segmento *ΞΟΠ* inscriptae centrum grauitatis lineam *OP*; quod erat demonstrandum.[5])

IV.

Cuiusuis segmenti comprehensi linea recta et sectione coni rectanguli centrum grauitatis in diametro segmenti positum est.

sit *ΑΒΓ* segmentum, quale diximus, cuius diametrus sit *BΔ*. demonstrandum, segmenti illius centrum grauitatis in linea *BΔ* positum esse.

nam si non est, sit *E*, et per id lineae *BΔ* parallela ducatur linea *EZ*. et segmento inscribatur triangulus *ΑΒΓ* eandem basim habens et altitudinem aequalem. et sit $\Gamma Z : \Delta Z = AB\Gamma : K$. praeterea figura rectilinea segmento proprie inscribatur, ita ut segmenta reliqua spatio *K* minora sint [u. Eutocius]. itaque figurae rectilineae inscriptae centrum grauitatis in linea *BΔ* positum est [prop. 2]. sit punctum *Θ*, et ducatur linea *ΘE* et producatur, et lineae *BΔ* par-

1) Cfr. p. 197 not. 2.

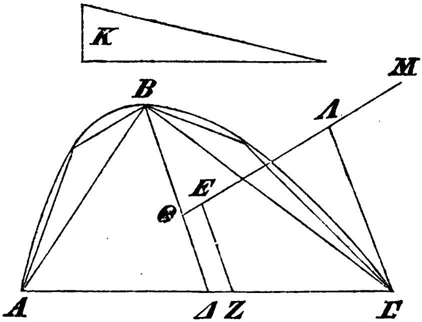
2) Ex I, 14 et Eutocio ad I, 15.

3) Nam cum trapezia respondentia et triangula similia sint, eas rationes habent, quas latera quadrata (Eucl. VI, 20) ɔ: $A\Gamma^2 : \Xi\Pi^2$, $EK^2 : \Sigma T^2$ cett., quae aequales sunt.

4) Ex I, 6—7. omnino u. Nizzius.

5) Hanc propositionem etiam de segmentis non similibus ueram esse, ostendit Nizzius p. 30 ϑ.

καὶ ἐκβεβλήσθω, καὶ παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθω ἁ ΓΛ. δῆλον δέ, ὅτι μείζονα λόγον ἔχει τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἐν τῷ τμάματι ποτὶ τὰ λειπόμενα τμάματα,



ἢ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ. ἀλλ' ἔστι, ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ, οὕτως ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΔ. καὶ τὸ ἐγγεγραμμένον ἄρα εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ ΓΖ ποτὶ ΖΔ, τουτέστιν ἁ ΛΕ ποτὶ ΕΘ. ἐχέτω οὖν ἁ ΜΕ ποτὶ ΕΘ τὸν αὐτὸν λόγον τὸν τοῦ εὐθυγράμμου ποτὶ τὰ τμάματα. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ε κέντρον τοῦ ὅλου τμάματος, τοῦ δὲ ἐγγεγραμμένου ἐν αὐτῷ εὐθυγράμμου τὸ Θ, δῆλον, ὅτι λοιποῦ τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐκβληθείσας τᾶς ΘΕ καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας, ἣ λόγον ἔχει ποτὶ τὰν ΘΕ, ὃν τὸ ἐγγεγραμμένον εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα. ὥστε εἴη κα τοῦ συγκειμένου μεγέθεος ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ σαμεῖον· ὅπερ ἄτοπον. τᾶς γὰρ διὰ τοῦ Μ παρὰ τὰν ΒΔ ἀγομένας ἐπὶ ταὐτὰ ἐσσοῦνται πάντα τὰ περι-

---

4. *ἀλλ' ἔστι* ad *τὸ Κ* lin. 5 om. F; corr. ed. Basil. 5. *προς*

allela ducatur linea $\Gamma\Delta$. adparet autem, figuram inscriptam segmento ad spatia reliqua maiorem rationem haberê, quam triangulum $AB\Gamma$ ad K.[1]) est autem $\Gamma Z : Z\Delta = AB\Gamma : K$. quare figura inscripta ad segmenta reliqua maiorem habet rationem quam $\Gamma Z : Z\Delta$, h. e. quam $\Delta E : E\Theta$.[2]) habeat igitur $ME : E\Theta$ ipsam rationem, quam habet figura rectilinea ad segmenta.[3]) iam quoniam punctum E centrum grauitatis est totius segmenti, punctum Θ autem figurae ei inscriptae, adparet[4]), reliquae magnitudinis ex segmentis reliquis compositae centrum grauitatis inueniri producta linea ΘE et linea quadam ab ea abscisa, quae ad lineam ΘE eam rationem habeat, quam figura inscripta ad segmenta reliqua. quare punctum M centrum grauitatis est magnitudinis ex segmentis reliquis compositae; quod absurdum est. nam omnia segmenta reliqua in eadem parte lineae per M lineae $B\Delta$ par-

1) Nam figura inscripta maior est triangulo $AB\Gamma$, segmenta uero minora spatio K.

2) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 2.

3) Itaque, cum ratio maior esse debeat, quam $\Delta E : E\Theta$, punctum M extra punctum Δ cadere necesse est.

4) Ex I, 8.

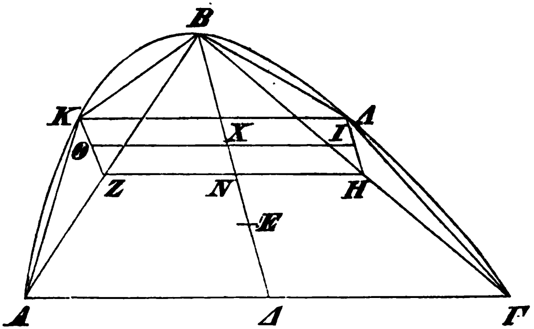
per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 6, 7, 8, 9 bis, 16. 8. $Z\Delta$] Z om. F. 10. E] B F. 12. λοιπ cum comp. ον F; corr. A. 17. κα] scripsi; κατα F, uulgo; καί Torellius; ἂν κατά B. 18. κεντρων F. 19. τᾶς] Torellius; τα F, uulgo. M εὐθείας Torellius. 20. εσσουντι F, uulgo.

λειπόμενα τμάματα. δῆλον οὖν, ὅτι ἐπὶ τᾶς ΒΔ τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

ε΄.

Εἴ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς εὐθύγραμμον ἐγγραφῇ γνωρίμως, τοῦ ὅλου τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον.

ἔστω τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἰρήται, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἁ ΔΒ. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον πρῶτον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ, καὶ τετμάσθω ἁ ΒΔ κατὰ



τὸ Ε, ὥστε εἶμεν διπλασίαν τὰν ΒΕ τᾶς ΕΔ. ἔστιν οὖν τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε σαμεῖον. τετμάσθω δὴ δίχα ἑκατέρα τᾶν ΑΒ, ΒΓ κατὰ τὰ Ζ, Η, καὶ διὰ τῶν Ζ, Η παρὰ τὰν ΒΔ ἄχθωσαν αἱ ΖΚ, ΛΗ. ἐσσεῖται ἄρα τοῦ μὲν ΑΚΒ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΖΚ, τοῦ δὲ ΒΓΛ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ΗΛ.

---

8. ευθυγραμμ cum comp. ον F; corr. B. 11. τετμησθω

allelae ductae posita erunt.[1]) adparet igitur, centrum grauitatis [segmenti totius] in linea $B\Delta$ positum esse.

V.

Si segmento comprehenso linea recta et sectione coni rectanguli figura rectilinea proprie inscribitur, totius segmenti centrum grauitatis uertici segmenti propius est quam centrum figurae inscriptae.

sit $AB\Gamma$ segmentum, quale diximus, et diametrus eius ΔB. et primum ei triangulus proprie inscribatur $AB\Gamma$, et linea $B\Delta$ in puncto E ita secetur, ut sit $BE = 2E\Delta$. itaque punctum E centrum grauitatis est trianguli $AB\Gamma$ [I, 14; Eutocius ad I, 15 p. 186, 3]. utraque igitur linea AB, $B\Gamma$ in duas partes aequales secetur in Z, H punctis, et per Z, H lineae $B\Delta$ parallelae ducantur lineae ZK, ΛH. itaque segmenti AKB centrum grauitatis in linea ZK positum erit [prop. 4][2]), segmenti autem $B\Gamma\Lambda$ centrum grauitatis

1) I postul. 7; cfr. I, 13 p. 179 not. 3.

2) Nam ZK diametrus est segmenti AKB, quia $AZ = ZB$ et $ZK \nparallel B\Delta$. u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 14.

F; corr. Torellius. 14. τᾶν] Torellius; των per comp. F, uulgo. 15. τῶν] scripsi; τα F, uulgo. 16. εσται per comp. F, uulgo. 17. τό] addidi; om. F, uulgo. In figura in F om. E et pro N scribitur T.

ἔστω δὲ τὰ Θ, Ι, καὶ ἐπεζεύχθω ἁ ΘΙ. καὶ ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΘΖΗΙ, καὶ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΖΝ ἁ ΝΗ, ἔστιν ἄρα καὶ ἁ ΧΘ ἴσα τᾷ ΧΙ. ὥστε τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ μέσας τᾶς ΘΙ, ἐπειδήπερ ἴσα ἐντὶ τὰ τμάματα, τουτέστιν τὸ Χ σαμεῖον. ἐπεὶ δὲ τοῦ μὲν ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε σαμεῖον, τοῦ δὲ συγκειμένου ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τὸ Χ, δῆλον οὖν, ὅτι ὅλου τοῦ τμάματος τοῦ ΑΒΓ τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΧΕ, τουτέστι μεταξὺ τῶν Χ, Ε σαμείων. ὥστ' εἴη κα ἐγγύτερον τᾶς τοῦ τμάματος κορυφᾶς τὸ κέντρον τοῦ ὅλου τμάματος ἤ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου τριγώνου γνωρίμως.

ἐγγεγράφθω πάλιν εἰς τὸ τμᾶμα πεντάγωνον εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΚΒΛΓ. καὶ ἔστω τοῦ μὲν ὅλου τμάματος διάμετρος ἁ ΒΔ, ἑκατέρου δὲ τῶν τμαμάτων ἑκατέρα τᾶν ΚΖ, ΛΗ διάμετρος. καὶ ἐπεὶ ἐν τῷ ΑΚΒ τμάματι ἐγγεγράπται εὐθύγραμμον γνωρίμως, τοῦ ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐγγύτερον τᾶς κορυφᾶς ἤ τὸ τοῦ εὐθυγράμμου. ἔστω οὖν τοῦ μὲν τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Θ, τοῦ δὲ τρι-

2. ΘΖΗ FVCr. ΖΝ] ΖΗ F. 3. ΝΗ] ΗΗ F. 5. τό] addidi; om. F, uulgo. 6. τά] addidi; om. F, uulgo. 8. Ε] om. F; corr. AB. 9. ΒΛΓ] ΛΓ F. 10. τό] addidi; om. F, uulgo. 13. ἤ τό] scripsi; η F, uulgo. 15. εισοςμαμα F; εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα Nizzius. 17. δέ] δε τον δε F, expuncto δε τον manu 2. τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων Nizzius. 18. τᾶν] των per comp. F; corr. Torellius. διάμετρος] Nizzius; διαμετρων F, uulgo. 19. εὐθύγραμμον] τρίγωνον Nizzius. ὅλου] om. B; delet Nizzius. 21. εὐθυγράμμου] τριγώνου Nizzius. 22. ΑΚΒ τμάματος ed. Basil., Torellius.

in linea $H\Delta$.[1]) sint Θ, I puncta, et ducatur linea ΘI. et quoniam parallelogrammum est ΘZHI[2]), et

$$NH = ZN^{3}),$$

erit etiam $X\Theta = XI$. quare magnitudinis ex segmentis AKB, $B\Delta\Gamma$ compositae centrum grauitatis in media linea ΘI positum est, quia segmenta aequalia sunt[4]), h. e. punctum X.[5]) et quoniam trianguli $AB\Gamma$ centrum grauitatis est E, magnitudinis autem ex [segmentis] AKB, $B\Delta\Gamma$ compositae punctum X, adparet, totius segmenti $AB\Gamma$ centrum grauitatis in linea XE positum esse[6]), h. e. inter puncta X, E. quare centrum grauitatis totius segmenti propius uertici segmenti est quam centrum trianguli proprie inscripti.

rursus segmento proprie inscribatur figura rectilinea quinque laterum $AKB\Delta\Gamma$, et totius segmenti diametrus sit $B\Delta$, et segmentorum [AKB, $B\Delta\Gamma$] diametri sint KZ, ΔH. et quoniam segmento AKB figura rectilinea[7]) proprie inscripta est, totius[8]) segmenti centrum grauitatis uertici propius est quam figurae[7]) centrum [p. 202, 10 sq.]. sit igitur segmenti

1) Cfr. p. 203 not. 2.

2) U. Eutocius. inde colligitur etiam $KZ = \Delta H$.

3) Nam cum $BZ : Z\Delta = BH : H\Gamma$, erit $ZH \nparallel \Delta\Gamma$; itaque (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 3)

$$ZN : NH = A\Delta : \Delta\Gamma = 1.$$

4) Nam $AKZ = KZB$, quia $AZ = ZB$, et $B\Delta H = \Delta H\Gamma$; et praeterea $KZB = BH\Delta$, quia bases KZ, ΔH aequales sunt (not. 2), et altitudo eadem (nam $KZ \nparallel B\Delta \nparallel \Delta H$). itaque $\triangle AKB = B\Delta\Gamma$; tum u. quadr. parab. 17.

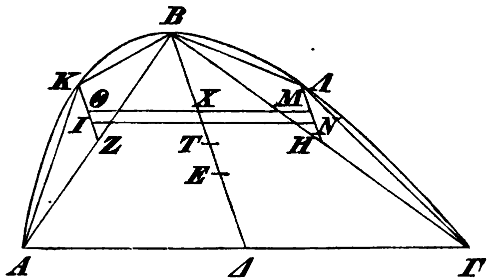
5) Debuit sic dici: quare cum segmenta aequalia sint, centrum grauitatis magnitudinis compositae erit punctum X.

6) Cfr. I, 4 not. 1.

7) Debebat esse: triangulus et infra: trianguli.

8) Abesse debebat.

γώνου τὸ Ι. πάλιν δὲ ἔστω τοῦ μὲν ΒΛΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Μ, τοῦ δὲ τριγώνου τὸ Ν



[καὶ ἐπεζεύχθω τὰ Θ, Μ, Ι, Ν. ἴσα ἄρα ἐστὶν ἁ ΘΧ τᾷ ΧΜ, ἁ δὲ ΙΤ τᾷ ΤΝ. ἀλλὰ καὶ τριγώνῳ τῷ ΑΚΒ ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΛΓ, τμᾶμα δὲ τὸ ΑΚΒ τμάματι τῷ ΒΛΓ. δεδείκται γὰρ ἐν ἄλλοις, τὰ τμάματα ἐπίτριτα εἶμεν τῶν τριγώνων]. ἐσσεῖται δὴ τοῦ μὲν ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Χ, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τριγώνων τὸ Τ. πάλιν οὖν ἐπεὶ τοῦ ΑΒΓ τριγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Ε, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων τὸ Χ, δῆλον, ὡς [τοῦ] ὅλου τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΧΕ τμαθείσας οὕτως, ὥστε, ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ συναμφότερα τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τμάματα, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τὸ τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ Χ ποτὶ τὸ ἔλασσον τμᾶμα. τοῦ δὲ ΑΚΒΛΓ πενταγώνου κέντρον τοῦ βάρεός ἐστιν ἐπὶ τᾶς ΕΤ εὐθείας τμαθείσας οὕτως, ὥστε, ὃν ἔχει λόγον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ ΑΚΒ, ΒΛΓ τρίγωνα, τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὸ

3. καὶ ἐπεζεύχθω ad τῶν τριγώνων lin. 7 om. F V A B C D Cr.;

[*ΑΚΒ*] centrum grauitatis *Θ*, trianguli autem *I*. rursus segmenti *ΒΔΓ* centrum grauitatis sit *M*, trianguli autem [*ΒΔΓ*] *N*. magnitudinis igitur ex segmentis *ΑΚΒ*, *ΒΔΓ* compositae centrum grauitatis est *X*, magnitudinis autem ex triangulis *ΑΚΒ*, *ΒΔΓ* compositae *T*.[1]) rursus igitur quoniam trianguli *ΑΒΓ* centrum grauitatis est *E*, magnitudinis autem ex segmentis *ΑΚΒ*, *ΒΔΓ* compositae *X*, adparet, totius segmenti *ΑΒΓ* centrum grauitatis in linea *XE* positum esse ita diuisa, ut, quam rationem habeat triangulus *ΑΒΓ* ad utrumque simul segmentum *ΑΚΒ*, *ΒΔΓ*, eam habeat pars lineae *XE*, cuius terminus sit *X*, ad partem minorem[2]) [I, 8].[3]) figurae autem quinque laterum *ΑΚΒΔΓ* centrum grauitatis in linea *ET* positum est ita diuisa, ut, quam rationem habeat triangulus *ΑΒΓ* ad triangulos *ΑΚΒ*, *ΒΔΓ*, eam habeat

1) U. Eutocius; et cfr. p. 205 not. 4 et p. 204 lin. 3—7.

2) Nam triangulus *ΑΒΓ* maior est segmentis *ΑΚΒ* + *ΒΔΓ* (quad. parab. 21 et 17); tum cfr. I, 6—7.

3) Sit enim centrum segmenti *ΑΒΓ* punctum *y* inter *X*, *E* positum; erit magnitudinis relictae, segmentorum *ΑΚΒ*, *ΒΔΓ*, centrum grauitatis (*X*) in linea *Ey* producta ita positum, ut sit $yX : Ey = \triangle\, AB\Gamma$: segm. *ΑΚΒ* + *ΒΔΓ*. poterat idem etiam ex I, 6—7 concludi (cfr. not. 2). eodem modo infra lin. 18 sq. ratiocinandum est.

habent Tartalea, ed. Basil., Torellius; sed manifesto recentissimo tempore interpolata sunt; ex adnotatione Eutocii adparet, eum haec uerba non habuisse, et ipsa forma Archimedea non est (ἐπεζεύχθω de punctis, τμᾶμα τὸ *ΑΚΒ*). 7. ἐσσεῖται δή] scripsi; εσται (comp.) δε F, uulgo, nisi quod οὖν ed. Basil., Torellius. 11. κεντρον F. 13. τοῦ] deleo. 14. ἐστιν ἐπί] Torellius; ἐστιν om. F, uulgo. 17. εχων F.

τμᾶμα αὐτᾶς τὸ πέρας ἔχον τὸ Τ ποτὶ τὸ λοιπόν. ἐπεὶ οὖν μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ ΚΑΒ, ΛΒΓ τρίγωνα ἢ ποτὶ τὰ τμάματα, δῆλον οὖν, ὅτι τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐγγύτερόν ἐστι τᾶς Β κορυφᾶς ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου. καὶ ἐπὶ πάντων εὐθυγράμμων τῶν ἐγγραφομένων ἐς τὰ τμάματα γνωρίμως ὁ αὐτὸς λόγος.

ϛ'.

Τμάματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δυνατόν ἐστιν ἐς τὸ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως ἐγγράψαι, ὥστε τὰν μεταξὺ εὐθεῖαν τῶν κέντρων τοῦ βάρεος τοῦ τμάματος καὶ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου ἐλάσσονα εἶμεν πάσας τᾶς προτεθείσας εὐθείας.

δεδόσθω τμᾶμα τὸ ΑΒΓ, οἷον εἰρήται, οὗ κέντρον ἔστω τοῦ βάρεος τὸ Θ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον γνωρίμως τὸ ΑΒΓ. καὶ ἔστω ἁ προτεθεῖσα εὐθεῖα ἁ Ζ, καὶ ὃν λόγον ἔχει ἁ ΒΘ ποτὶ Ζ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. ἐγγεγράφθω δὴ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως τὸ ΑΚΒΛΓ, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα εἶμεν τοῦ Κ. καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ε. φαμὶ δὴ τὰν ΘΕ ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς Ζ.

εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσα ἐστὶν ἢ μείζων. ἐπεὶ δὲ τὸ ΑΚΒΛΓ εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ

2. *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 18, 19, 26, 27. 3. *τά* (alt.)] supra scriptum manu 1 F. 5. *της Β κορυφης* (comp.) F; corr. Torellius. 6. *καί*] supra scriptum manu 1

pars lineae ET, cuius terminus sit T, ad reliquam [I, 8].[1]) iam quoniam triangulus $AB\Gamma$ maiorem rationem habet ad triangulos KAB, $AB\Gamma$ quam ad segmenta [Eucl. V, 8], adparet segmenti $AB\Gamma$ centrum grauitatis propius esse uertici B quam centrum figurae inscriptae.[2]) et in omnibus figuris rectilineis segmentis proprie inscriptis eadem ratio ualet.

VI.

Dato segmento comprehenso linea recta et sectione coni rectanguli fieri potest, ut figura rectilinea segmento proprie inscribatur, ita ut linea inter centra grauitatis segmenti et figurae inscriptae posita minor sit quauis linea data.

datum sit segmentum, quale diximus, $AB\Gamma$, cuius centrum grauitatis sit Θ, et ei inscribatur proprie triangulus $AB\Gamma$. et data linea sit Z, et sit

$$\triangle AB\Gamma : K = B\Theta : Z.$$

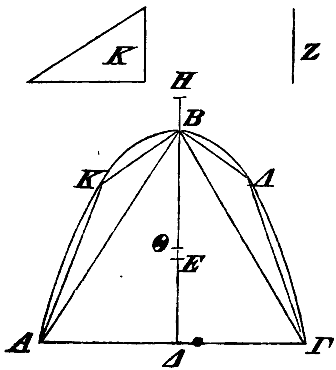
iam segmento $AB\Gamma$ proprie inscribatur figura rectilinea $AKB\Lambda\Gamma$, ita ut spatia reliqua minora sint spatio K.[3]) et figurae inscriptae centrum grauitatis sit E. dico, lineam ΘE minorem esse linea Z.

nam si non est, aut aequalis est aut maior. quoniam autem figura rectilinea $AKB\Lambda\Gamma$ ad segmenta reliqua maiorem rationem habet, quam triangulus

1) Cfr. p. 207 not. 3.
2) U. Eutocius.
3) U. Eutocius ad prop. 4 p. 198, 20.

F. ευθυγραμμ cum comp. ου F. 10. ἐστιν] addidi; om. F, uulgo. 18. Z (prius)] ΛZ FV. Z (alt.)] EZ FV. 22. τοῦ] το cum comp. ου F.

Κ, τουτέστιν ἁ *ΘΒ* ποτὶ *Ζ*, ἔχει δὲ καὶ ἁ *ΒΘ* ποτὶ *Ζ* οὐκ ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὃν ἔχει ποτὶ *ΘΕ*, διὰ τὸ μὴ ἐλάσσονα εἶμεν τὰν *ΘΕ* τᾶς *Ζ*, πολλῷ ἄρα τὸ *ΑΚΒΛΓ* εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ἁ *ΒΘ* ποτὶ *ΘΕ*. ὥστε ἐὰν ποιέωμες, ὡς τὸ *ΑΚΒΛΓ* εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα, οὕτως ἄλλαν τινὰ ποτὶ *ΘΕ*, ἐπειδὴ τοῦ *ΑΒΓ* τμάματος τὸ κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ *Θ*, ἐκβληθείσας τᾶς *ΕΘ* καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς εὐθείας ἐχούσας λόγον ποτὶ τὰν *ΕΘ*, ὃν τὸ *ΑΚΒΛΓ* εὐθύγραμμον ποτὶ τὰ περιλειπόμενα τμάματα, ἐσσεῖται μείζων τᾶς *ΘΒ*. ἐχέτω οὖν ἁ *ΗΘ* ποτὶ *ΘΕ*. τὸ *Η* ἄρα κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν περιλειπομένων τμαμάτων· ὅπερ ἀδύνατον. τᾶς γὰρ διὰ τοῦ *Η* ἀχθείσας παρὰ τὰν *ΑΓ* ἐπὶ τὰ αὐτά ἐστιν τὰ τμάματα. δῆλον οὖν, ὅτι ἁ *ΘΕ* ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς *Ζ*. ἔδει δὲ τοῦτο δεῖξαι.



ζ'.

Δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὰ κέντρα τῶν βαρέων εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους.

---

1. ἁ *ΘΒ*] ἡ *ΘΒ* F; corr. Torellius. πρός (bis) per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 2, 6, 8, 11, 13, 17, 18, 19. 9. ποι-

$AB\Gamma$ ad K[1]), h. e. quam $\Theta B : Z$, et ΘB ad Z non minorem rationem habet, quam $\Theta B : \Theta E$, quia ΘE minor non est linea Z [Eucl. V, 8], figura igitur $AKB\Delta\Gamma$ ad segmenta reliqua multo maiorem rationem habet, quam $B\Theta : \Theta E$. si igitur fecerimus rationi, quam habet figura $AKB\Delta\Gamma$ ad segmenta reliqua, aequalem rationem, quam habet alia linea ad ΘE, producta linea $E\Theta$, quoniam segmenti $AB\Gamma$ centrum grauitatis est Θ, et abscisa linea ad $E\Theta$ eam habenti rationem quam figura $AKB\Delta\Gamma$ ad segmenta reliqua[2]), maior erit [linea illa] quam ΘB [Eucl. V, 8]. sit igitur $H\Theta : \Theta E$ [$= AKB\Delta\Gamma$: segmenta reliqua]. itaque punctum H centrum grauitatis erit magnitudinis ex segmentis reliquis compositae[3]); quod fieri non potest. nam segmenta [omnia] in eadem parte lineae per H lineae $A\Gamma$ parallelae ductae posita erunt.[4]) adparet igitur, esse $\Theta E < Z$, quod erat demonstrandum.

VII.

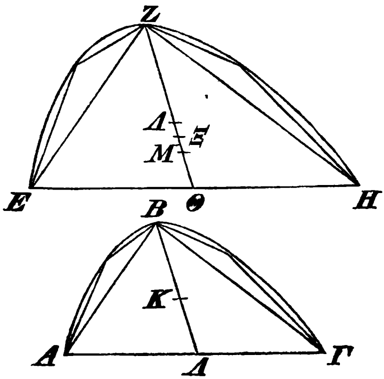
Duorum segmentorum similium comprehensorum linea recta et sectione coni rectanguli centra grauitatum diametros eadem ratione diuidunt.

1) Nam $AKB\Delta\Gamma > AB\Gamma$, et segmenta $< K$.
2) Cfr. I, 8.
3) I, 8; u. p. 207 not. 3.
4) I postul. 7; u. p. 179 not. 3.

ωμεν F, uulgo. Mirum est, litteram K bis usurpatam esse in figura. 18. ἔσται per comp. F, uulgo. 22. ἐστιν] scripsi; ἤστην F, uulgo; ἔστι τήν ed. Basil., ἐσσοῦντι Torellius. τὰ τμάματα] Nizzius; τω τμηματι F, uulgo. 23. οὖν] om. F; corr. Torellius. τᾶς] bis F (semel per comp.). ZE δει F. 28. βαρων F. τεμνωντι F.

ἔστω δύο τμάματα, οἷα εἰρήται, τὰ ΑΒΓ, ΕΖΗ, ὧν διαμέτροι αἱ ΒΔ, ΖΘ. καὶ ἔστω τοῦ μὲν ΑΒΓ τμάματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Κ σαμεῖον, τοῦ δὲ ΕΖΗ τὸ Λ. δεικτέον, ὅτι εἰς τὸν αὐτὸν λόγον τέμνοντι τὰς διαμέτρους τὰ Κ, Λ.

εἰ γὰρ μή, ἔστω ὡς ἁ ΚΒ ποτὶ ΚΔ, οὕτως ἁ ΖΜ ποτὶ ΘΜ, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ ΕΖΗ τμᾶμα εὐθύγραμμον γνωρίμως, ὥστε τὰν μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ τμάματος καὶ τοῦ ἐγγραφομένου εὐθυγράμμου ἐλάσσονα εἶμεν τᾶς ΛΜ. καὶ ἔστω τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ξ σαμεῖον. ἐγγεγράφθω δὲ εἰς τὸ ΑΒΓ τμᾶμα τῷ ἐν τῷ ΕΖΗ ἐγγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ ὁμοῖον εὐθύγραμμον, τουτέστιν ὁμοίως γνωρίμως, οὗ κέντρον τοῦ βάρεος τᾶς κορυφᾶς ἐγγύτερον ἤπερ τὸ τοῦ τμάματος· ὅπερ ἀδύνατον. δῆλον οὖν, ὅτι τον αὐτὸν λόγον ἔχει ἁ ΒΚ ποτὶ ΚΔ, ὃν ἁ ΖΛ ποτὶ ΛΘ.



η'.

Παντὸς τμάματος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ κέντρον τοῦ βάρεος διαι-

---

4. Λ] Δ F. τέμνοντι] scripsi; τεμνωντι F, uulgo. 6. προς per comp. F; corr. Torellius ut lin. 7, 23, 24. 8. την per comp. F; corr. Torellius. 18. ἐγγεγραμμένῳ εὐθυγράμμῳ]

duo segmenta, qualia diximus, sint $AB\Gamma$, EZH, quorum diametri sint $B\Delta$, $Z\Theta$, et segmenti $AB\Gamma$ centrum grauitatis sit K, segmenti autem EZH punctum Λ. demonstrandum, puncta K, Λ diametros eadem ratione diuidere.

nam si minus, sit $KB : K\Delta = ZM : \Theta M$, et segmento EZH inscribatur proprie figura rectilinea, ita ut linea inter centra [grauitatis] segmenti et figurae inscriptae minor sit quam linea ΛM [prop. 6]. et figurae inscriptae centrum grauitatis sit Ξ punctum.[1]) inscribatur autem segmento $AB\Gamma$ figura rectilinea figurae segmento EZH inscriptae similis, h. e. similiter proprie [u. Eutocius], cuius centrum grauitatis uertici propius erit quam centrum segmenti[2]); quod fieri non potest [prop. 5]. adparet igitur, esse

$$BK : K\Delta = Z\Lambda : \Lambda\Theta.$$

VIII.

Cuiusuis segmenti comprehensi linea recta et sectione coni rectanguli centrum grauitatis diametrum

1) Cadet hoc punctum infra punctum Λ (prop. 5), sed supra M, quia $\Lambda\Xi < \Lambda M$ (ex hypothesi).

2) Debuit sic dici: itaque centrum eius uertici propius erit cett., et fortasse lin. 21 pro οὗ scribendum: τὸ οὖν. ceterum hoc uerum esse, sic intellegitur: centrum figurae segmento $AB\Gamma$ inscriptae sit y; erit igitur (prop. 3)

$$By : y\Delta = Z\Xi : \Xi\Theta;$$

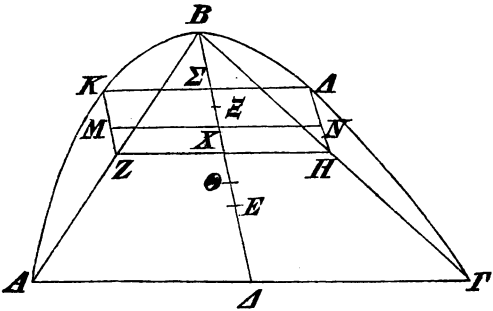
sed $Z\Xi : \Xi\Theta < ZM : M\Theta$; itaque $By : y\Delta < KB : B\Delta$, et y supra K cadet.

τμάματι Eutocius. 21. οὗ τό Nizzius. 22. τό] addidi; om. F, uulgo.

ρεῖ τὰν τοῦ τμάματος διάμετρον, ὥστε εἶμεν ἁμιόλιον τὸ μέρος αὐτᾶς τὸ ποτὶ τᾷ κορυφᾷ τοῦ τμάματος τοῦ ποτὶ τᾷ βάσει.

ἔστω τὸ *ΑΒΓ* τμᾶμα, οἷον εἰρήται, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἔστω ἁ *ΒΔ*, κέντρον δὲ τοῦ βάρεος τὸ *Θ* σαμεῖον. δεικτέον, ὅτι ἁμιολία ἐστὶν ἁ *ΒΘ* τᾶς *ΘΔ*.

ἐγγεγράφθω ἐς τὸ *ΑΒΓ* τμᾶμα γνωρίμως τρίγωνον τὸ *ΑΒΓ*, οὗ κέντρον τοῦ βάρεος ἔστω τὸ *Ε*. καὶ τετμάσθω δίχα ἑκατέρα τᾶν *ΒΑ*, *ΒΓ*, καὶ ἄχθων αἱ *ΚΖ*, *ΗΛ* παρὰ τὰν *ΒΔ*. διαμέτροι ἄρα ἐντὶ τῶν *ΑΚΒ*,



ΒΛΓ τμαμάτων. ἔστω οὖν τοῦ μὲν *ΑΚΒ* τμάματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ *Μ*, τοῦ δὲ *ΒΛΓ* τὸ *Ν*, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ *ΖΗ*, *ΜΝ*, *ΚΛ*. τοῦ ἄρα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ *Χ*. καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἁ *ΒΘ* ποτὶ *ΘΔ*, οὕτως ἁ *ΚΜ* ποτὶ *ΜΖ*, καὶ συνθέντι καὶ ἐναλλάξ, ὡς ἁ *ΒΔ* ποτὶ *ΚΖ*, οὕτως ἁ *ΔΘ* ποτὶ *ΜΖ*, τετραπλασία δὲ ἁ *ΒΔ* τᾶς *ΚΖ*· τοῦτο γὰρ ἐπὶ τέλει δεικνύται, οὗ σαμεῖον ϛ· τετραπλασίων ἄρα καὶ ἁ *ΔΘ* τᾶς *ΜΖ*. ὥστε καὶ λοιπὰ ἁ *ΒΘ* λοιπᾶς τᾶς *ΚΜ*,

1. ειμιολιον F, ἡμιόλιον V. 3. τᾷ βάσει] scripsi; ταν βασιν

segmenti ita diuidit, ut pars eius ad uerticem segmenti posita dimidio maior sit parte ad basim posita.

sit *ΑΒΓ* segmentum, quale diximus, et diametrus eius sit *ΒΔ*, et centrum grauitatis punctum *Θ*. demonstrandum, esse $B\Theta = \frac{3}{2}\Theta\Delta$.

segmento *ΑΒΓ* proprie inscribatur triangulus *ΑΒΓ*, cuius centrum grauitatis sit *Ε*. et lineae *ΒΑ*, *ΒΓ* in duas partes aequales [in punctis *Ζ*, *Η*] diuidantur, et lineae *ΒΔ* parallelae ducantur lineae *ΚΖ*, *ΗΛ*. itaque diametri sunt segmentorum *ΑΚΒ*, *ΒΛΓ* [p. 203 not. 2]. sit igitur segmenti *ΑΚΒ* centrum grauitatis *Μ*, segmenti autem *ΒΛΓ* punctum *Ν* [cfr. prop. 4], et ducantur lineae *ΖΗ*, *ΜΝ*, *ΚΛ*. magnitudinis igitur ex utroque segmento compositae centrum grauitatis est *Χ* [p. 205 not. 6 et not. 4]. et quoniam est

$$KM : MZ = B\Theta : \Theta\Delta \text{ [cfr. prop. 7 et Eutocius]},$$

et componendo [$KZ : ZM = B\Delta : \Theta\Delta$; Eucl. V, 18] et uicissim [Eucl. V, 16] $B\Delta : KZ = \Delta\Theta : MZ$, sed $B\Delta = 4KZ$ (hoc enim in fine demonstratur, ubi est signum ♂)[1]), erit $\Delta\Theta = 4MZ$. quare etiam quae

1) U. Eutocius.

F, uulgo. 4. *οἷον*] Torellius; *ομοιον* (comp.) *ως* F, uulgo; *οἷον ὡς* ed. Basil., C. 7. *ΑΒΔ* FV. 8. *οὗ τό* Nizzius. 9. *τᾶν*] Torellius; *τα* FV; *τῶν* uulgo. *ΒΓ*] *ΑΓ* F; corr. ed. Basil. Post *ΒΓ* ed. Basil., Torellius addunt *κατὰ τὰ ΖΗ* et post *ἄχθων*: *παρὰ τὰν ΒΔ*, quae uerba post *ΗΛ* lin. 10 inserui. 10. *ΗΛ*] *Η* F. 12. *κέντρον*] scripsi; *το κεντρον* F, uulgo. *Ν*] *Η* FV. 14. *το κεντρον* F, uulgo. 15. *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 16, 17. 17. *τας* (per comp.) *ΚΖ* F, uulgo; *τὰν ΚΖ* ed. Basil., Torellius; malui *τας* delere. *οὕτως ἁ ΔΘ* ad *ΚΖ* lin. 18 om. F, uulgo; suppleui ex Eutocio; minus recte Torellius cum ed. Basil.: *οὕτως ἁ ΘΔ ποτὶ* (*πρός* ed. Basil.) *τὰν ΜΖ· ἁ δὲ ΒΔ τετραπλασίων τᾶς ΚΖ*. 19. ♂] *ὁ ηλιος* F, uulgo; *τὸ Θ* Torellius; *ὁ Θ* ed. Basil.; ego hic quoque Eutocium secutus sum.

τουτέστι τᾶς ΣΧ τετραπλασίων. καὶ λοιπὰ ἄρα συναμφοτέρα ἁ ΒΣ, ΧΘ τριπλασίων τᾶς ΣΧ. ἔστω τριπλασία ἁ ΒΣ τᾶς ΣΞ. καὶ ἁ ΧΘ ἄρα τᾶς ΞΧ ἐστι τριπλασία. καὶ ἐπεὶ τετραπλασίων ἁ ΒΔ τᾶς ΒΣ· καὶ γὰρ τοῦτο δεικνύται· ἁ δὲ ΒΣ τᾶς ΣΞ τριπλασίων, ἁ ΞΒ ἄρα τᾶς ΒΔ τρίτον μέρος [ἐστίν]. ἔστιν δὲ καὶ ἁ ΕΔ τᾶς ΔΒ τρίτον μέρος, ἐπειδήπερ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ ΑΒΓ τριγώνου ἐστὶ τὸ Ε. καὶ λοιπὰ ἄρα ἁ ΞΕ τρίτον μέρος τᾶς ΒΔ. καὶ ἐπεὶ τοῦ μὲν ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεός ἐστι τὸ Θ σαμεῖον, τοῦ δὲ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ΑΚΒ, ΒΛΓ τμαμάτων συγκειμένου μεγέθεος τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Χ, τοῦ δὲ ΑΒΓ τριγώνου τὸ Ε, ἐσσείται, ὡς τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ποτὶ τὰ καταλειπόμενα τμάματα, οὕτως ἁ ΧΘ ποτὶ ΘΕ. τριπλάσιον δὲ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῶν τμαμάτων [ἐπειδήπερ τὸ ὅλον τμᾶμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου]. τριπλασία ἄρα καὶ ἁ ΧΘ τᾶς ΘΕ. ἐδείχθη δὲ ἁ ΧΘ τριπλασία καὶ τᾶς ΧΞ. πενταπλασία ἄρα ἐστὶν ἁ ΞΕ τᾶς ΕΘ, τουτέστιν ἁ ΔΕ τᾶς ΕΘ. ἴσα γάρ ἐστιν αὐτᾷ. ὥστε ἑξαπλασία ἐστὶν ἁ ΔΘ τᾶς ΘΕ. καί ἐντι τᾶς ΔΕ τριπλασία ἁ ΒΔ. ἁμιολία ἄρα ἐντὶ ἁ ΒΘ τᾶς ΘΔ· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ϑ΄.

Εἴ κα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωντι ἐν τᾷ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ἐλαχίστα ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶς ἐλαχίστας,

---

1. λοιπά] scripsi; λοιπ cum comp. ον F, uulgo; λοιπᾶν Torellius; λοιπόν fortasse retineri potest; u. Hultschii index Pappi p. 68. 2. τριπλασία] cum C et Nizzio; τριπλα (in fine lineae) F, uulgo. 3. ΣΞ] ΕΞ FV. ἐστὶν ἁ Eutocius. 6. ἐστίν] om. Eutocius. 12. βαρους F, uulgo. 13. εσται

relinquitur $B\Theta = 4KM = 4\Sigma X$.[1]) quare etiam quae relinquitur[2]) $B\Sigma + X\Theta = 3\Sigma X$. sit $B\Sigma = 3\Sigma\Xi$. erit igitur etiam $X\Theta = 3\Xi X$. et quoniam est

$$B\Delta = 4B\Sigma$$

(nam hoc quoque demonstratur [u. Eutocius]), et

$$B\Sigma = 3\Sigma\Xi,$$

erit igitur $\Xi B = \frac{1}{3}B\Delta$ [u. Eutocius]. sed etiam $E\Delta = \frac{1}{3}\Delta B$, quoniam trianguli $AB\Gamma$ centrum grauitatis est E [I, 14 coll. Eutocio ad I, 15]. quare etiam quae relinquitur $\Xi E = \frac{1}{3}B\Delta$. et quoniam totius segmenti centrum grauitatis est punctum Θ, magnitudinis autem ex utroque segmento AKB, $B\Lambda\Gamma$ compositae centrum grauitatis X, et trianguli $AB\Gamma$ punctum E, erit ut triangulus $AB\Gamma$ ad segmenta reliqua, ita $X\Theta : \Theta E$ [I, 8]. sed triangulus $AB\Gamma$ triplo maior est segmentis.[3]) quare etiam $X\Theta = 3\Theta E$. sed etiam demonstratum est esse $X\Theta = 3X\Xi$. itaque $\Xi E = 5E\Theta$, h. e. $\Delta E = 5E\Theta$; nam $\Delta E = \Xi E$. quare $\Delta\Theta = 6\Theta E$. et est $B\Delta = 3\Delta E$. quare est $B\Theta = \frac{3}{2}\Theta\Delta$ [u. Eutocius]; quod erat demonstrandum.

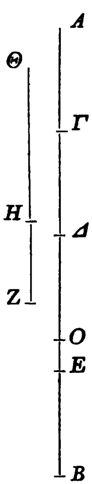
IX.

Si quattuor lineae in continua proportione proportionales sunt, et quam habet rationem minima ad differentiam maximae et minimae, eam linea aliqua

1) Nam parallelogrammum est $KMX\Sigma$.
2) Subtracto $\Sigma\Phi$ communi ab $B\Theta = 4\Sigma X$.
3) U. Eutocius, qui sequentia uerba lin. 16—17 non habuisse uidetur.

per comp. F, uulgo. 14. πρός (bis) per comp. F; corr. Torellius. 15. τριπλάσιον] scripsi; τριπλ cum comp. ουν F, uulgo, Eutocius. 22. ὅπερ ἔδει δεῖξαι] οι FVA; om. uulgo; habet Eutocius.

τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰ τρία πεμπταμόρια τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας, ὃν δὲ ἔχει λόγον ἁ ἴσα τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μεγίστας τᾶν ἀνάλογον καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τᾶς δευτέρας καὶ τᾷ ἑξαπλασίᾳ τᾶς τρίτας καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς τετάρτας ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε πενταπλασίᾳ τᾶς μεγίστας καὶ τᾷ δεκαπλασίᾳ τᾶς δευτέρας καὶ τᾷ δεκαπλασίᾳ τᾶς τρίτας καὶ τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς τετάρτας, τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει ἁ μεγίστα τᾶν ἀνάλογον τᾶς τρίτας, συναμφοτέραι αἱ λαφθεῖσαι ἐσσοῦνται δύο πεμπταμόρια τᾶς μεγίστας.



ἔστωσαν τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον αἱ *AB*, *BΓ*, *BΔ*, *BE*, καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ *BE* ποτὶ *EA*, τοῦτον ἐχέτω ἁ *ZH* ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς *AΔ*, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα τᾷ διπλασίᾳ τᾶς *AB* καὶ τετραπλασίᾳ τᾶς *BΓ* καὶ ἑξαπλασίᾳ τᾶς *BΔ* καὶ τριπλασίᾳ τᾶς *BE* ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ πενταπλασίᾳ τᾶς *AB* καὶ δεκαπλασίᾳ τᾶς *ΓB* καὶ δεκαπλασίᾳ τᾶς *BΔ* καὶ πενταπλασίᾳ τᾶς *BE*, τοῦτον ἐχέτω τὸν λόγον ἁ *HΘ* ποτὶ τὰν *AΔ*. δεικτέον, ὅτι ἁ *ZΘ* δύο πεμπταμόριά ἐντι τᾶς *AB*.

ἐπεὶ γὰρ ἀνάλογόν ἐντι αἱ *AB*, *BΓ*, *BΔ*, *BE*, καὶ αἱ *AΓ*, *ΓΔ*, *ΔE* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντί. καὶ συναμφότερος ἁ *AB*, *BΓ* ποτὶ τὰν *BΔ*, τουτέστιν ἁ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς *AB*, *BΓ* ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς

1. πεμπτημορια F; corr. Torellius. 2. ᾇ] ἁς F; corr. B. τᾶν] τ F; ' addidit manus 2; τὰς *A*, ed. Basil. 3. διπλασίᾳ] β̄ F, ut saepissime in hac propositione; corr. fere ed. Basil.; ego semper totum uerbum posui suadente Nizzio. 4. ἀνάλογον] αναλογιαν F; corr. ed. Basil. 5. καὶ τᾷ τριπλασίᾳ]

adsumpta habet ad $\frac{3}{5}$ differentiae maximae et tertiae linearum proportionalium, et quam habet rationem linea aequalis duplici maximae proportionalium et quadruplici secundae et tertiae sexies sumptae et triplici quartae ad lineam aequalem maximae quinquies sumptae et secundae decies sumptae et tertiae decies sumptae et quartae quinquies sumptae, eam habet linea aliqua adsumpta ad differentiam maximae et tertiae proportionalium, utraque simul linea adsumpta $\frac{2}{5}$ erit maximae.[1])

quattuor lineae AB, $B\Gamma$, $B\Delta$, BE proportionales sint[2]), et sit $BE : EA = ZH : \frac{3}{5} A\Delta$, et

$$2AB + 4B\Gamma + 6B\Delta + 3BE$$
$$: 5AB + 10\Gamma B + 10B\Delta + 5BE = H\Theta : A\Delta.$$

demonstrandum, esse $Z\Theta = \frac{2}{5} AB$.

nam quoniam AB, $B\Gamma$, $B\Delta$, BE proportionales sunt, etiam $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔE in eadem ratione sunt.[3]) et erit $AB + B\Gamma : B\Delta$, h. e.

---

1) Huius propositionis paraphrasim dedit Eutocius; demonstratio magis conspicua u. Quaest. Arch. p. 48—50; breuiorem demonstrationem ex ratione recentioris arithmetices dederunt Sturmius p. 273, Nizzius p. 38.

2) H. e. sit $AB : B\Gamma = B\Gamma : B\Delta = B\Delta : BE$.

3) Nam cum sit $AB : B\Gamma = B\Gamma : B\Delta$, erit *διελόντι*:
$$A\Gamma : B\Gamma = \Gamma\Delta : B\Delta,$$
et *ἐναλλάξ*: $A\Gamma : \Gamma\Delta = B\Gamma : B\Delta$. eodem modo, cum
$B\Gamma : B\Delta = B\Delta : BE$, erit $\Gamma\Delta : B\Delta = \Delta E : BE$
et $\Gamma\Delta : \Delta E = B\Delta : BE$;
h. e. $A\Gamma : \Gamma\Delta = \Gamma\Delta : \Delta E = AB : B\Gamma = B\Gamma : B\Delta = B\Delta : BE$.

---

om. F. 8. *πενταπλησια* F. 10. *τᾶν*] *τας* F; corr. Torellius. 11. *πεμπτημερια* F; corr. Torellius. 13. $B\Delta$] om. F. 14. *προς* (prius) per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 26. 22. *ἁ* $Z\Theta$] *τα* $AZ\Theta$ F; corr. A. 24. BE] ΔE F. 26. *τὰν* $B\Delta$ ad $B\Gamma$ *ποτί* lin. 27 suppleui; om. F, uulgo; *διπλασίαν τᾶς* lin. 27 om. ed. Basil., Torellius.

ΒΔ ἔχει τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, καὶ συναμφότερος ἁ ΔΒ, ΒΓ ποτὶ τὰν ΕΒ, καὶ πάντα ποτὶ πάντα. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΔΕ, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ΑΒ καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ΓΒ καὶ τᾷ ΔΒ ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ΒΔ καὶ τᾷ ΒΕ. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ἴσα τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ΑΒ καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τᾶς ΒΓ καὶ τᾷ τετραπλασίᾳ τᾶς ΒΔ καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ΒΕ ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ΔΒ καὶ τᾷ ΕΒ, τοῦτον ἕξει ἁ ΔΑ ποτὶ ἐλάσσονα τᾶς ΔΕ. ἐχέτω οὖν ποτὶ ΔΟ. καὶ ἀμφοτέραι δὲ ποτὶ τὰς πρώτας τὸν αὐτὸν ἑξοῦντι λόγον. ἕξει οὖν ἁ ΟΑ ποτὶ ΑΔ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ΑΒ καὶ τετραπλασίᾳ τᾶς ΓΒ καὶ ἑξαπλασίᾳ τᾶς ΒΔ καὶ τριπλασίᾳ τᾶς ΒΕ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρας τᾶς ΑΒ, ΕΒ καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ. ἔχει δὲ καὶ ἁ ΑΔ ποτὶ ΗΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ μετὰ τᾶς δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΒ καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶς ΓΒ καὶ τᾶς τριπλασίας τᾶς ΕΒ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ΒΔ. ἀνομοίως δὲ τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τεταραγμένᾳ ἀναλογίᾳ, δι' ἴσου τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΟΑ ποτὶ ΗΘ, ὃν ἁ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ μετὰ τᾶς δεκαπλασίας τᾶν ΓΒ, ΒΔ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ καὶ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ. ἀλλ' ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς πενταπλασίας

3. *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 10, 11 (prius), 12, 18, 20, 26. 5. *καὶ τᾷ*] scripsi; *και α* F, uulgo. 6. *τᾷ ΒΕ*]

$$2(AB + B\Gamma) : 2B\Delta = A\Delta : \Delta E^{1)},$$

et $\Delta B + B\Gamma : EB$[2]), et omnia ad omnia.[3]) erit igitur

$$A\Delta : \Delta E = 2AB + 3\Gamma B + \Delta B : 2B\Delta + BE.$$

itaque quam rationem habet

$$2AB + 4B\Gamma + 4B\Delta + 2BE : 2\Delta B + EB,$$

eam habebit ΔA ad lineam minorem linea ΔE [Eucl. V, 8]. habeat ad lineam ΔO. et etiam utraeque simul sumptae ad primas eandem rationem habebunt. quare erit

$$OA : A\Delta = 2AB + 4\Gamma B + 6B\Delta + 3BE$$
$$: 2(AB + EB) + 4(\Gamma B + B\Delta).^{4)}$$

sed etiam [ex hypothesi] erat

$$A\Delta : H\Theta = 5(AB + BE) + 10(\Gamma B + B\Delta)$$
$$: 2AB + 4\Gamma B + 3EB + 6B\Delta.$$

proportionibus autem inaequaliter ordinatis, siue in perturbata ratione, ex aequali erit [Eucl. V, 23]

$$OA : H\Theta = 5(AB + BE) + 10(\Gamma B + B\Delta)$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta).$$

---

1) Erat (p. 219 not. 3) $AB : B\Gamma = A\Gamma : \Gamma\Delta$, h. e. $AB + B\Gamma : B\Gamma = A\Delta : \Gamma\Delta$. sed $B\Gamma : B\Delta = \Gamma\Delta : \Delta E$; quare δι' ἴσου $AB + B\Gamma : B\Delta = A\Delta : \Delta E$.

2) $B\Gamma : B\Delta = A\Gamma : \Gamma\Delta$ (p. 219 not. 3); unde

$$B\Gamma + B\Delta : B\Delta = A\Delta : \Gamma\Delta;$$

sed $B\Delta : BE = \Gamma\Delta : \Delta E$ (p. 219 not. 3); quare

$$B\Gamma + B\Delta : BE = A\Delta : \Delta E.$$

3) Erat $2(AB + B\Gamma) : 2B\Delta = B\Gamma + B\Delta : BE = A\Delta : \Delta E$; tum u. Eucl. V, 12, unde intellegitur, πάντα ποτὶ πάντα esse: πάντα τὰ ἡγούμενα πρὸς πάντα τὰ ἑπόμενα.

4) H. e. ἀνάπαλιν et συνθέντι.

---

scripsi; ταν BE F, uulgo. 7. AB] B F; corr. AB. 10. τᾷ] scripsi; ταν F, uulgo. 11. ΔO] $\Delta\Theta$ F; corr. Torellius. 12. OA] ΘA F; corr. ed. Basil. 14. καὶ τετραπλασίᾳ τᾶς ΓB] om. F; corr. ed. Basil. 25. OA] A F; corr. ed. Basil. πενταπλασίᾳ] $\overline{\Delta E}$ F; corr. ed. Basil. 26. τᾶν] scripsi; τας F, uulgo.

συναμφοτέρου τᾶς AB, BE μετὰ τᾶς δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓB, $B\Delta$ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς AB, BE καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓB, $B\Delta$ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. καὶ ἁ AO ἄρα ποτὶ $H\Theta$ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. πάλιν ἐπεὶ ἁ $O\Delta$ ποτὶ ΔA τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ EB μετὰ τᾶς διπλασίας τᾶς $B\Delta$ ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ συγκειμένᾳ ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς AB, BE μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓB, $B\Delta$, ἔστιν δὲ καί, ὡς ἁ $A\Delta$ ποτὶ ΔE, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς AB καὶ τριπλασίας τᾶς ΓB καὶ τᾶς $B\Delta$ ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τε EB καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς $B\Delta$, ἀνομοίως οὖν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν τεταραγμένας ἐούσας τᾶς ἀναλογίας, δι' ἴσου ἐστίν, ὡς ἁ $O\Delta$ ποτὶ ΔE, οὕτως ἁ διπλασία τᾶς AB μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς $B\Gamma$ καὶ ἁ $B\Delta$ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἐκ τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς AB, BE καὶ τᾶς τετραπλασίας τᾶν ΓB, $B\Delta$. ὥστε καὶ ὡς ἁ OE ποτὶ $E\Delta$ ἐστιν, οὕτως ἁ ΓB μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς $B\Delta$ καὶ διπλασίας τᾶς EB ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς AB, BE καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΓB, $B\Delta$. ἔστιν δὲ καί, ὡς ἁ ΔE ποτὶ EB, οὕτως ἅ τε $A\Gamma$ ποτὶ ΓB· ἐπεὶ καὶ κατὰ σύνθεσιν· καὶ ἁ τριπλασία τᾶς $\Gamma\Delta$ ποτὶ τὰν τριπλασίαν τᾶς ΔB, καὶ ἁ διπλασία τᾶς ΔE ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς EB. ὥστε καὶ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς $A\Gamma$ καὶ τριπλασίας τᾶς $\Gamma\Delta$ καὶ διπλασίας τᾶς ΔE ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς ΓB καὶ τριπλασίας τᾶς ΔB καὶ διπλασίας τᾶς

2. προς per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 5 bis, 6 bis, 8, 11, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 25, 26, 28. 6. $O\Delta$] $\Theta\Delta$ F;

sed
$$5(AB + BE) + 10(\Gamma B + B\Delta)$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta) = 5 : 2.$$ [1])
quare etiam $AO : H\Theta = 5 : 2$. rursus quoniam est $O\Delta : \Delta A = EB + 2B\Delta : 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta)$ [Eucl. V, 7 coroll.], et etiam
$$A\Delta : \Delta E = 2AB + 3\Gamma B + B\Delta : EB + 2B\Delta,$$
inaequaliter ordinatis rationibus siue proportione perturbata, ex aequali erit [Eucl. V, 23]
$$O\Delta : \Delta E = 2AB + 3B\Gamma + B\Delta$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta).$$
quare etiam
$$OE : E\Delta = \Gamma B + 3B\Delta + 2EB$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta)$$
[ἀνάπαλιν Eucl. V, 7 coroll. et ἀναστρέψαντι V, 19 coroll. et ἀνάπαλιν]. sed etiam $\Delta E : EB = A\Gamma : \Gamma B$ (quoniam etiam componendo
$$[\text{est } AB : B\Gamma = \Delta B : EB])\text{[2]}) = 3\Gamma\Delta : 3\Delta B$$
$$= 2\Delta E : 2EB.$$
quare etiam
$$A\Gamma + 3\Gamma\Delta + 2\Delta E$$
$$: \Gamma B + 3\Delta B + 2EB\ [= \Delta E : EB].$$ [3])

1) Cfr. Quaest. Arch. p. 48.
2) Hinc enim διελόντι (Eucl. V, 17) $A\Gamma : B\Gamma = \Delta E : EB$; cfr. Quaest. Arch. p. 147.
3) Nam $A\Gamma : \Gamma B = 2\Delta E : 2EB = \Gamma\Delta : \Delta B$ (p. 219 not. 3) $= 3\Gamma\Delta : 3\Delta B$; unde ex Eucl. V, 12:
$$A\Gamma + 2\Delta E + 3\Gamma\Delta : \Gamma B + 2EB + 3\Delta B = 2\Delta E : 2EB.$$

corr. B. 8. ταν συγκειμεναν F; corr. B. 10. $A\Delta$] ΔB F; corr. A. 13. $B\Delta$] $HB\Delta$ F; corr. A. 14. τεταγμένων] τετμημενων FV. τεταραγμενος F. 15. ουσας F, uulgo. ἐστίν] om. FV. $O\Delta$] $\Theta\Delta$ F; corr. ed. Basil. 19. τᾶν] scripsi; τας F, uulgo; συναμφοτέρου τᾶς Torellius. OE] scripsi; ΘE F, uulgo; EO ed. Basil., Torellius. 20. οὕτως] ως F. 27. τριπλασίας] Γ' F, uulgo; $\bar{\alpha}\ \bar{\gamma}$ ed. Basil., Torellius.

ΕΒ. ἀνομοίως οὖν πάλιν τῶν λόγων τεταγμένων, τουτέστιν ἐν τεταραγμένᾳ ἀναλογίᾳ, δι᾽ ἴσου τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ *ΕΟ* ποτὶ *ΕΒ*, ὃν ἁ *ΑΓ* μετὰ τᾶς τριπλασίας τᾶς *ΓΔ* καὶ διπλασίας τᾶς *ΔΕ* ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΕ* μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ*. ὅλα οὖν ἁ *ΟΒ* ποτὶ *ΒΕ* τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν ἁ ἴσα τᾷ τε τριπλασίᾳ τᾶς *ΑΒ* μετὰ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς *ΓΒ* καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς *ΒΔ* ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΕ* μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ*. καὶ ἐπεὶ αἵ τε *ΕΔ*, *ΔΓ*, *ΓΑ* ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἐντὶ καὶ συναμφότερος ἑκάστα τᾶν *ΕΒ*, *ΒΔ*, *ΔΒ*, *ΒΓ*, *ΓΒ*, *ΒΑ*, ἐσσείται καί, ὡς ἁ *ΕΔ* ποτὶ *ΔΑ*, οὕτως συναμφότερος ἁ *ΕΒ*, *ΒΔ* ποτὶ συναμφότερον τὰν *ΔΒ*, *ΒΓ* μετὰ τᾶς συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΑ*. καὶ συνθέντι ἄρα ἐστίν, ὡς ἁ *ΑΕ* ποτὶ *ΑΔ*, οὕτως συναμφότερος ἁ *ΕΒ*, *ΒΔ* μετὰ συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΓ* καὶ συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ*, ὅ ἐστι συναμφότερος ἁ *ΕΒ*, *ΒΑ* μετὰ τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΔΒ*, *ΒΓ* ποτὶ συναμφότερον τὰν *ΒΔ*, *ΒΑ* μετὰ τᾶς διπλασίας τᾶς *ΒΓ*. ὥστε καὶ ἁ διπλασία ποτὶ τὰν διπλασίαν τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, τουτέστιν ὡς ἁ *ΕΑ* ποτὶ *ΑΔ*, οὕτως ἁ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς *ΕΒ*, *ΒΑ* μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς *ΓΒ*, *ΒΔ* ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς *ΑΒ*, *ΒΔ* μετὰ τᾶς τετραπλασίας τᾶς *ΓΒ*. ὥστε καὶ

3. *ΕΟ*] *ΕΘ* F; corr. ed. Basil. πρὸς per comp. F; corr. Torellius, ut semper in hac pagina. 4. τριπλασίας τᾶς] om. F; corr. A. τάν] addidi; om. F, uulgo. 7. *ΟΒ*] *ΕΒ* F; corr. ed. Basil. 13. ἔσται per comp. F, uulgo. 16. ὡς] om. F; corr. A. ἁ *ΑΕ*] ἁ addidi; om. F, uulgo. 18. *ΓΒΔ* F; corr. Torellius. 19. *ΕΒΑ* F, uulgo, ut lin. 24.

rursus igitur rationibus inaequaliter ordinatis siue proportione perturbata, ex aequali erit:

$$EO : EB = A\Gamma + 3\Gamma\Delta + 2\Delta E$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta)$$

[Eucl. V, 23]. itaque [*συνθέντι* Eucl. V, 18]:

$$OB : BE = 3AB + 6\Gamma B + 3B\Delta^{1)}$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\Delta).$$

et quoniam lineae $E\Delta$, $\Delta\Gamma$, ΓA et

$$EB + B\Delta,\ \Delta B + B\Gamma,\ \Gamma B + BA$$

in eadem ratione sunt[2]), erit etiam

$$E\Delta : \Delta A = EB + B\Delta : \Delta B + B\Gamma + \Gamma B + BA.^{3)}$$

quare etiam componendo [Eucl. V, 18] erit

$$AE : A\Delta = EB + B\Delta + AB + B\Gamma + \Gamma B + B\Delta$$
$$: B\Delta + BA + 2B\Gamma = EB + BA + 2(\Delta B + B\Gamma)$$
$$: B\Delta + BA + 2B\Gamma = 2(EB + BA) + 4(\Delta B + B\Gamma)$$
$$: 2(B\Delta + BA) + 4B\Gamma.$$

---

1) Nam $A\Gamma + 3\Gamma\Delta + 2\Delta E + 2AB + 2BE + 4\Gamma B + 4B\Delta$
$= 2AB + (A\Gamma + \Gamma B) + 3(\Gamma\Delta + B\Delta) + 2(\Delta E + BE) + 3\Gamma B + B\Delta$
$= 3AB + 3\Gamma B + 2B\Delta + 3\Gamma B + B\Delta$.

2) H. e. $E\Delta : \Delta\Gamma = \Delta\Gamma : \Gamma A = EB + B\Delta : \Delta B + B\Gamma$
$= \Delta B + B\Gamma : \Gamma B + BA$;
quod facile ex p. 219 not. 3 et Eucl. V, 12 concluditur.

3) Est enim
$E\Delta : \Delta\Gamma : \Gamma A = EB + B\Delta : \Delta B + B\Gamma : \Gamma B + BA$;
quare
$E\Delta : \Delta\Gamma + \Gamma A = EB + B\Delta : (\Delta B + B\Gamma) + (\Gamma B + BA)$;
cfr. Quaest. Arch. p. 48.

---

20. $\Delta B\Gamma$ F, uulgo, ut lin. 25, p. 226, 3: $\Gamma B\Delta$; lin. 26: $AB\Delta$; p. 226 lin. 2 ABE; ibid. lin. 5: $AB\Delta$. 21. BA] ΔA F. 24. *μετὰ τᾶς τετραπλασίας* ad *τᾶς* AB, $B\Delta$ lin. 26 repetita in F; corr. B. 26. ΓB] ΓE F; corr. Basil.

ὡς ἁ ΕΑ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ καὶ τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΔ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΓΒ. ἀλλ' ὡς ἁ ΕΑ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΑΔ, οὕτως ἐστὶν ἁ ΕΒ ποτὶ ΖΗ. καὶ ὡς ἄρα ἁ ΕΒ ποτὶ ΖΗ, οὕτως ἁ διπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ μετὰ τᾶς τετραπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΔΒ, ΒΓ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΔ μετὰ τᾶς τετραπλασίας τᾶς ΓΒ. ἐδείχθη δὲ καί, ὡς ἁ ΟΒ ποτὶ ΕΒ, οὕτως ἁ τριπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΔ μετὰ τᾶς ἑξαπλασίας τᾶς ΓΒ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΕ καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΓΒ, ΒΔ. καὶ δι' ἴσου ἄρα ἐστίν, ὡς ἁ ΟΒ ποτὶ ΖΗ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς τριπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΔ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ΓΒ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς συγκειμένας ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΔ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΓΒ. ἀλλὰ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς τριπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΔ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ΓΒ ποτὶ μὲν τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΑΒ, ΒΔ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΓΒ λόγον ἔχει, ὃν τρία ποτὶ δύο, ποτὶ δὲ τὰ τρία πέμπτα τᾶς αὐτᾶς λόγον ἔχει, ὃν

---

2. *τε*] *τ* supra scripto *ε* F. 3. *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut semper in hac pagina. 12. *ΟΒ*] *ΑΒ* F; corr. ed. Basil. 16. *ΟΒ*] *ΕΒ* F; corr. ed. Basil. 22. *ἑξαπλασίας*] *εκτου* FVA; ϛ' uulgo. 23. *ΑΒΔ* F, uulgo, ut lin. 11, 13, 18, 20, 22; sic etiam lin. 8: *ΑΒΕ*; lin. 9: *ΔΒΓ*; lin. 15: *ΑΒΕ*; ibidem: *ΓΕΔ*. 24. *ποτί*] *πρ̊* F; corr. Torellius.

quare etiam

$$AE : \tfrac{3}{5} A\varDelta = 2(EB + BA) + 4(\varDelta B + B\Gamma)$$
$$: \tfrac{3}{5}(2(B\varDelta + BA) + 4 B\Gamma).$$

sed

$$AE : \tfrac{3}{5} A\varDelta = EB : ZH.^{1)}$$

quare etiam

$$EB : ZH = 2(AB + BE) + 4(\varDelta B + B\Gamma)$$
$$: \tfrac{3}{5}(2(AB + B\varDelta) + 4\Gamma B).$$

sed demonstratum est, esse

$$OB : EB = 3(AB + B\varDelta) + 6\Gamma B$$
$$: 2(AB + BE) + 4(\Gamma B + B\varDelta).$$

itaque etiam ex aequali [Eucl. V, 22] erit

$$OB : ZH = 3(AB + B\varDelta) + 6\Gamma B$$
$$: \tfrac{3}{5}(2(AB + B\varDelta) + 4\Gamma B).$$

sed

$$3(AB + B\varDelta) + 6\Gamma B : 2(AB + B\varDelta) + 4\Gamma B = 3 : 2^{2)},$$

et

$$3(AB + B\varDelta) + 6\Gamma B : \tfrac{3}{5}(2(AB + B\varDelta) + 4\Gamma B) = 5 : 2.$$

---

1) Quia ex hypothesi est $EB : AE = ZH : \tfrac{3}{5} A\varDelta$; tum ἐναλλάξ.

2) Eucl. VI, 16; nam

$$2 \times (3(AB + B\varDelta) + 6\Gamma B) = 6(AB + B\varDelta) + 12\Gamma B$$
$$= 3 \times (2(AB + B\varDelta) + 4\Gamma B).$$

quare

$$3(AB + B\varDelta) + 6\Gamma B : \tfrac{3}{5}(2(AB + B\varDelta) + 4\Gamma B)$$
$$= 3 : 2 \times \tfrac{3}{5} = 5 : 2.$$

πέντε ποτὶ δύο. ἐδείχθη δὲ καὶ ἁ ΑΟ ποτὶ ΗΘ λόγον ἔχουσα, ὃν πέντε ποτὶ δύο. καὶ ὅλα ἄρα ἁ ΒΑ ποτὶ ὅλαν τὰν ΖΘ λόγον ἔχει, ὃν πέντε ποτὶ δύο. εἰ δὲ τοῦτο, δύο πεμπταμόριά ἐντι ἁ ΖΘ τᾶς ΑΒ. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

ι΄.

Παντὸς τόμου ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀφαιρουμένου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς εὐθείας ἐστίν, ἅ διάμετρός ἐστι τοῦ τόμου, τόνδε τὸν τρόπον κείμενον· διαιρεθείσας τᾶς εὐθείας εἰς ἴσα πέντε ἐπὶ μέσου πεμπταμορίου, ὥστε τὸ τμᾶμα αὐτοῦ τὸ ἐγγύτερον τᾶς ἐλάσσονος βάσιος τοῦ τόμου ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶν βασίων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν συναμφοτέρᾳ τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βασίων καὶ τᾷ μείζονι ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τᾶν βασίων τοῦ τόμου, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέρᾳ τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς μείζονος καὶ τᾷ ἐλάσσονι αὐτᾶν.

ἔστωσαν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΔΕ. διάμετρος δὲ ἔστω τοῦ ΑΒΓ τμάματος ἁ ΒΖ. φανερὸν δή, ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμου διά-

---

1. *ποτί* (bis)] per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 2 bis, 3. *ΑΟ*] *Α* F; corr. B. 2. *ΒΑ*] *ΒΘ* F; corr. AB. 4. *πεμπτημορια* F; corr. Torellius. *ΑΒ*] *ΔΒ* F; corr. AB. *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*] $\overline{οι}$ FV; *ὅπερ ἔδει* uulgo; corr. Torellius. 9. *ἅ*] om. F. *τόν*] addidi; om. F, uulgo. 14. *ἡμίσους τᾶς μείζονος* et lin. 18: *ἡμίσους τᾶς ἐλάσσονος* ed. Basil., Torellius. 15. *των* per comp. F; corr. Torellius, ut lin. 16. *βασεων* F, uulgo, ut lin. 16, 18. 16. *τᾷ* (alt.)] *το* F, uulgo; *τῷ* BD; corr. Torellius. 19. *ἀμφοτέρᾳ*] scripsi; *αμφοτερας* F, uulgo; *ἀμ-*

sed demonstratum est etiam $AO : H\Theta = 5 : 2$ [p. 222, 5] [itaque $OB : ZH = AO : H\Theta = 5 : 2$]. quare etiam $BA : Z\Theta = 5 : 2$ [Eucl. V, 12]. itaque

$$Z\Theta = \tfrac{2}{5} AB;$$

quod erat demonstrandum.

X.

Cuiusuis frusti[1]) a sectione coni rectanguli ablati centrum grauitatis in ea linea, quae diametrus est frusti[2]), ita positum est: linea in quinque partes aequales diuisa in media quinta parte ita positum, ut pars eius minori basi propior ad reliquam partem eandem rationem habeat, quam magnitudo solida basim habens quadratum maioris basis frusti, altitudinem autem aequalem simul duplici basi minori et maiori basi ad magnitudinem solidam basim habentem quadratum basis minoris frusti, altitudinem autem lineam aequalem simul duplici basi maiori et minori earum.

in sectione coni rectanguli duae lineae [parallelae] sint $A\Gamma$, ΔE; et segmenti $AB\Gamma$ diametrus sit BZ. adparet igitur, etiam frusti $A\Delta E\Gamma$ diametrum esse ZH, quia lineae $A\Gamma$, ΔE parallelae sunt lineae in

1) Intellegitur pars parabolae duabus lineis parallelis abscisa, quasi trapezium quoddam, cuius duo latera parallela, duo partes parabolae sunt; cfr. I, 15.

2) H. e. linea, quae puncta media laterum parallelorum coniungit; u. Eutocius.

φοτέραις Torellius. 21. ἐν] om. F; corr. Torellius. τομαι F; corr. Torellius. 23. δή] Torellius cum Eutocio; δε F, uulgo. $A\Delta E\Gamma$ ad ἁ ZH p. 230 lin. 1 om. F, uulgo; ex Eutocio suppl. ed. Basil. (om. τόμου) et Torellius (HZ pro ZH).

μετρός ἐστιν ἁ ΖΗ, ἐπεὶ αἱ ΑΓ, ΔΕ παραλλήλοι ἐντὶ τᾷ κατὰ τὸ Β ἐφαπτομένᾳ τᾶς τομᾶς. καὶ τᾶς ΗΖ εὐθείας διαιρεθείσας εἰς πέντε ἴσα μέσον ἔστω πεμπταμόριον ἁ ΘΚ. ἁ δὲ ΘΙ ποτὶ τὰν ΙΚ τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον, ὃν ἔχει τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ΔΗ καὶ τᾷ ΑΖ ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν ἔχον τὸ ἀπὸ τᾶς ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ΑΖ καὶ τᾷ ΔΗ. δεικτέον, ὅτι τοῦ ΑΔΕΓ τόμου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Ι σαμεῖον.

ἔστω δὴ τᾷ μὲν ΖΒ ἴσα ἁ ΜΝ, τᾷ δὲ ΗΒ ἴσα ἁ ΝΟ, καὶ λελάφθω τᾶν μὲν ΜΝ, ΝΟ μέσα ἀνάλογον ἁ ΝΞ, τετάρτα δὲ ἀνάλογον ἁ ΤΝ. καὶ ὡς ἁ ΤΜ ποτὶ ΤΝ, οὕτως ἁ ΖΘ ποτί τινα ἀπὸ τοῦ Ι, ὅπου ἂν ἐρχήται τὸ ἕτερον σαμεῖον· οὐδὲν γὰρ διαφέρει, εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Ζ, Η εἴτε καὶ μεταξὺ τῶν Η, Β· τὰν ΙΡ. καὶ ἐπεὶ ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ διάμετρός ἐστι τοῦ τμάματος ἁ ΖΒ, ἁ ΒΖ ἤτοι ἀρχικά ἐστι τᾶς τομᾶς ἢ παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται, αἱ δὲ ΑΖ, ΔΗ εἰς αὐτὰν τεταγμένως ἐντὶ καταγμέναι, ἐπειδὴ παραλλήλοι ἐντὶ τᾷ ἐπὶ τοῦ Β τᾶς τομᾶς ἐφαπτομένᾳ.

1. *ἐπεὶ αἱ*] scripsi; om. F, uulgo; ed. Basil. et Torellius: *καὶ αἱ μέν.* 2. *ΗΖ*] *ΕΖ* FV. 4. *προς* per comp. F; corr. Torellius. 6. *τᾶς*] *της* F; corr. V(?). *ΑΖ*] *ΛΖ* F; corr. B. *τετραγωνων* (comp.) F; corr. Torellius. 7. *ΔΗ*] *ΖΗ* F; corr. AB. 10. *ΑΔΓ* FV. 12. *ΖΒ*] *ΖΕ* FV. 13. *ἁ ΝΟ*] *α ΝΘ* FV. *ειληφθω* F, uulgo. *ΜΝ, ΝΟ*] Torellius; *ΜΝΘ* F; *ΜΝΟ* uulgo. 14. *ΜΞ* F. *τεταρτη* F; corr. Torellius. *ἁ ΤΜ*] *ἡ ΤΜ* F, uulgo. 15. *ποτί*] *προς* per comp. F; corr. Torellius, ut semper posthac in hac prop. 16. *ἂν*] *εαν* F; corr. B. *ἕτερον*] *στερεον* F; corr. B. 18. *την* F; corr. Torellius, ut lin. 20. 19. *αρχηκη* F; *αρχικη* uulgo; *ἀρχή* ed. Basil.; *ἀρχά* Torellius. 20. *της τομης* (comp.) F; corr. To-

puncto B segmentum contingenti.[1]) et linea HZ in quinque partes aequales diuisa, media pars quinta sit ΘK. et sit

$$\Theta I : IK = AZ^2 \times (2\Delta H + AZ)$$
$$: \Delta H^2 \times (2AZ + \Delta H).^{2)}$$

demonstrandum, frusti $A\Delta E\Gamma$ centrum grauitatis esse punctum I.

sit igitur $MN = ZB$, $NO = HB$, et fiat

$$MN : N\Xi = N\Xi : NO$$

et $MN : NO = N\Xi : TN$ et $TM : TN = Z\Theta : IP$, sumpta a puncto I linea aliqua, quocunque alterum punctum cadit; nam nihil interest, utrum inter Z, H an inter H, B cadat. et quoniam in sectione coni rectanguli diametrus segmenti est ZB, aut axis est sectionis aut diametro parallela[3]); et lineae AZ, ΔH ordinate[4]) ad eam ductae sunt, quoniam lineae in B sectionem contingenti parallelae sunt. quare erit

1) Ex Eutocio adparet, Archimedem diserte addidisse, esse $\Delta H = HE$ et $AZ = Z\Gamma$; tum u. quadr. parab. 1, b. ceterum uerba ἐπεὶ αἱ lin. 1 ad τᾶς τομᾶς lin. 2 uix genuina sunt, nec ea habuisse uidetur Eutocius.

2) In ipsa propositione hanc proportionem significat:

$$A\Gamma^2 \times (2\Delta E + A\Gamma) : \Delta E^2 \times (2A\Gamma + \Delta E),$$

sed cum $A\Gamma = 2AZ$, $\Delta E = 2\Delta H$, erit

$$A\Gamma^2 \times (2\Delta E + A\Gamma) : \Delta E^2 \times (2A\Gamma + \Delta E)$$
$$= 4AZ^2 \times (4\Delta H + 2AZ) : 4\Delta H^2 \times (4AZ + 2\Delta H)$$
$$= AZ^2 \times (2\Delta H + AZ) : \Delta H^2 \times (2AZ + \Delta H).$$

3) U. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 14. ἀρχικά est axis siue, ut apud Archimedem uocatur, διαμετρὸς τᾶς τομᾶς; idem per διάμετρον lin. 20 significatur.

4) Cfr. Apollon. con. I def. 17.

rellius. ηκται F; corr. Torellius. 21. αὐτ cum comp. ην F; corr. Torellius. εἰσι per comp. F, uulgo. κατηγμεναι F, uulgo. 22. εἰσιν F, uulgo. ἐπί] scripsi; απο F, uulgo. εφαπτομεναι FV.

εἰ δὲ τοῦτο, ἔστιν ὡς ἁ *ΑΖ* ποτὶ *ΔΗ* δυνάμει, οὕτως ἁ *ΖΒ* ποτὶ *ΒΗ* μάκει, τουτέστιν ἁ *ΜΝ* ποτὶ *ΝΞ* δυνάμει. καὶ ὡς ἄρα ἁ *ΑΖ* ποτὶ *ΔΗ* δυνάμει, οὕτως ἁ *ΜΝ* ποτὶ *ΝΞ* δυνάμει. ὥστε καὶ μάκει ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. καὶ ὡς ἄρα ὁ ἀπὸ *ΑΖ* κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ *ΔΗ* κύβον, οὕτως ὁ ἀπὸ *ΜΝ* κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ *ΝΞ* κύβον. ἀλλ' ὡς μὲν ὁ ἀπὸ *ΑΖ* κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ *ΔΗ* κύβον, οὕτως τὸ *ΒΑΓ* τμᾶμα ποτὶ τὸ *ΔΒΕ* τμᾶμα, ὡς δὲ ὁ ἀπὸ *ΜΝ* κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ *ΝΞ* κύβον, οὕτως ἁ *ΜΝ* ποτὶ *ΝΤ*. ὥστε καὶ διελόντι ἐστὶν ὡς ὁ *ΑΔΓΕ* τόμος ποτὶ τὸ *ΔΒΕ* τμᾶμα, οὕτως ἁ *ΜΤ* ποτὶ *ΝΤ*, τουτέστι τὰ τρία πέμπτα τᾶς *ΗΖ* ποτὶ *ΙΡ*. καὶ ἐπεὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ *ΑΖ* τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς *ΔΗ* καὶ τᾶς *ΑΖ* ποτὶ τὸν ἀπὸ *ΑΖ* κύβον λόγον ἔχει, ὃν ἁ διπλασία τᾶς *ΔΗ* μετὰ τᾶς *ΑΖ* ποτὶ *ΖΑ*, ὥστε καί, ὃν ἁ διπλασία τᾶς *ΝΞ* μετὰ τᾶς *ΝΜ* ποτὶ *ΝΜ*, ἔστι δὲ καί, ὡς ὁ ἀπὸ *ΑΖ* κύβος ποτὶ τὸν ἀπὸ *ΔΗ* κύβον, οὕτως ἁ *ΜΝ* ποτὶ *ΝΤ*, ὡς δὲ ὁ ἀπὸ *ΔΗ* κύβος ποτὶ τὸ στερεὸν το βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ *ΔΗ* τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς *ΑΖ* μετὰ τᾶς *ΔΗ*, οὕτως ἁ *ΔΗ* ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς *ΑΖ* καὶ τᾶς *ΔΗ*, ὥστε καὶ ἁ *ΤΝ* ποτὶ

1. ἁ *ΑΖ*] η *ΑΖ* F; corr. Torellius. 4. Post *ΜΝ* addunt ed. Basil. et Torellius: ποτὶ *ΝΟ*. ὡς δὲ ἁ *ΜΝ* ποτὶ *ΝΟ* μάκει, οὕτως ἁ *ΜΝ* (πρός ed. Basil.). 11. τόμος] scripsi; τομευς F, uulgo. *ΔΒ* FV. 13. *ΙΡ*] *ΝΤ* F; corr. Torellius. 14. τῆς *ΑΖ* Eutocius. 17. ὅν] om. F; corr. Torellius. 19. *ΔΗ*] *ΔΝ* F. 21. την συγκειμενην (comp. ην) F; corr. Torellius, ut lin. 23; εὐθεῖαν addit Eutocius. 22. τᾶς διπλασίας τᾶς] της της FC; της uulgo; διπλασίας add. ed. Basil., Cr; τῆς corr. Torellius. μετά] καί Eutocius. 24. διπλασίας] om. F; corr. ed. Basil., Cr.

$$AZ^2 : \varDelta H^2 = ZB : BH$$ [1]),

h. e. $MN^2 : N\Xi^2$.[2]) itaque $AZ^2 : \varDelta H^2 = MN^2 : N\Xi^2$. quare etiam $AZ : \varDelta H = MN : N\Xi$. itaque etiam $AZ^3 : \varDelta H^3 = MN^3 : N\Xi^3$. sed

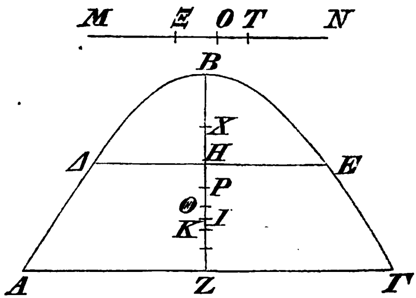
$$AZ^3 : \varDelta H^3 = BA\Gamma : \varDelta BE$$ [u. Eutocius],

et $MN^3 : N\Xi^3 = MN : NT$.[3]) quare etiam dirimendo [Eucl. V, 17]

$$A\varDelta\Gamma E : \varDelta BE = MT : NT = \tfrac{3}{5} HZ : IP.$$ [4])

et quoniam

$$AZ^2 \times (2\varDelta H + AZ) : AZ^3 = 2\varDelta H + AZ : AZ$$
$$= 2N\Xi + NM : NM$$ [5]),



et $AZ^3 : \varDelta H^3 = MN : NT$ [lin. 5 sq. et 9],

et $\varDelta H^3 : \varDelta H^2 \times (2AZ + \varDelta H) = \varDelta H : 2AZ + \varDelta H$
$$= TN : 2ON + TN$$ [6]),

---

1) Quadr. parab. 3; Apollon. con. I, 20. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 50 nr. 12.

2) Nam $MN : N\Xi = N\Xi : NO$; unde
$MN : NO = MN^2 : N\Xi^2$ (Eucl. V def. 10) $= ZB : BH$.

3) Quia $MN : NO = MN^2 : N\Xi^2 = N\Xi : TN$;
et $MN : N\Xi = MN : N\Xi$;
tum multiplicando.

4) Nam $MT : NT = Z\Theta : IP$ (ex hypothesi) et $Z\Theta = \tfrac{3}{5} HZ$.

5) Nam $AZ : \varDelta H = MN : N\Xi$; tum u. Quaest. Arch. p. 48.

6) Nam $AZ : \varDelta H = MN : N\Xi = NO : TN$ (ex hypothesi, ἐναλλάξ); tum u. Quaest. Arch. p. 48.

τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΟΝ καὶ τᾶς ΤΝ, γέγονεν οὖν τέσσαρα μεγέθεα, τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΔΗ καὶ τᾶς ΑΖ, καὶ ὁ ἀπὸ ΑΖ κύβος, καὶ ὁ ἀπὸ ΔΗ κύβος, καὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΖ καὶ τᾶς ΔΗ, τέτταρσι μεγέθεσιν ἀνάλογον σὺν δύο λαμβανομένοις τᾷ τε συγκειμένᾳ ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ΝΜ καὶ ἑτέρῳ μεγέθει τᾷ ΜΝ καὶ ἄλλῳ ἑξῆς τᾷ ΝΤ καὶ τελευταῖον τᾷ συγκειμένᾳ ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΟ καὶ τᾶς ΝΤ. δι' ἴσου ἄρα γενησέται, ὡς τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΔΗ καὶ τᾶς ΑΖ ποτὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ ἀπὸ ΔΗ τετράγωνον, ὕψος δὲ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΑΖ καὶ τᾶς ΔΗ, οὕτως ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ τᾶς ΜΝ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΟ καὶ τᾶς ΝΤ. ἀλλ' ὡς τὸ εἰρημένον στερεὸν ποτὶ τὸ εἰρημένον στερεόν, οὕτως ἁ ΘΙ ποτὶ ΙΚ. καὶ ὡς ἄρα ἁ ΘΙ ποτὶ ΙΚ, οὕτως ἁ συγκειμένα ποτὶ τὰν συγκειμέναν. ὥστε καὶ συνθέντι καὶ τῶν ἀγουμένων τὰ πενταπλάσια· ἔστιν ἄρα ὡς ἁ ΖΗ ποτὶ ΙΚ, οὕτως ἁ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΜΝ, ΝΤ καὶ δεκαπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΝΞ, ΝΟ ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ΟΝ καὶ τὰν ΝΤ. καὶ ὡς ἁ ΖΗ ποτὶ ΖΚ ἐοῦσαν αὐτᾶς δύο πέμπτα, οὕτως ἁ πενταπλασία

---

1. *την συγκειμενην* (*ην* per comp.) F; corr. Torellius, ut lin. 7, 14, 17. 2. *μεγεθη* F, uulgo. 4. *διπλασ* F in fine lineae, uulgo. 5. *καὶ ο ἀπὸ ΑΖ*] om. F; corr. ed. Basil.

ergo quattuor[1]) magnitudines sunt, magnitudo solida basim habens AZ^2, altitudinem autem $2\,\varDelta H + AZ$, AZ^3, $\varDelta H^3$, magnitudo solida basim habens $\varDelta H^2$, altitudinem autem $2\,AZ + \varDelta H$, proportionales cum quattuor magnitudinibus binis simul sumptis, $2\,N\Xi + NM$, MN, NT, $2\,NO + NT$.[2]) itaque ex aequali [Eucl. V, 22] erit

$$AZ^2 \times (2\,\varDelta H + AZ) : \varDelta H^2 \times (2\,AZ + \varDelta H) = 2\,N\Xi + MN : 2\,NO + NT.$$

sed

$$AZ^2 \times (2\,\varDelta H + AZ) : \varDelta H^2 \times (2\,AZ + \varDelta H) = \Theta I : IK.$$

quare etiam $2\,N\Xi + MN : 2\,NO + NT = \Theta I : IK$. quare etiam componendo [Eucl. V, 18] et antecedentibus quinquies sumptis:

$$ZH : IK = 5(MN + NT) + 10(N\Xi + NO) : 2\,ON + NT.^{3)}$$

1) Hinc paraphrasim dedit Eutocius, Archimedis uerbis sua admiscens; quare ex eo iam nihil ad Archimedis uerba emendanda petendum est.

2) H. e.
$$AZ^2 \times (2\,\varDelta H + AZ) : AZ^3 : \varDelta H^3 : \varDelta H^2 \times (2\,AZ + \varDelta H) = 2\,N\Xi + NM : MN : NT : 2\,NO + NT.$$

3) Nam $ZH = 5\,\Theta K$.

7. *της* F; corr. Torellius, ut hinc semper in hac propositione. *τᾶς* AZ] *και της* AZ F. 9. *τη τε συγκειμενη* F; corr. Torellius. 10. NM *καί*] NM *και τον* FA. *ετερου μεγεθεος* F; corr. Torellius. *τᾷ*] scripsi; *της* F, uulgo; *τᾶς* Torellius. 11. *ἄλλῳ*] scripsi; *αλλο* F, uulgo. *τᾷ*] (bis) *ἡ* F; corr. Torellius. $N\Gamma$ F. *συγκειμενη* F; corr. Torellius. 12. *διπλασίας*] $\beta' H$ F. 17. *τᾶς* AZ ad *τὰς διπλασίας* lin. 18 om. F; corr. ed. Basil., nisi quod *η* pro *α* praebet, quod corr. Torellius. 19. *την συγκειμενην* F; corr. Torellius; et omnino hinc nusquam in hac proportione *α* Doricum in codd. seruatum est, sed ubique *η* irrepsit. 25. *πενταπλασία*] scripsi; om. F, uulgo; *πενταπλῆ* ed. Basil., Torellius. 27. *τάν*] om. F; corr. AB. 28. *ουσαν* F, uulgo.

συναμφοτέρου τᾶς ΜΝ, ΝΤ καὶ δεκαπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΝΞ, ΝΟ ποτὶ τὰν διπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΜΝ, ΝΤ καὶ τετραπλασίαν συναμφοτέρου τᾶς ΝΞ, ΝΟ. ἐσσείται οὖν, ὡς ΖΗ ποτὶ ΖΙ, οὕτως ἁ πενταπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΜΝ, ΝΤ καὶ δεκαπλασία συναμφοτέρου τᾶς ΞΝ, ΝΟ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΜΝ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ΟΝ καὶ τριπλασίας τᾶς ΝΤ. ἐπεὶ οὖν τέσσαρες εὐθεῖαι ἑξῆς ἀνάλογον αἱ ΜΝ, ΝΞ, ΟΝ, ΝΤ, καί ἐστιν ὡς μὲν ἁ ΝΤ ποτὶ ΤΜ, οὕτως λελαμμένα τις ἁ ΡΙ ποτὶ τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΖΗ, τουτέστι τᾶς ΜΟ, ὡς δὲ ἁ συγκειμένα ἔκ τε τᾶς διπλασίας τᾶς ΝΜ καὶ τετραπλασίας τᾶς ΝΞ καὶ ἑξαπλασίας τᾶς ΝΟ καὶ τριπλασίας τᾶς ΝΤ ποτὶ τὰν συγκειμέναν ἔκ τε τᾶς πενταπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΜΝ, ΝΤ καὶ δεκαπλασίας συναμφοτέρου τᾶς ΞΝ, ΝΟ, οὕτως ἑτέρα τις λελαμμένα ἁ ΙΖ ποτὶ τὰν ΖΗ, τουτέστιν ποτὶ τὰν ΜΟ, ἐσσείται διὰ τὸ πρότερον ἁ ΡΖ δύο πέμπτα τᾶς ΜΝ, τουτέστι τᾶς ΖΒ. ὥστε κέντρον βάρεός ἐστι τοῦ ΑΒΓ τμάματος τὸ Ρ σαμεῖον. ἔστω δὴ καὶ τοῦ ΔΒΕ τμάματος κέντρον βάρεος τὶ Χ σαμεῖον. τοῦ ἄρα ΑΔΕΓ τόμου ἐσσείται τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ἐπ' εὐθείας τᾷ ΧΡ τὸν αὐτὸν ποτὶ αὐτὰν λόγον ἐχούσας, ὃν ἔχει ὁ τόμος ποτὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα. ἔστιν δὲ τὸ Ι σαμεῖον. ἐπεὶ γὰρ τᾶς μὲν ΖΒ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΒΡ, τᾶς δὲ ΗΒ

1. *δεκαπλασία*] ι FV; *δεκαπλῆ* uulgo. 2. *ΝΞ, ΝΟ*] scripsi; *ΝΞΟ* F, uulgo; *ΞΝΟ* Torellius; eadem omnia lin. 4. 3. *ΜΝΤ* F, uulgo, ut lin. 1, 5, p. 234, 25. 4. *εσται* per comp. F, uulgo. *ὡς ἁ?* 6. *ΞΝ, ΝΟ*] scripsi; *ΞΝC* F; *ΞΝΟ* uulgo. 9. *εἰσιν αἱ* Torellius cum Eutocio. 10. *ΜΝΞ, ΟΝΤ* F, uulgo. 11. *ειλημμενη* F, uulgo, ut lin. 17. 14. *ΝΟ*] *ΝΘ*]

et $ZH : ZK = 5(MN + NT) + 10(N\Xi + NO)$
$: 2(MN + NT) + 4(N\Xi + NO)$,
quia $ZK = \frac{2}{5} ZH$.[1]) quare etiam [ἀνάπαλιν, addendo, ἀνάπαλιν] erit

$$ZH : ZI = 5(MN + NT) + 10(\Xi N + NO) : 2MN + 4N\Xi + 6ON + 3NT.$$

iam quoniam quattuor lineae in continua proportione sunt, MN, $N\Xi$, ON, NT [ex hypothesi], et

$$NT : TM = PI : \tfrac{3}{5} ZH = PI : \tfrac{3}{5} MO^{2}),$$

et

$$2NM + 4N\Xi + 6NO + 3NT : 5(MN + NT) + 10(\Xi N + NO) = IZ : ZH = IZ : MO,$$

erit propter praecedens [prop. 9]

$$PZ = \tfrac{2}{5} MN = \tfrac{2}{5} ZB.$$

quare punctum P centrum grauitatis est segmenti $AB\Gamma$ [prop. 8]. sit autem segmenti ΔBE centrum grauitatis punctum X. quare frusti $A\Delta E\Gamma$ centrum grauitatis in linea XP producta positum erit, linea abscisa eandem rationem habenti ad XP, quam habet frustum ad reliquum segmentum [I, 8]. eiusmodi autem est punctum I. nam quoniam $BP = \frac{3}{5} ZB$ et

1) Et
$$5(MN + NT) + 10(N\Xi + NO) : 2(MN + NT) + 4(N\Xi + NO) = 5 : 2 \text{ (Eucl. VI, 16)}.$$

2) Nam $MO = MN \div NO = ZB \div HB = ZH$.

FV. 16. MNT F, uulgo. ΞNO F, uulgo. 18. εστ cum comp. αι F, uulgo. τό] F; τά uulgo. 20. βαρους F, uulgo, ut lin. 21, 23. 21. τμάματος] sic F, uulgo. 22. ἄρα] om. F; corr. Torellius. εσται per comp. F, uulgo. 23. τᾶ] scripsi; τας F, uulgo. 24. τόμος] scripsi; τομευς F, uulgo.

τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΒΧ, καὶ λοιπᾶς ἄρα τᾶς ΗΖ τρία πέμπτα ἐστὶν ἁ ΧΡ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν, ὡς μὲν ὁ ΑΔΕΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΜΤ ποτὶ ΝΤ, ὡς δὲ ἁ ΜΤ ποτὶ τὰν ΤΝ, οὕτως τὰ τρία πέμπτα τᾶς ΗΖ, ἅτις ἐστὶν ἁ ΧΡ, ποτὶ ΡΙ, ἐσσεῖται ἄρα καὶ ὡς ὁ ΑΔΕΓ τόμος ποτὶ τὸ ΔΒΕ τμᾶμα, οὕτως ἁ ΧΡ ποτὶ ΡΙ. καί ἐστι τοῦ μὲν ὅλου τμάματος κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ρ σαμεῖον, τοῦ δὲ ΔΒΕ κέντρον βάρεος τὸ Χ. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τοῦ ΑΔΕΓ τόμου κέντρον τοῦ βάρεος τὸ Ι σαμεῖον.

---

3. *τόμος*] scripsi; *τομευς* F, uulgo. 5. *ΗΖ*] *ΝΖ* FV. *εσται* per comp. F, uulgo. 6. *τόμος*] scripsi; *τομευς* F, uulgo. 7. *ΡΙ. καί* ad *κέντρον* lin. 8 om. F; suppl. ed. Basil., Torellius, nisi quod *μὲν τοῦ* praebent. 8. *βαρους* F, uulgo, ut lin. 9, 10. 10. *ΑΒΕΓ* FV. *τόμου*] scripsi; *τομεως* F, uulgo.

$B X = \frac{3}{5} H B$, erit igitur etiam $X P = \frac{3}{5} H Z$ [Eucl. I *κοιν. ἐνν.* 3]. iam quoniam est

$$A \varDelta E \varGamma : \varDelta B E = M T : N T \text{ [p. 232, 11]},$$

et $MT : TN = \frac{3}{5} HZ : PI = XP : PI$, erit igitur etiam $A \varDelta E \varGamma : \varDelta B E = XP : PI$. et totius segmenti centrum grauitatis est P, segmenti autem $\varDelta B E$ centrum grauitatis punctum X. adparet igitur, frusti $A \varDelta E \varGamma$ centrum grauitatis esse punctum I.[1])

1) I, 6—7 (Eutocius); poterat etiam ex I, 8 concludi; u. p. 207 not. 3.

ARENARIUS.

Ψαμμίτης.

1 I. *Οἰόνται τινές, βασιλεῦ Γέλων, τοῦ ψάμμου τὸν
ἀριθμὸν ἄπειρον εἶμεν τῷ πλήθει· λέγω δὲ οὐ μόνον
τοῦ περὶ Συρακούσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν
ὑπάρχοντος, ἀλλὰ καὶ τοῦ κατὰ πᾶσαν χώραν τάν τε
οἰκημέναν καὶ τὰν ἀοίκητον. ἐντί τινες δέ, οἵ αὐτὸν
ἄπειρον μὲν εἶμεν οὐχ ὑπολαμβάνοντι, μηδένα μέντοι
ταλικοῦτον κατωνομασμένον ὑπάρχειν, ὅστις ὑπερβάλ-
2 λει τὸ πλῆθος αὐτοῦ. οἱ δὲ οὕτως δοξαζόντες δῆλον
ὡς εἰ νοήσαιεν ἐκ τοῦ ψάμμου ταλικοῦτον ὄγκον συγ-
κείμενον τὰ μὲν ἄλλα, ἁλίκος ὁ τᾶς γᾶς ὄγκος, ἀνα-
πεπληρωμένων δὲ ἐν αὐτῷ τῶν τε πελαγέων πάντων
καὶ τῶν κοιλωμάτων τᾶς γᾶς εἰς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψη-
λοτάτοις τῶν ὀρέων, πολλαπλασίως μὴ γνωσόνται μη-
δένα κα ῥηθήμεν ἀριθμὸν ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐ-
3 τοῦ. ἐγὼ δὲ πειρασούμαι τοι δεικνύειν δι' ἀποδειξίων
γεωμετρικᾶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν ὑφ' ἁμῶν
κατωνομασμένων ἀριθμῶν καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς
ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένοις ὑπερβάλλοντί τινες οὐ*

---

2. *οιοντε* F. 3. *ἀριθμόν*] om. F; corr. manus 3, Wallis. 4. *τοῦ*] *τον* per comp. F; corr. ed. Basil. 6. *ἐντί*] *ἐν* F; corr. Riualtus; om. B; *εἰ* Wallis. *οἵ*] om. F; corr. Riualtus. 7. *μὲν εἶμεν*] *ηενιμεν* F; corr. Torellius. *υπολαμβανωντι* FC, ed. Basil. 9. *οὕτως*] per comp. F. 10. *νοεισαιεν* F. 11. *τὰ μὲν ἄλλα*] Gertzius; *ταμεν* F, uulgo; *εἶμεν* Wallis. *αλικαν* F, supra scripto *ι* uel comp. *ον* manu 1; corr. Wallis. *τᾶς*] *πας* F; corr. Wallis. *γᾶς*] *γαρ* F; corr. Wallis. 12.

Arenarius.

I. Sunt, qui existiment, rex Gelo, numerum arenae 1
infinitum esse magnitudine[1]); dico autem, non solum
eius, quae circa Syracusas et reliquam Siciliam est,
sed etiam quae in qualibet regione siue culta siue in-
culta. alii autem infinitum eum esse non arbitrantur,
nullum uero tantum nominatum esse, ut multitudinem
eius superet. quod qui putent adparet, si globum ex 2
arena collectum esse fingant, cetera quantus globus
terrae sit, expletis autem et maribus omnibus et cauis
terrae locis ad altitudinem aequantem montes altissi-
mos, multo minus eos intellecturos esse, nominari
posse numerum multitudinem eius superantem. ego 3
uero tibi demonstrare conabor demonstrationibus geo-
metricis, quas cogitatione adsequi poteris, numerorum
a nobis nominatorum et in libro, quem ad Zeuxippum
misimus, propositorum quosdam superare non modo

1) Hoc tritum prouerbium erat Graecis; Pindarus Ol. II, 98; Paroemiogr. Gr. p. 11, 167, 250 ed. Gaisford.

δέ] Gertzius; om. F, uulgo. 13. *εἰς*] addidi; om. F, uulgo. *υψηλωτατοις* FV. 14. *ωρεων* FC. *μὴ γνωσόνται*] scripsi; *μηγουσιντε* (*ιν* per comp.) F, uulgo. *μηδένα κα ῥηθήμεν ἀριθμόν*] scripsi; *μηδεν ακαρη εμμεναι* F, uulgo. 16. *τοι*] *του* (comp.) F; corr. Hultschius, Gertzius. *αποδειξεων* F, uulgo. 18. *κατονομασμενων* F; corr. VAB. *ενδεδομεν* cum comp. *ον* FC; *ἐκδεδομένων* Wallis. 19. *υπερβαλλωντι* F.

μόνον τὸν ἀριθμὸν τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ γᾷ πεπληρωμένᾳ, καθάπερ εἴπαμες, ἀλλὰ καὶ
4 τὸν τοῦ μέγεθος ἴσον ἔχοντος τῷ κόσμῳ. κατέχεις δέ, διότι καλεῖται κόσμος ὑπὸ μὲν τῶν πλείστων ἀστρολόγων ἁ σφαῖρα, ἇς ἐστι κέντρον μὲν τὸ τᾶς γᾶς κέντρον, ἁ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσα τᾷ εὐθείᾳ τᾷ μεταξὺ τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς. ταῦτα γάρ ἐντι τὰ γραφόμενα, ὡς παρὰ τῶν ἀστρολόγων διάκουσας. Ἀρίσταρχος δὲ ὁ Σάμιος ὑποθεσίων τινων ἐξέδωκεν γραφάς, ἐν αἷς ἐκ τῶν ὑποκειμένων συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶμεν τοῦ νῦν
5 εἰρημένου. ὑποτιθέται γὰρ τὰ μὲν ἀπλανέα τῶν ἄστρων καὶ τὸν ἅλιον μένειν ἀκίνητον, τὰν δὲ γᾶν περιφερέσθαι περὶ τὸν ἅλιον κατὰ κύκλου περιφέρειαν, ὅς ἐστιν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος, τὰν δὲ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἁλίῳ κειμέναν τῷ μεγέθει ταλικαύταν εἶμεν, ὥστε τὸν κύκλον, καθ᾽ ὃν τὰν γᾶν ὑποτιθέται περιφερέσθαι, τοιαύταν ἔχειν ἀναλογίαν ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἀποστασίαν, οἵαν ἔχει τὸ κέντρον τᾶς σφαίρας ποτὶ
6 τὰν ἐπιφάνειαν. τοῦτο γ᾽ εὔδηλον ὡς ἀδύνατόν ἐστιν. ἐπεὶ γὰρ τὸ τᾶς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν οὐδένα ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν τᾶς σφαίρας ὑπολαπτέον αὐτό. ἐκδεκτέον δὲ τὸν Ἀρίσταρχον διανοεῖσθαι τόδε· ἐπειδὴ τὰν γᾶν ὑπολαμβάνομες ὥσπερ εἶμεν τὸ κέντρον τοῦ κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ τὸν ὑφ᾽ ἁμῶν εἰρημένον κόσμον,

---

2. ειπαμεν F, uulgo. 3. μεγεθους F; corr. B. 6. ἁ] η F; corr. V. ἐκ] om. F; corr. Wallis. ἴσα] om. F, lacuna relicta; corr. Wallis. αι ευθειαι F; corr. Riualtus. 8. ἐντι τὰ γραφόμενα, ὡς] scripsi; εν ταις γραφομεναις F,

numerum arenae magnitudinem habentis aequalem ter-
rae ita expletae, uti diximus, sed etiam numerum arenae
magnitudinem habentis mundo aequalem. nouisti autem, 4
mundum a plerisque astrologis uocari sphaeram, cuius
centrum sit centrum terrae, radius autem aequalis lineae
inter centra solis et terrae positae. haec enim uulgo
scribuntur, ut ex astrologis cognouisti. Aristarchus uero
Samius libros quosdam edidit, qui hypotheses inscri-
buntur, in quibus ex iis, quae supponuntur, adparet,
mundum multiplicem esse, quam supra diximus. sup- 5
ponit enim, stellas fixas solemque immobilia manere,
terram uero circum solem in medio cursu positum
secundum circuli ambitum circumuolui, sphaeram au-
tem stellarum fixarum circum idem centrum positam,
circum quod sol positus sit, tantam esse, ut circulus,
secundum quem terram circumuolui supponit, eam
rationem habeat ad distantiam stellarum fixarum, quam
habeat centrum sphaerae ad superficiem. hoc certe 6
fieri non posse manifestum est. nam quoniam cen-
trum sphaerae nullam magnitudinem habet, ne ratio-
nem quidem ullam ad superficiem sphaerae habere
putandum est. sed credendum est, Aristarchum hoc
sentire: quoniam supponimus, terram quasi centrum
mundi esse, sphaeram, in qua est circulus, secundum

---

uulgo. 9. διάκουσας] scripsi; διακρουσας F, uulgo. δέ] addidi; om. F, uulgo. 10. γραφάς] scripsi; γραψας F, uulgo. 13. μεν cum comp. ην uel ιν F. ακιτον F. 16. απλανων F, uulgo, ut lin. 12: απλανεα. 17. ὥστε] εστω F; corr. ed. Basil.; ὡς Gertzius. 18. ὂν] αν F; corr. ed. Basil. 20. της F; corr. Wallis. 21. γ'] δ' ed. Basil., Wallis, Torellius. 22. τό] τα F; corr. B. 23. εχ cum comp. ην uel ιν F. 24. αυτ cum comp. ου F; corr. B. 25. ὑπολαμβανομεν F, uulgo. 26. ὥσπερ εἴμεν] scripsi; ὡς περι μεν F, uulgo.

τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον τὰν σφαῖραν, ἐν ᾇ ἐστιν ὁ
κύκλος, καθ' ὃν τὰν γᾶν ὑποτιθέται περιφερέσθαι,
7 ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν. τὰς γὰρ
ἀποδειξίας τῶν φαινομένων οὕτως ὑποκειμένῳ ἐναρ-
μόζει, καὶ μάλιστα φαινέται τὸ μέγεθος τᾶς σφαίρας,
ἐν ᾇ ποιεῖται τὰν γᾶν κινουμέναν, ἴσον ὑποτιθέσθαι
τῷ ὑφ' ἁμῶν εἰρημένῳ κόσμῳ. φαμὲς δή, καὶ εἰ γέ-
νοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος,
ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται τὰν τῶν ἀπλανέων
ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, καὶ οὕτως τινὰς δειχθήσειν
τῶν ἐν Ἀρχαῖς τὰν κατονομαξίαν ἐχόντων ὑπερβαλ-
λόντας τῷ πλήθει τὸν ἀριθμὸν τὸν τοῦ ψάμμου τοῦ
μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημένᾳ σφαίρᾳ, ὑποκειμέ-
8 νων τῶνδε· πρῶτον μὲν τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς εἶμεν
ὡς τ' μυριάδων σταδίων καὶ μὴ μείζονα, καίπερ τι-
νῶν πεπειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς καὶ τὺ παρ-
ακολουθεῖς, ἐοῦσαν αὐτὰν ὡς λ' μυριάδων σταδίων.
ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος καὶ θεὶς τὸ μέγεθος τᾶς γᾶς
ὡς δεκαπλάσιον τοῦ ὑπὸ τῶν προτέρων δεδοξασμένου
τὰν περίμετρον αὐτᾶς ὑποτιθέμαι εἶμεν ὡς τ' μυριά-
δων σταδίων καὶ μὴ μείζονα. μετὰ δὲ τοῦτο τὰν διά-

1. ᾇ] η F; corr. Wallis. 2. ὃν] ου F; corr. ed. Basil. 3. *απλαν* cum comp. *ων* F; corr. Wallis. *γάρ*] cum C et Torellio; om. F, uulgo. 4. *ὑποκειμένῳ*] Gertzius; *υποκειμεν* cum comp. *ον* F, uulgo; *ὑποκειμένων* BD, Wallis, Torellius; tum scribendum erat *ὡς τούτων* pro *οὕτως*. 5. *μεγαθος* F. 6. *υποτιθεται* F; corr. Riualtus. 7. *φαμεν* F, uulgo. 10. *φαιραν* F. *δειχθήσειν*] Ahrens; *δειχθεισ* cum comp. *ην* uel *ιν* F, uulgo; *δειχθήσεσθαι* Torellius. 11. *τὰν κατονομαξίαν*] scripsi; *των κατονομαξιων* F, uulgo; *τῶν κατονομασίαν* Wallis, Torellius. 12. *ἀριθμόν*] comp. F. 13. *μεγεθους* F; corr. B. *εχοντο* FC. *τη ειρηνενη* F; corr. Wallis. 15. *μοιριαδων* F; corr. BC, ut lin. 17. *μή*] om. F; corr. Wallis. *μείζονα*] scripsi; *μειζων* F, uulgo; *μειζω* V, alii, ut lin. 21. *και περι* F; corr.

quem terram circumuolui supponit, ad sphaeram stellarum fixarum eam habere rationem, quam habeat terra ad mundum, qui uulgo uocatur.[1]) nam demon- 7
strationes phaenomenorum eiusmodi suppositioni adcommodat, et maxime magnitudinem sphaerae, in qua terram moueri fingit, aequalem mundo, qui uulgo uocatur, supponere uidetur. dicimus igitur, etiamsi ex arena tanta sphaera colligatur, quantam Aristarchus sphaeram stellarum fixarum esse supponat, sic quoque demonstrari posse, quosdam eorum numerorum, qui in Principiis nominati sint, magnitudine superare numerum arenae magnitudinem habentis tali sphaerae aequalem, his suppositis:

1. primum perimetrum terrae 3000000 stadia longam 8
esse nec maiorem; quamquam quidam[2]), ut tu quoque nouisti, demonstrare conati sunt, eam 300000 stadia longam esse. ego uero [hunc numerum] excedens et magnitudinem terrae magnitudini a prioribus propositae decies fere sumptae aequalem esse supponens perimetrum eius 3000000 fere stadia longam nec maiorem esse suppono.

---

1) Potius sententia Aristarchi haec fuisse uidetur, distantiam stellarum tantam esse, ut circulus, in quo terra moueatur, cum ea comparatus puncti locum obtineat; cfr. Arist. de distant. 2; Ptolemaeus *συντ.* II, 5 p. 74. Cfr. Quaest. Arch. p. 202; Nizze p. 210—11.

2) Significatur Eratosthenes; Bernhardy Eratosth. p. 57; Quaest. Archim. p. 202.

Wallis. *τινῶν*] scripsi; *των* F, uulgo. 16. *τύ*] Riualtus; *τοι* F, uulgo. 18. *καὶ θείς*] scripsi; *καθεις* F, uulgo. 19. *δεκαπλασι* cum comp. *ων* F; corr. Wallis. *δεδοξασμενων* F; corr. ed. Basil. 20. *μυριάδων*] $\overset{\upsilon}{M}$ F; corr. Wallis.

μετρον τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς
σελήνας, καὶ τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μείζονα εἶμεν
τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, ὁμοίως τὰ αὐτὰ λαμβάνων τοῖς
9 πλείστοις τῶν προτέρων ἀστρολόγων. μετὰ δὲ ταῦτα
τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας
ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν καὶ μὴ μείζονα, καίπερ
τῶν προτέρων ἀστρολόγων Εὐδόξου μὲν ὡς ἐννεα-
πλασίονα ἀποφαινομένου, Φειδία δὲ τοῦ Ἀκούπατρος
ὡς [δή] δωδεκαπλασίαν, Ἀριστάρχου δὲ πεπειραμένου
δεικνύειν, ὅτι ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου τᾶς δια-
μέτρου τᾶς σελήνας μείζων μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλασίων,
ἐλάττων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑπερβαλλόμενος
καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ προκείμενον ἀναμφιλόγως ᾖ δε-
δειγμένον, ὑποτιθέμαι τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου τᾶς
διαμέτρου τᾶς σελήνας ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν καὶ
10 μὴ μείζονα. ποτὶ δὲ τούτοις τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου
μείζονα εἶμεν τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν
μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ.
τοῦτο δὲ ὑποτιθέμαι Ἀριστάρχου μὲν εὑρηκότος τοῦ
κύκλου τῶν ζῳδίων τὸν ἅλιον φαινόμενον ὡς τὸ εἰκο-
στὸν καὶ ἑπτακοσιοστόν, αὐτὸς δὲ ἐπισκεψάμενος τόνδε
τὸν τρόπον ἐπειράθην ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν,
εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ
11 τᾷ ὄψει. τὸ μὲν οὖν ἀκριβὲς λαβεῖν οὐκ εὐχερές ἐστι
διὰ τὸ μήτε τὰν ὄψιν μήτε τὰς χεῖρας μήτε τὰ ὄργανα,

1. εκειμεν F; corr. B. 2. σελάνας B. 6. Ευδοξος, Φειδιας mg. F. και περι F, corr. Wallis. 7. ἐννεαπλασιον F; corr. Wallis. 8. Ἀκούπατρος] „latet nomen patriam Phidiae significans“ Maduigius. 9. δή] delet Wallis. 10. τοῦ] addidi; om. F, uulgo. 13. προκείμενον] Gertzius; υποκειμενον F, uulgo. ἀναμφιλόγως] scripsi; αναμφιλογον F, uulgo. 14. τοῦ ἁλίου τᾶς διαμέτρου] om. F; corr. Wallis. 15. σε-

2. deinde diametrum terrae maiorem esse diametro lunae, et diametrum solis maiorem diametro terrae, rursus eadem sumens, quae plerique astrologorum priorum.

3. deinde diametrum solis aequalem esse diametro 9
lunae tricies sumptae nec maiorem; quamquam ex astrologis prioribus Eudoxus eam diametro lunae nouies sumptae aequalem esse declarat, Phidias autem duodecies sumptae, Aristarchus autem demonstrare conatus est, diametrum solis maiorem esse diametro lunae duodeuicies sumpta, minorem uero eadem uicies sumpta [Aristarchus de distant. prop. 9]. ego uero eum quoque excedens, ut propositum pro certo sit demonstratum, suppono, diametrum solis aequalem esse lunae diametro tricies fere sumptae nec maiorem.

4. praeterea autem diametrum solis maiorem esse 10
latere figurae mille laterum circulo maximo mundi inscriptae. hoc uero suppono, cum Aristarchus inuenerit, solem partem septingentesimam fere circuli zodiaci esse adparere, ipse autem hoc modo scrutatus per instrumenta eum angulum deprehendere conatus sum, cui sol aptatur uerticem in oculo habenti.
uerum quidem ipsum deprehendere difficile est, quia 11
neque uisus neque manus neque instrumenta, quibus

λάνας B. 16. μειζον F; corr. B. 19. εὑρηκότος] scripsi; ειρηκοτος F, uulgo. 20. τόν] των per comp. F; corr. B. 23. εἰς ἂν] scripsi cum Wallisio (ἐς ἂν); ὡς ὰν F, uulgo. εχουσα F; corr. BC. 24. οὖν] scripsi; ομοι cum comp. ον F. ἀκριβές] scripsi; ακριβει F, uulgo. λαβ cum comp. ην uel ιν F, ut p. 250 lin. 1, 3, 5, 7.

δι᾽ ὧν δεῖ λαβεῖν, ἀξιόπιστα εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀπο-
11 *φαίνεσθαι. περὶ δὲ τούτων ἐπὶ τοῦ παρόντος οὐκ*
εὔκαιρον μακύνειν ἄλλως τε καὶ πλεονάκις τοιούτων
ἐμπεφανισμένων. ἀποχρῆ δέ μοι ἐς τὰν ἀπόδειξιν τοῦ
προκειμένου γωνίαν λαβεῖν, ἅτις ἐστὶν οὐ μείζων τᾶς
γωνίας, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχου-
σαν ποτὶ τᾷ ὄψει, καὶ πάλιν ἄλλαν γωνίαν λαβεῖν,
ἅτις ἐστὶν οὐκ ἐλάττων τᾶς γωνίας, εἰς ἂν ὁ ἅλιος
12 *ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. τε-*
θέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπὶ πόδα ὀρθὸν ἐν τόπῳ
κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν ἀνατέλλειν ὁ ἅλιος ὁράσθαι,
καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνευθέντος καὶ τεθέντος ἐπὶ
τὸν κανόνα ὀρθοῦ εὐθέως μετὰ τὰν ἀνατολὰν τοῦ
ἁλίου, ἔπειτ᾽ ἐόντος αὐτοῦ ποτὶ τῷ ὁρίζοντι καὶ δυ-
ναμένου [τοῦ] ἀντιβλεπέσθαι ἐπεστράφη ὁ κανὼν εἰς
τὸν ἅλιον, καὶ ἁ ὄψις κατεστάθη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ
κανόνος. ὁ δὲ κύλινδρος ἐν μέσῳ κείμενος τοῦ τε
ἁλίου καὶ τᾶς ὄψιος ἐπεσκότει τῷ ἁλίῳ. ἀποχωριζό-
μενος οὖν [τοῦ κυλίνδρου] ἀπὸ τᾶς ὄψιος, ἐν ᾇ ἄρξατο
παραφαίνεσθαι τοῦ ἁλίου μικρὸν ἐφ᾽ ἑκάτερα τοῦ
13 *κυλίνδρου, κατεστάθη ὁ κύλινδρος. εἰ μὲν οὖν συν-*
έβαινεν τὰν ὄψιν ἀφ᾽ ἑνὸς σαμείου βλέπειν, εὐθειᾶν
ἀχθεισᾶν ἀπ᾽ ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις
κατεστάθη, ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου ἁ περιεχο-
μένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάσσων κα ἧς τᾶς
γωνίας, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχου-

---

1. *δεῖ*] scripsi; *δια* F, uulgo; om. ed. Basil., Riualtus, Wallis, Torellius. *ἀξιόπιστα*] scripsi, monente Hultschio; *αξιοπιστας* F, uulgo. 5. *ἐστὶν οὐ*] scripsi; *εστι* F, uulgo; *ἔστι μή* Wallis, Torellius. 6. *εἰς*] *αις* F, uulgo; *ἐς* B, Riualtus, Wallis, Torellius. 7. *τᾷ*] om. F; corr. Wallis. 8. *εἰς*] *ἂς* F; corr. B (*ἐς*). 9. *εναρμοζη* F; corr. B, ut lin. 6.

utendum est, satis certa sunt ad uerum inuenien-
dum. de his uero rebus hoc tempore nihil adtinet 11
pluribus disputare, praesertim cum talia saepius illu-
strata sint. sed mihi ad demonstrationem propositi
satis est angulum deprehendere non maiorem angulo,
cui sol aptatur uerticem in oculo habenti, et rursus
alium angulum deprehendere non minorem angulo,
cui sol aptatur uerticem in oculo habenti. itaque 12
longa regula in pede perpendiculari posita, qui in eius-
modi loco collocatus erat, unde sol oriens conspici pos-
set, et cylindro paruo tornato et in regula posito per-
pendiculari statim post ortum solis, cum sol prope hori-
zontem esset, et oculi ex aduerso eum intueri possent,
regula aduersus solem conuersa est, et oculus in extrema
regula positus est; cylindrus autem in medio solis et oculi
positus soli officiebat. cylindrus igitur, qui ab oculo sen-
sim remouebatur, ubi paululum solis in utraque parte
cylindri adparere coepit, inhibitus est. iam si oculus 13
re uera ab uno puncto prospectaret, lineis ab extrema
regula, quo loco oculus positus erat, cylindrum con-
tingentibus ductis angulus lineis ita ductis comprehensus
minor esset angulo, cui sol aptatur uerticem in oculo

τᾶ] τηα F; corr. C. 10. κόδα] Gertzius; πεδον F, uulgo. 11. ανατελλ cum comp. ων F. 14. ιοντος F; corr. Wallis. δυναμεν cum comp. ον F; corr. B. 15. τοῦ] om. Wallis; αὐτοῦ B. 16. ἁ ὄψις] αψις F; corr. Riualtus. 18. αποχωριζομεν cum comp. ος F; ἀποχωριζομένου B, editores. ego malui τοῦ κυλίνδρου delere. 19. οὖν] addidi; om. F, uulgo.

ᾇ ἐνάρξατο Gertzius; ἐν ᾧ? 20. μικρ cum comp. ον F; corr. Wallis. 21. οὖν] scripsi; ομοι cum comp. ως F, uulgo.

24. επιψανουσα F; corr. Riualtus. 25. ἧς] scripsi; εισ F, uulgo; εἴη Wallis. 26. εἰς] αις F; corr. B (ἐς). εναρμοζη F; corr. BC. τάν] τα F; corr. BC. εχουσας F; corr. ed. Basil.

σαν ποτὶ τᾷ ὄψει, διὰ τὸ περιβλεπέσθαι τι τοῦ ἁλίου
ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου. ἐπεὶ δ' αἱ ὀψίες οὐκ ἀφ'
ἑνὸς σαμείου βλέποντι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθεος,
ἐλάφθη τι μέγεθος στρογγύλον οὐκ ἔλαττον ὄψιος,
καὶ τεθέντος τοῦ μεγέθεος ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος,
ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἐπι-
ψαυουσᾶν τοῦ τε μεγέθεος καὶ τοῦ κυλίνδρου ἁ οὖν
περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν ἐλάττων ἧς τᾶς
γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχου-
14 σαν ποτὶ τᾷ ὄψει. τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον τᾶς
ὄψιος τόνδε τὸν τρόπον εὑρίσκεται· δύο κυλίνδρια
λαμβανέται λεπτὰ ἰσοπαχέα ἀλλάλοις, τὸ μὲν λευκόν,
τὸ δὲ οὔ, καὶ προτιθένται πρὸ τᾶς ὄψιος, τὸ μὲν λευ-
κὸν ἀφεστακὸς ἀπ' αὐτᾶς, τὸ δὲ οὐ λευκὸν ὡς ἔστιν
ἐγγυτάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ θιγγάνειν τοῦ προσ-
ώπου. εἰ μὲν οὖν κα τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπτό-
τερα ἔωντι τᾶς ὄψιος, περιλαμβανέται ὑπὸ τᾶς ὄψιος
τὸ ἐγγὺς κυλίνδριον, καὶ ὁρῆται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λευκόν,
εἰ μέν κα παρὰ πολὺ λεπτότερα ἔωντι, πᾶν, εἰ δέ κα
μὴ παρὰ πολύ, μέρεά τινα τοῦ λευκοῦ ὁρῶνται ἐφ'
15 ἑκάτερα τοῦ ἐγγὺς τᾶς ὄψιος. λαφθέντων δὲ τῶνδε
τῶν κυλινδρίων ἐπιταδείων πως τῷ πάχει ἐπισκοτεῖ
τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ καὶ οὐ πλείονι τόπῳ. τὸ
δὴ ταλικοῦτον μέγεθος, ἁλίκον ἐστὶ τὸ πάχος τῶν
κυλινδρίων τῶν τοῦτο ποιούντων μάλιστά πώς ἐστιν
οὐκ ἔλαττον τᾶς ὄψιος. ἁ δὲ γωνία ἁ οὐκ ἐλάττων
τᾶς γωνίας, εἰς ἃν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν

---

1. παραβλεπέσθαι Gertzius. 2. αφανη σημειον F; corr. Wallis. 4. ὄψιος] οψις F; corr. Wallis; ἢ ὄψις A, Riualtus; ἢ ἁ ὄψις Gertzius. 5. τούτου τοῦ Gertzius. 6. αχθεισια ευθεια F; corr. Wallis. επιψαυουσα F; corr. Wallis. 9 εἰς] αις F; corr. B (ἐς). εναρμοζη F; corr. BD. εχουσας F; corr. Nizzius. 12. τὸ

habenti, quia ex utraque parte cylindri pars solis con-
spiciebatur. sed quoniam oculi ab uno puncto non
prospectant, sed a magnitudine quadam, magnitudinem
quandam rotundam oculo non minorem sumpsi, et
magnitudine in extrema regula posita, quo loco ocu-
lus positus erat, lineis et magnitudinem et cylindrum
contingentibus ductis, angulus lineis ita ductis com-
prehensus minor erat angulo, cui sol aptatur uerticem
in oculo habenti. magnitudo autem oculo non minor 14
hoc modo inuenitur. sumuntur duo cylindri tenues
eadem crassitudine, alter albus, alter uero non, et
ante oculum ponuntur, ita ut albus ab eo aliquantum
absit, qui autem albus non est, oculo quam proximus
sit, ita ut etiam contingat faciem. si igitur cylindri,
quos sumpsimus, oculo tenuiores sunt, cylindrus pro-
pior ab oculo comprehenditur, et albus ab eo conspi-
citur, si multo tenuiores sunt, totus, si minus, partes
quaedam albi ex utraque parte cylindri oculo propioris
conspiciuntur. his autem cylindris crassitudine aptis 15
sumptis alter alteri officit, nec maiori spatio. eius-
modi igitur magnitudo, qualis est crassitudo cylindro-
rum sic se habentium, haud dubie oculo minor non
est. angulus uero non minor angulo, cui sol aptatur

μέν] *τα μεν* F; corr. BC. 13. *πρό*] *προς* per comp. F; corr. B. 14. *ὡς*] *ος* F; corr. C; *ὅσον* Nizzius. 15. *θιγγαν* cum comp. *ην* uel *ιν* F. 16. *κα*] addidi; om. F, uulgo. *λεπτοτατα* F; corr. Wallis. 19. *μέν*] *κο* F; corr. Wallis. *λεπτοτεραν* F; corr. Wallis. *εοντι* F; corr. Wallis. 21. *τοῦ ἐγγύς*] *τας* (comp.) *εγγυς* F; corr. B. 22. *κυλινδρων* F; corr. Wallis, ut lin. 25. *επειταδιῶν* F; corr. Wallis. *ἐπισκοτεῖ*] F; retinui cum Gertzio mutata interpunctione; *ἐπισκοτεῖν* C, Wallis, Torellius. 26. *ἁ οὐκ*] scripsi; *ἁ* om. F, uulgo. 27. *εἰς*] *αις* F; corr. B (*ἐς*).

ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη. ἀποσταθέντος ἐπὶ τοῦ κανονίου τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τᾶς ὄψιος οὕτως ὡς ἐπισκοτεῖν τὸν κύλινδρον ὅλῳ τῷ ἁλίῳ καὶ ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεστάθη, ἐπιψαυουσᾶν τοῦ κυλίνδρου, ἁ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ἀχθεισᾶν εὐθειᾶν οὐκ ἐλάττων γινέται τᾶς γωνίας, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει
16 *τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. ταῖς δὴ γωνίαις ταῖς οὕτως λαφθείσαις καταμετρηθείσας ὀρθᾶς γωνίας ἐγένετο ἁ ἐν τῷ στίγῳ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ' ἐλάττων ἢ ἓν μέρος τούτων, ἁ δὲ ἐλάττων διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ' μείζων ἢ ἓν μέρος τούτων. δῆλον οὖν, ὅτι καὶ ἁ γωνία, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει, ἐλάττων μέν ἐστιν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς ρξδ' τούτων ἓν μέρος, μείζων δὲ ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ' τούτων*
17 *ἓν μέρος. πεπιστευμένων δὲ τούτων δειχθησέται καὶ ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ. νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον ἐκβεβλημένον διά τε τοῦ κέντρου τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κέντρου τᾶς γᾶς καὶ διὰ τᾶς ὄψιος, μικρὸν ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα ἐόντος τοῦ ἁλίου. τεμνέτω δὲ τὸ ἐκβληθὲν ἐπίπεδον τὸν μὲν κόσμον κατὰ τὸν ΑΒΓ κύκλον, τὰν δὲ γᾶν κατὰ τὸν ΔΕΖ, τὸν δὲ ἅλιον κατὰ τὸν ΣΗ*

---

2. *ἐπί*] *απο* F; corr. D. 3. *ὡς*] *ὥστ'* Wallis, Torellius. *επικρωτειν* F; corr. ed. Basil. 5. *επιψαυουσ* cum comp. *ων* F; corr. Wallis. 7. *εἰς*] *αις* F; corr. B (*ἐς*). *εναρμοζη* F; corr. B. 10. *τῷ*] addidi; om. F, uulgo; *ἁ μὲν μείζων* Wallis, Nizzius. 11. *διαιρεθεισα των ορθων* (*ων* per comp. bis) F; corr. ed. Basil. 13. *εἰς*] *ας* F; corr. B (*ἐς*). *ηλιος* F; corr. C. *εναρμοζη* F; corr. AB. 15. *τᾶς ὀρθᾶς*] om. F; corr. AB. *εἰς*] *ες* F; corr. ABC. *ἓν μέρος*] om. F; corr.

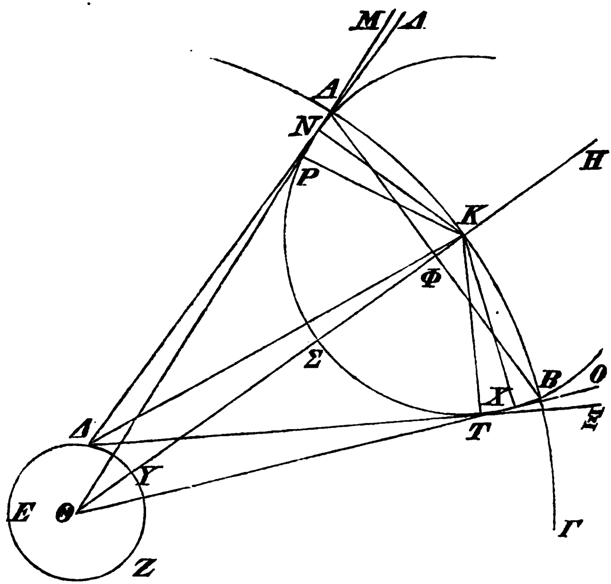
uerticem in oculo habenti, hoc modo sumptus est. cylindro in regula ita ab oculo remoto, ut soli toti officiat, et lineis ab extrema regula, quo loco oculus positus erat, cylindrum contingentibus ductis, angulus lineis ita ductis comprehensus non minor est angulo,
cui sol aptatur uerticem in oculo habenti. itaque 16
cum angulis ita deprehensis angulum rectum metirer, angulus ad punctum positus[1]) minor erat una parte, recto angulo in partes 164 diuiso, minor uero angulus maior una parte, recto angulo in partes 200 diuiso. adparet igitur, etiam angulum, cui sol aptatur uerticem in oculo habenti, minorem esse una parte, angulo recto in partes 164 diuiso, maiorem uero una
parte, recto angulo in partes 200 diuiso. his autem 17
confirmatis demonstrabimus, diametrum solis maiorem esse latere figurae mille laterum circulo maximo mundi inscriptae. fingatur enim planum per centra solis et terrae et per oculum positum, cum sol paullo supra horizontem est. et planum ita positum mundum in circulo $AB\Gamma$ secet, terram autem in circulo ΔEZ, solem autem in circulo ΣH. et terrae centrum sit Θ,

1) H. e. angulus, cuius uertex est punctum illud in extrema regula positum (lin. 4), cum uertex anguli minoris (lin. 11) extra regulum cadat propter cylindros illos, in eo inueniendo usurpatos. Quaest. Arch. p. 204.

---

ed. Basil. Deinde in F VCD repetuntur uerba: ἁ δὲ ἐλάττων lin. 11 — ἓν μέρος lin. 15, ita ut plerique errores corrigantur (hab. τᾶς ὀρθᾶς lin. 15; ἓν μέρος lin. 15; ἅλιος lin. 13; pro εἰς ἂν lin. 13: α ισαν; pro ες lin. 15: εις): 17. δειχθησέται] scripsi; δι' ων F, uulgo; δείκνυται Wallis, Torellius. 18. χιλιαγωνιον F; corr. B. 20. τῶν] τασ F; corr. Wallis. 21. τοῦ ἁλίου καὶ τοῦ κέντρου] addidi; om. F, uulgo; post γᾶς lin. 22 in B additur: καὶ τοῦ ἁλίου, et sic Wallis et Torellius. 23. ἐκβληθέν] scripsi cum Wallisio; εκβεβληθεν F, uulgo.

κύκλον. κέντρον δὲ ἔστω τᾶς μὲν γᾶς τὸ Θ, τοῦ δὲ ἁλίου τὸ Κ, ὄψις δὲ ἔστω τὸ Δ. καὶ ἄχθωσαν εὐθεῖαι ἐπιψαυούσαι τοῦ ΣΗ κύκλου, ἀπὸ μὲν τοῦ Δ αἱ ΔΛ, ΔΞ· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Ν καὶ τὸ Τ· ἀπὸ δὲ τοῦ Θ αἱ ΘΜ, ΘΟ· ἐπιψαυόντων δὲ κατὰ τὸ Χ καὶ τὸ Ρ. τὸν δὲ ΑΒΓ κύκλον τεμνόντων αἱ ΘΜ, ΘΟ
18 κατὰ τὸ Α καὶ τὸ Β. ἔστι δὴ μείζων ἁ ΘΚ τᾶς ΔΚ, ἐπεὶ ὑποκείται ὁ ἅλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶμεν· ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων ἐστὶ



τᾶς γωνίας τᾶς περιεχομένας ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ. ἁ δὲ περιεχομένα γωνία ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ μείζων μέν ἐστιν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, ἐλάττων δὲ ἢ τᾶς ὀρθᾶς

3. Δ] om. F; corr. AB. 4. επιψαυωντων F, ut lin. 5.

solis autem K, oculus autem sit Δ. et ducantur lineae circulum ΣH contingentes, a puncto Δ lineae $\Delta\Lambda$, $\Delta\Xi$, quae in punctis N, T contingant, a Θ autem puncto ΘM, ΘO, quae in punctis X, P contingant. et lineae ΘM, ΘO circulum $AB\Gamma$ in punctis A, B secent. iam est $\Theta K > \Delta K$, quia suppositum est, so- 18
lem super horizontem esse.[1]) quare angulus lineis $\Delta\Lambda$, $\Delta\Xi$ comprehensus maior est angulo lineis ΘM, ΘO comprehensus.[2]) sed angulus comprehensus lineis $\Delta\Lambda$, $\Delta\Xi$ maior est quam pars ducentesima anguli recti, minor autem una parte angulo recto in partes

1) Itaque $\angle \Theta\Delta K$ obtusus est (si enim sol in horizonte esset, rectus esset, quia horizon inuenitur linea in puncto Δ ad $\Delta\Theta$ perpendiculari erecta).

2) H. e. $\angle \Lambda\Delta\Xi > M\Theta O$ ex Euclid. opt. 24.

5. X et P permutat Torellius. 6. ΘM] ΘH F; corr. ed. Basil. 7. ΘK] OK F; corr. ed. Basil. 9. τᾶν] των per comp. F; corr. Wallis. 10. των per comp. F; corr. BC. ΘN F; corr. ed. Basil. 11. των per comp. F; corr. Wallis. Figuram om. F lacuna relicta.

διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τούτων ἓν μέρος. ἴσα γάρ ἐστι τᾷ γωνίᾳ, εἰς ἂν ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ τᾷ ὄψει. ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττων ἐστὶν ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς ρξδ' τούτων ἓν μέρος, ἁ δὲ ΑΒ εὐθεῖα ἐλάττων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διαιρεθείσας
19 τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας ἐς χνϛ'. ἁ δὲ τοῦ εἰρημένου πολυγωνίου περίμετρος ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ΑΒΓ κύκλου ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ μδ' ποτὶ τὰ ζ', διὰ τὸ παντὸς πολυγωνίου ἐγγεγραμμένου ἐν κύκλῳ τὰν περίμετρον ποτὶ τὰν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάττονα λόγον ἔχειν, ἢ τὰ μδ' ποτὶ τὰ ζ'. ἐπιστάσαι γὰρ δεδειγμένον ὑφ' ἁμῶν, ὅτι παντὸς κύκλου ἁ περιφέρεια μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασίων τᾶς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει. ταύτας δὲ ἐλάττων ἐστὶν ἁ περίμετρος τοῦ ἐγγραφέντος πολυγωνίου. ἐλάττονα οὖν λόγον ἔχει ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΘΚ, ἢ τὰ ια' ποτὶ τὰ ͵αρμη'. ὥστε ἐλάττων ἐστὶν ἁ ΒΑ τᾶς ΘΚ ἢ ἑκα-
20 τοστὸν μέρος. τᾷ δὲ ΒΑ ἴσα ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου, διότι καὶ ἁ ἡμίσεια αὐτᾶς ἁ ΦΑ ἴσα ἐστὶ τᾷ ΚΡ. ἰσᾶν γὰρ ἐουσᾶν τᾶν ΘΚ, ΘΑ ἀπὸ τῶν περάτων καθέτοι ἐπεξευγμέναι ἐντὶ ὑπὸ τὰν αὐτὰν γωνίαν. δῆλον οὖν, ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ ΣΗ κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. καὶ ἁ ΕΘΥ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τᾶς διαμέτρου τοῦ ΣΗ κύκλου, ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ ΔΕΖ κύκλος τοῦ ΣΗ κύκλου. ἐλαττόνες ἄρα ἐντὶ ἀμφοτέραι αἱ ΘΥ, ΚΣ

---

1. ἴσα γάρ] ισον (comp.) γωνιαι F; corr. Wallis. 2. εἰς] αις F; corr. B (ἐς). 7. ΑΒΝ F; corr. AC. 9. τοῦ ΑΒΓ κύκλου ad ἐκ τοῦ κέντρου lin. 11 repetuntur in F; τοῦ ΑΒΓ κύκλου expunxit manus 1, ut uidetur. 12. εχει F; corr. B. 15. ταύτας] scripsi; τας F, uulgo; om. Riualtus, Torellius; ὥστε

164 diuiso. nam aequalis est angulo, cui sol aptatur uerticem in oculo habenti. quare angulus lineis ΘM, ΘO comprehensus minor est una parte recto angulo in partes 164 diuiso, et linea AB minor est linea sub unam partem subtendenti, ambitu circuli $AB\Gamma$ in partes 656 diuiso. sed perimetrus polygoni illius ad radium circuli $AB\Gamma$ minorem rationem habet, quam 44:7, quia perimetrus cuiusuis polygoni circulo inscripti ad radium minorem rationem habet, quam 44 : 7. nouisti enim a nobis demonstratum esse, cuiusuis circuli ambitum maiorem esse quam triplo maiorem diametro spatio minore, quam est septima pars [diametri] [κύκλ. μέτρ. 3]. eo autem minor est perimetrus polygoni inscripti [περὶ σφ. καὶ κυλ. I p. 10, 23]. quare $BA : \Theta K < 11 : 1148$. itaque $BA < \frac{1}{100} \Theta K$. sed lineae BA aequalis est diametrus circuli ΣH, quia

$$\Phi A = \tfrac{1}{2} BA = KP;$$

nam cum est $\Theta K = \Theta A$, ab terminis earum perpendiculares ductae sunt [lineae ΦA, KP], ita ut sub eundem angulum subtendant.[1]) adparet igitur, diametrum circuli ΣH minorem esse quam $\frac{1}{100} \Theta K$. et diametrus $E\Theta T$ minor est diametro circuli ΣH, quoniam circulus ΔEZ minor est circulo ΣH [hypoth. 2]. itaque

1) H. e. $\Delta\, \Theta A \Phi \cong \Theta KP$; Eucl. I, 26.

Wallis. ἐλάττων ἐστίν ad πολυγωνίου lin. 16 addidi; om. F, uulgo. 16. ελαττω relicta lacuna quinque litterarum F; corr. Riualtus. 17. ά] η α F; corr. B. 20. ΣH] EH F; corr. ed. Basil. 21. ΘA] scripsi; τα ΘA F, uulgo. 22. περάτων KA Gertzius. ἐπεζευγμέναι ἐντί] scripsi; επιζευγνυμεναι F, uulgo. 23. ΣH] $AB\Gamma$ F; corr. B manu 2. 25. διάμετρος] γωνια F; corr. Riualtus, B mg. ΣH] ABH F; corr. B manu 2. 26. ΣH] EH F; corr. B.

ἢ ἑκατοστὸν μέρος τᾶς ΘΚ. ὥστε ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν
ΤΣ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ′ ποτὶ τὰ ϙθ′. καὶ
ἐπεὶ ἁ μὲν ΘΚ μείζων ἐστὶ τᾶς ΘΡ, ἁ δὲ ΣΤ ἐλάτ-
των τᾶς ΔΤ, ἐλάττω ἄρα καὶ λόγον ἔχει ἁ ΘΡ ποτὶ
21 τὰν ΔΤ, ἢ τὰ ρ′ ποτὶ τὰ ϙθ′. ἐπεὶ δὲ τῶν ΘΚΡ,
ΔΚΤ ὀρθογωνίων ἐόντων αἱ μὲν ΚΡ, ΚΤ πλευραὶ
ἴσαι ἐντί, αἱ δὲ ΘΡ, ΔΤ ἀνίσοι, καὶ μείζων ἁ ΘΡ,
ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΤ, ΔΚ ποτὶ τὰν
γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΡ, ΘΚ μείζονα
μὲν ἔχει λόγον, ἢ ἁ ΘΚ ποτὶ τὰν ΔΚ, ἐλάττω δέ, ἢ
ἁ ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ. εἰ γάρ κα δυῶν τριγώνων ὀρθο-
γωνίων αἱ μὲν ἁτέραι πλευραὶ αἱ περὶ τὰν ὀρθὰν γω-
νίαν ἴσαι ἔωντι, αἱ δὲ ἁτέραι ἀνίσοι, ἁ μείζων γωνία
τᾶν ποτὶ ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς ποτὶ τὰν ἐλάττονα
μείζονα μὲν ἔχει λόγον, ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν ὑπὸ
τὰν ὀρθὰν γωνίαν ὑποτεινουσᾶν ποτὶ τὰν ἐλάττονα,
ἐλάττονα δέ, ἢ ἁ μείζων γραμμὰ τᾶν περὶ τὰν ὀρθὰν
22 γωνίαν ποτὶ τὰν ἐλάττονα. ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχο-
μένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ, ΔΞ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περι-
εχομέναν ὑπὸ τᾶν ΘΟ, ΘΜ ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ ἁ
ΘΡ ποτὶ τὰν ΔΤ, ἅτις ἐλάττω λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ′
ποτὶ τὰ ϙθ′. ὥστε καὶ ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ
τᾶν ΔΛ, ΔΞ ποτὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομέναν ὑπὸ
τᾶν ΘΜ, ΘΟ ἐλάττω λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ′ ποτὶ τὰ ϙθ′.
καὶ ἐπεί ἐστιν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΔΛ,
ΔΞ μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς, εἴη κα ἁ

---

1. τᾶς] του per comp. F; corr. Riualtus (τῆς). 3. ΘΚ μείζων] scripsi; ΘΚV ελαττων F, uulgo; ΘΚ οὐκ ἐλάττων Wallis, Torelius (οὐκ iam A). 4. εχοι FB. 5. τάν] τα F; corr. BC. ἐπεί] επι F; corr. Wallis. δέ] addidi; om. F, uulgo. 6. ΔΚΤ τριγώνων ed. Basil., cett.; probat Gertzius. 7. ΘΡ, ἁ] $\overline{ΟΡΑ}$ F; corr. Wallis. 8. γωνία ἁ] ἁ addidi; om.

$$\Theta\Upsilon + K\Sigma < \tfrac{1}{100}\Theta K.$$

quare $\Theta K : \Upsilon\Sigma < 100 : 99$. et quoniam $\Theta K > \Theta P$ et $\Sigma\Upsilon < \Delta\Upsilon$[1]), erit igitur etiam $\Theta P : \Delta T < 100 : 99$. et 21
quoniam in triangulis rectangulis ΘKP, ΔKT latera KP, KT aequalia sunt, latera autem ΘP, ΔT inaequalia, et $\Theta P > \Delta T$[2]), angulus lineis ΔT, ΔK comprehensus ad angulum lineis ΘP, ΘK comprehensum maiorem rationem habet, quam $\Theta K : \Delta K$, minorem autem, quam $\Theta P : \Delta T$. nam si in duobus triangulis rectangulis duo laterum rectum angulum comprehendentium aequalia sunt, duo inaequalia, maior angulorum ad latera inaequalia positorum ad minorem maiorem rationem habet, quam maior linea earum, quae sub angulum rectum subtendunt, ad minorem, minorem autem quam maior linearum angulum rectum comprehendentium ad minorem.[3]) quare 22
$\angle A\Delta\Xi : O\Theta M < \Theta P : \Delta T$; sed $\Theta P : \Delta T < 100 : 99$. quare etiam erit $\angle A\Delta\Xi : O\Theta M < 100 : 99$. et quoniam est $\angle A\Delta\Xi > \tfrac{1}{200}R$, erit etiam

$$\angle O\Theta M > \tfrac{99}{20000}R.$$

---

1) Quia $\Sigma\Upsilon$ omnium linearum duo puncta circulorum ΔEZ, ΣH iungentium minima est; Nizze p. 214 not. β.

2) Quia $\Theta K > \Delta K$; nam crura anguli lineis contingentibus comprehensi eo maiora sunt, quo longius uertex anguli a centro circuli abest.

3) Demonstrationem huius propositionis geometricam dedit Commandinus fol. 62 (Quaest. Arch. p. 204—5), trigonometricam Nizze p. 214 not. γ.

F, uulgo. τᾶν] των per comp. F; corr. VD. 9. τᾶν] των per comp. F; corr. Wallis, ut lin. 19, 20, 25, p. 262, 1. 15. τᾶν] τα F; corr. B. 16. υποτεινουσα F; corr. Wallis. ποτί] om. F; corr. B. 20. ΘΟ] Θυ F; corr. Wallis. 23. τᾶν] των per comp. F; corr. VAD, ut lin. 24. περιεχομενα F. 26. εἴη κα] ἤ εικα F; corr. B; ἐσσεῖται Wallis, Torellius.

γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τᾶν ΘΜ, ΘΟ μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας ἐς δισμύρια τούτων ϙθʹ μέρεα. ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σʹ καὶ γʹ τούτων ἓν μέρος. ἁ ἄρα ΒΑ μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας ἓν τμᾶμα διῃρημένας τᾶς τοῦ ΑΒΓ κύκλου περιφερείας εἰς ωιβʹ. τᾷ δὲ ΑΒ ἴσα ἐντὶ ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος. δῆλον οὖν, ὅτι μείζων ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς.

1 II. Τούτων δὲ ὑποκειμένων δεικνύται καὶ τάδε· ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων, καὶ ἔτι ὅτι ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρʹ. ἐπεὶ γὰρ ὑποκεῖται τὰν διάμετρον τοῦ ἁλίου μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακονταπλασίονα τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, τὰν δὲ διάμετρον τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελήνας, δῆλον, ὡς ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. πάλιν δὲ ἐπεὶ ἐδείχθη ἁ διάμετρος τοῦ ἁλίου μείζων ἐοῦσα τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ, φανερόν, ὅτι ἁ τοῦ χιλιαγώνου περίμετρος τοῦ εἰρημένου ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ ἁλίου. ἁ δὲ διάμετρος τοῦ ἁλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακονταπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς.
ὥστε ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ
2 τρισμυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. ἐπεὶ οὖν
ἁ περίμετρος τοῦ χιλιαγώνου τᾶς μὲν διαμέτρου τᾶς

1. ἁ] om. F. 2. μερος F; corr. Wallis. 4. ἁ ἄρα ΒΑ] scripsi; αρα α ΒΑ F, uulgo. 6. εἰς] αις F; corr. B (ἐς). τᾷ] ταν F; corr. BVAD. 10. ὅτι] scripsi; οιον F, uulgo. 11. ὅτι] addidi; om. F, uulgo. 12. μυριακ cum comp. ης F. 14. μείζονα] μειζ cum comp. ων F; corr. B. τριακονταπλασι

quare $\angle O\Theta M > \frac{1}{203} R$.[1]) quare linea BA maior est linea sub unam partem subtendenti, ambitu circuli $AB\Gamma$ in partes 812 diuiso. sed lineae AB aequalis est diametrus solis.[2]) adparet igitur[3]), diametrum solis maiorem esse latere figurae mille laterum.

II. His autem suppositis haec quoque demonstrari 1
possunt: diametrum mundi minorem esse diametro terrae decies millies sumpta, et praeterea, diametrum mundi minus quam 10000000000 stadia longam esse. nam quoniam suppositum est, diametrum solis non maiorem esse quam diametrum lunae tricies sumptam [hypoth. 3], et diametrum terrae maiorem esse diametro lunae [hypoth. 2], adparet, diametrum solis minorem esse quam diametrum terrae tricies sumptam. rursus autem quoniam demonstratum est, diametrum solis maiorem esse latere figurae mille laterum circulo maximo mundi inscriptae, manifestum est, perimetrum figurae illius mille laterum minorem esse diametro solis millies sumpta. diametrus autem solis minor est quam diametrus terrae tricies sumpta. quare perimetrus figurae mille laterum minor est diametro terrae tricies
millies sumpta. iam quoniam perimetrus figurae mille 2
laterum minor est diametro terrae tricies millies

1) Nam $99 > \frac{1}{203} \times 20000$.
2) H. e. diametrus circuli ΣH; u. p. 258, 19.
3) Quia latera polygonorum inscriptorum, quo plura, eo minora sunt; itaque latus figurae 812 laterum, quod minus est linea AB, maius est latere figurae mille laterum.

cum comp. ων F; corr. B. F, ed. Basil., ut lin. 16. corr. B. 15. σελήνας] ελιν cum comp. ας μείζονα] μειζ cum comp. ων F;

γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων, τᾶς δὲ διαμέτρου τοῦ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δεδείκται γάρ τοι, διότι παντὸς κύκλου ἁ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος παντὸς πολυγωνίου τᾶς περιμέτρου, ὅ κα ᾖ ἰσόπλευρον καὶ πολυγωνότερον τοῦ ἑξαγώνου ἐγγεγραμμένον ἐν τῷ κύκλῳ· εἴη κα ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς. ἁ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δεδείκται. ὅτι δὲ ἐλάττων ἐστὶν ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ΄, ἐκ τούτου

3 δῆλον. ἐπεὶ γὰρ ὑποκεῖται τὰν περίμετρον τᾶς γᾶς μὴ μείζονα εἶμεν ἢ τριακοσίας μυριάδας σταδίων, ἁ δὲ περίμετρος τᾶς γᾶς μείζων ἐστὶν ἢ τριπλασία τᾶς διαμέτρου διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὰν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρου, δῆλον, ὡς ἁ διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ΄ μυριάδες. ἐπεὶ οὖν ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, δῆλον, ὡς ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων

4 μυριάκις μυριάδες ρ΄. περὶ μὲν οὖν τῶν μεγεθέων καὶ τῶν ἀποστημάτων ταῦτα ὑποτιθέμαι, περὶ δὲ τοῦ ψάμμου τάδε· εἴ κα ᾖ τι συγκείμενον μέγεθος ἐκ τοῦ ψάμμου μὴ μεῖζον μάκωνος, τὸν ἀριθμὸν αὐτοῦ μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων, καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάττονα εἶμεν ἢ τετρωκοστομόριον δακτύλου. ὑπο-

---

5. ὅ κα] ὁ και F; corr. Wallis. ᾖ] addidi; om. F, uulgo. ἰσόπλευρον] scripsi; εισ ο ε̄θ πλευραν (αν per comp.) εον F, uulgo; ἰσόπλευρον ἐόν Wallis, Torellius. πολυγωνότερον] scripsi; πολυγωνου οτι (per comp.) F, uulgo; πολυγωνιώτερον Wallis, Torellius. 6. εγγεγραμμενου F; corr. Wallis. ἐν τῷ κύκλῳ] scripsi; μεν του κυκλου F, uulgo; μὲν τῷ κύκλῳ

sumpta, maior autem quam triplo maior diametro mundi (nam demonstratum est, cuiusuis circuli diametrum minorem esse tertia parte perimetri cuiusuis polygoni circulo inscripti, quod aequilaterum sit et plus quam sex latera habeat)[1]), diametrus mundi minor erit diametro terrae decies millies sumpta. itaque demonstratum est, diametrum mundi minorem esse diametro terrae decies millies sumpta. diametrum autem mundi minus quam stadia 10000000000 longam esse, inde adparet. nam quoniam suppositum est, peri- 3
metrum terrae non plus quam 3000000 stadia longam esse [hypoth. 4], et perimetrus terrae maior est quam triplo maior diametro, quia cuiusuis circuli ambitus maior est quam triplo maior diametro [*κύκλ. μετρ.* 3], adparet, diametrum terrae minus quam 1000000 stadia longam esse. iam quoniam diametrus mundi minor est diametro terrae decies millies sumpta, adparet, diametrum mundi minus quam 10000000000 stadia longam esse. de magnitudinibus igitur et distantiis haec sup- 4
pono, de arena autem haecce: si ex arena magnitudo colligatur non maior semine papaueris, numerum arenae non maiorem esse quam 10000, et diametrum seminis papaueris non minorem esse quadragesima parte

1) Nam perimetrus hexagoni triplo maior est diametro (Eucl. IV, 5 *πόρισμ.*), et quo plura sunt latera, eo maiores sunt perimetri.

Wallis, Torellius. 9. *τᾶς γᾶς* ad *διάμετρος* lin. 10 suppleui; om. F, uulgo. 12. *τάν*] *τον* per comp. FD, ed. Basil. 13. *ἁ*] *εστιν* (comp.) *ἁ* F; corr. Wallis. 14. *ἤ*] om. F; corr. AB. 16. *τριπλασι* cum comp. *ων* F; corr. B. 21. *μυριακ* cum comp. *ης* F. *μὲν οὖν τῶν*] addidi; om. F, uulgo. 24. *μεῖζον*] *μειζ* cum comp. *ων* F; corr. B. 26. *τετρωκοστομόριον*] Ahrens cum V manu 2; *τετρωκοντομοριον* F, uulgo.

τιθέμαι δὲ τοῦτο ἐπισκεψάμενος τόνδε τὸν τρόπον· ἐτέθεν ἐπὶ κανόνα λεῖον μακώνες ἐπ' εὐθείας ἐπὶ μίαν κειμέναι ἁπτομέναι ἀλλαλᾶν, καὶ ἀνελάβον αἱ κε' μακώνες πλέονα τόπον δακτυλιαίου μάκεος. ἐλάττονα οὖν τιθεὶς τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος ὑποτιθέμαι ὡς τετρωκοστομόριον εἶμεν δακτύλου καὶ μὴ ἐλάττονα, βουλόμενος καὶ διὰ τούτων ἀναμφιλογώτατα δεικνύσθαι τὸ προκείμενον.

1 III. Ἃ μὲν οὖν ὑποτιθέμαι, ταῦτα. χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθήμεν, ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ περιτετευχότες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανώνται διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ
2 βιβλίῳ προειρημένον. συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὸ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα, καὶ ὑπὲρ τὸ τῶν μυρίων [μὲν] ἀποχρεόντως ἐγγιγνώσκομες μυριάδων ἀριθμὸν λεγόντες ἔστε ποτὶ τὰς μυρίας μυριάδας. ἔστων οὖν ἁμῖν οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ ἐς τὰς μυρίας μυριάδας πρῶτοι καλουμένοι. τῶν δὲ πρώτων ἀριθμῶν αἱ μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω δευτέρων ἀριθμῶν, καὶ ἀριθμείσθων τῶν δευτέρων μονάδες καὶ ἐκ τᾶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας. πάλιν δὲ καὶ αἱ μυρίαι μυρι-

---

3. *αλλαλων* F; corr. C. 4. *δακτυλι αἱ* F. *οὖν*] addidi; om. F, uulgo. 7. *ἀναμφιλογώτατα*] scripsi; *αναμφιλογωτατον* F; uulgo. 10. *αριθμ* cum comp. *ον* F. 11. *περιτετευχότες*] *περιτευατ' ἐς* F; corr. Nizze. 12. *τῷ*] *το* F; corr. Wallis. 14. *προειρημινων* F; corr. Riualtus. 15. *τό*] *τα* F; corr. Wallis. *μέν*] corruptum? 16. *τό*] addidi; om. F, uulgo. *μέν*] deleo. *ὑπὲρ τῶν μειζόνων ἀποχρεόντως* Gertzius. 17. *ἐγγιγνώσκομες*] scripsi; *εγιγνωσκομεν* F, uulgo; *γιγνώσκομες* Gertzius. *ἔστε ποτί*] scripsi; *ες τοις ποτι* F, uulgo; *ἐς* Wal-

digiti. hoc autem suppono re hoc modo examinata: in regula laeui semina papaueris in eadem linea recta posita sunt, ita ut inter se tangerent, et uiginti quinque semina spatium maius longitudine digitali expleuerunt. diametrum igitur seminis papaueris minorem ponens eam quadragesimam fere partem digiti nec minorem esse suppono, propositum etiam, quod ad hanc rem pertinet, quam certissime demonstrari cupiens.[1])

III. Haec sunt igitur, quae suppono. utile autem 1
esse existimo, denominationem numerorum exponi, ut
ceterorum quoque qui in librum ad Zeuxippum missum non inciderunt, ne haereant, quod nihil de ea hoc
in libro dictum sit. accidit igitur, ut nomina numerorum 2
ad 10000 nobis tradita sint, et super 10000 satis ea intellegimus myriades numerantes usque ad 100000000. hi igitur numeri usque ad 100000000 primi uocentur. sed decem millia myriadum primorum numerorum unitas uocetur secundorum numerorum, et numerentur secundorum numerorum unitates et ex unitatibus decades et hecatontades et chiliades et myriades ad decem millia myriadum. rursus autem etiam decem

1) Cfr. Kästner: Gesch. d. Mathem. II p. 746.

lis, Torellius. 18. *μυρίας*] om. F; corr. Wallis. *ἔστων*] Wallis; *εστω* F, uulgo. 19. *τα μυριαν μυριαδ* cum comp. *ων* F; corr. Wallis. 21. *ἀριθμῶν*] om. F; corr. Wallis. *ἀριθμείσθων*] scripsi; *αριθμων* F, uulgo. 22. *δευτέρων ἀριθμῶν* Wallis, Torellius. *ἐκ τᾶν*] scripsi; *ἑκατον* F, uulgo; *αἱ ἀπὸ τῶν* B, *ἀπὸ τᾶν* Wallis, Torellius. 23. *ἐς τάς*] *εσται* F; corr. Wallis. 24. *μυρι* (cum comp. *ων*) *μυριαδων* F; corr. Wallis.

άδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τρίτων ἀριθμῶν, καὶ ἀριθμείσθων τῶν τρίτων ἀριθμῶν μονάδες καὶ ἀπὸ τᾶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἐς τὰς μυρίας μυριάδας.
3 *τὸν αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ τῶν τρίτων ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ τῶν τετάρτων ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν, καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἐχόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. ἀποχρέοντι μὲν οὖν καὶ ἐπὶ τοσοῦτον οἱ ἀριθμοὶ γιγνωσκομένοι. ἔξεστι*
4 *δὲ καὶ ἐπὶ πλέον προάγειν. ἔστων γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτας περιόδου καλουμένοι, ὁ δὲ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς πρώτας περιόδου μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ αἱ μυρίαι μυριάδες τᾶς δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τᾶς δευτέρας περιόδου δευτέρων ἀριθμῶν. ὁμοίως δὲ καὶ τούτων ὁ ἔσχατος μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου τρίτων ἀριθμῶν, καὶ ἀεὶ οὕτως οἱ ἀριθμοὶ προαγόντες τὰ ὀνόματα ἐχόντων τᾶς δευτέρας περιόδου ἐς τὰς μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. πάλιν δὲ καὶ ὁ ἔσχατος ἀριθμὸς τᾶς δευτέρας περιόδου μονὰς καλείσθω τρίτας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν, καὶ ἀεὶ οὕτως προαγόντων ἐς τὰς μυριακισμυριοστᾶς περιόδου μυριακισμυριοστῶν*

---

2. *ἀριθμείσθων*] scripsi; *αριθμεισθω* F, uulgo; *ἀριθμείσθωσαν* Wallis, Torellius. 3. *και αι απο* F, uulgo; *αἱ* deleui. 4. *ἐς τάς*] *εσται* F; corr. Wallis. *μυριαν μυριαδες* F; corr. Wallis. 6. *ἀριθμῶν*] ςς͡ F, ut infra saepius. 9. *εχοντες* F; corr. Wallis. *ἐς τάς*] *εσται* F; corr. Wallis. 10. *μυριαι μυριαδες* F; corr. Wallis. *αποχρεωντι* F; corr. VB. 11. *ἐπὶ τοσοῦτον*] scripsi; *απο τοσουντ* cum comp. *ων* F; *ἀπὸ το-*

millia myriadum secundorum numerorum unitas uo-
cetur tertiorum numerorum, et numerentur tertiorum
numerorum unitates et ab unitatibus decades et
hecatontades et chiliades et myriades ad decem
millia myriadum. et eodem modo etiam tertiorum 3
numerorum decem millia myriadum unitas uocetur
quartorum numerorum, et quartorum numerorum de-
cem millia myriadum unitas uocetur quintorum nu-
merorum, et semper hoc modo procedentes numeri
nominentur usque ad decem millia myriadum nume-
rorum centies millies millesimorum. et satis quidem
est, numeros hunc ad finem cognosci. sed licet etiam 4
ultra progredi. nam numeri, quos adhuc commemo-
rauimus, primae periodi numeri uocentur, et ultimus
numerus primae periodi unitas uocetur primorum nu-
merorum secundae periodi. rursus autem decem millia
myriadum primorum numerorum secundae periodi uni-
tas uocetur secundorum numerorum secundae periodi.
et eodem modo etiam horum ultimus unitas uocetur
tertiorum numerorum secundae periodi, et numeri
semper hoc modo procedentes periodi secundae no-
minentur usque ad decem millia myriadum numerorum
centies millies millesimorum. rursus autem ultimus
numerus secundae periodi unitas uocetur primorum
numerorum tertiae periodi, et semper hoc modo pro-
cedant usque ad decem millia myriadum numerorum
centies millies millesimorum periodi centies millies

σούτων uulgo. 13. *πρωτης* F; corr. Wallis. 14. *πρώτας*] om. F; corr. B. 16. *πρώτων* ad *περιόδου* lin. 17 om. F; corr. Wallis. 21. *ἐς τάς*] *εσται* F; corr. Wallis. 22. *μυριριαι μυριαδες* F; *μυρίαι μυριάδες* uulgo; corr. Wallis. 25. *τάς*] *ται* F; corr, Wallis.

5 ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας. τούτων δὲ οὕτως κατωνομασμένων, εἴ κα ἔωντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἑξῆς κειμένοι, ὁ δὲ παρὰ τὰν μονάδα δεκὰς ᾖ, ὀκτὼ μὲν αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐσσοῦνται, οἱ δὲ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων καλουμένων, καὶ οἱ ἄλλοι τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις τῶν συνωνύμων καλουμένων ἐσσοῦνται τᾷ ἀποστάσει τᾶς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. τᾶς μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὁ ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς χιλίαι μυριάδες, τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶν τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μυρίαι μυριάδες ἐσσεῖται. οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ χιλίαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μυρίαι μυριάδες ἐσσεῖται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. οὗτος δέ ἐστιν μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. φανερὸν δέ, ὅτι καὶ ὁποσαιοῦν ὀκτάδες ἑξοῦντι, ὡς εἰρήται.

6 χρήσιμον δέ ἐστι καὶ τόδε γιγνωσκόμενον. εἴ κα ἀριθμῶν ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀνάλογον ἐόντων πολλαπλασιάζωντί τινες ἀλλάλους τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, ὁ γενόμενος ὁμοίως ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπέχων ἀπὸ μὲν τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους, ὅσους ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἀπέχει,

---

1. μυριαι μυριαδες F; corr. Wallis. κατονομασμενων F, ed. Basil. 4. μέν] scripsi; ειεν F, uulgo; om. Wallis, Torellius. 6. καλουμενοι F; corr. Wallis. 8. τᾷ] addidi; om. F, uulgo. 9. τᾶς] (alt.) ά F; corr. B. 19. ὅτι] ἐστι per comp. F; corr. ed. Basil.; ἐστὶν ὅτι B. ὁποσαιοῦν] scripsi; πολλαι F, uulgo. 21. της per comp. F; corr. V. 22. εων-

millesimae.[1]) his autem ita denominatis, si numeri 5
aliquot dati sunt ab unitate in eadem proportione, et numerus unitati proximus decas est, octo eorum primi cum unitate ex numeris primis, qui uocantur, erunt, octo autem eos proxime sequentes ex secundis, et ceteri eodem modo ex numeris erunt eodem numero denominatis, qui distantiam octadis numerorum a prima octade indicat. primae igitur octadis numerorum octauus numerus est mille myriades, secundae autem octadis primus, quoniam aequalis est praecedenti decies sumpto, decem millia myriadum erunt. haec autem unitas est secundorum numerorum. et octauus numerus secundae octadis mille myriades sunt secundorum numerorum. et porro etiam tertiae octadis primus numerus, quoniam aequalis est praecedenti decies sumpto, decem millia myriadum erunt secundorum numerorum. haec autem unitas est tertiorum numerorum. et manifestum est, quotlibet octades ita fore, ut dictum est. uerum hoc quoque utile est 6
cognitu. si ex numeris ab unitate in eadem proportione positis, aliqui inter se multiplicantur eorum, qui in eadem proportione sunt, etiam productum in eadem erit proportione a maiore multiplicatorum tot numeros distans, quot minor multiplicatorum ab unitate distat

1) Conspectus horum numerorum systematis u. Quaest. Arch. p. 59; Nizze p. 218; Nesselmann: Algebra d. Griechen p. 122 sq. ultimus est $10^{8 \cdot 10^{16}}$.

των F; corr. Riualtus. *πολλαπλασιάζωντι*] scripsi; *πολλαπλασιαζοντες* F, uulgo. 23. *γενόμενος*] *ταν* F; corr. Wallis, deleto *ὁμοίως*. 24. *μὲν τοῦ μείζονος*] scripsi; *μεν* cum comp. *ουν* F, uulgo; *μειζονος* Wallis, Torellius. 26. *απεχη* F; corr. V.

ἀπὸ δὲ τᾶς μονάδος ἀφέξει ἑνὶ ἐλαττόνας, ἢ ὅσος
ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μο-
7 νάδος οἱ πολλαπλασιαξάντες ἀλλάλους. ἔστων γὰρ
ἀριθμοί τινες ἀνάλογον ἀπὸ μονάδος, οἱ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*,
Ε, *Ζ*, *Η*, *Θ*, *Ι*, *Κ*, *Λ*, μονὰς δὲ ἔστω ὁ *Α*. καὶ πε-
πολλαπλασιάσθω ὁ *Δ* τῷ *Θ*, ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ *Χ*.
λελάφθω δὴ ἐκ τᾶς ἀναλογίας ὁ *Λ* ἀπέχων ἀπὸ τοῦ
Θ τοσούτους, ὅσους ὁ *Δ* ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. δεικτέον,
ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ *Χ* τῷ *Λ*. ἐπεὶ οὖν ἀνάλογον ἐόντων
ἀριθμῶν ἴσους ἀπέχει ὅ τε *Δ* ἀπὸ τοῦ *Α*, καὶ ὁ *Λ*
ἀπὸ τοῦ *Θ*, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ὁ *Δ* ποτὶ τὸν *Α*,
ὃν ὁ *Λ* ποτὶ τὸν *Θ*. πολλαπλασίων δέ ἐστιν ὁ *Δ* τοῦ
Α τῷ *Δ*. πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ *Λ* τοῦ *Θ* τῷ *Δ*.
8 ὥστε ἴσος ἐστὶν ὁ *Λ* τῷ *Χ*. δῆλον οὖν, ὅτι ὁ γενό-
μενος ἐκ τᾶς ἀναλογίας τέ ἐστιν καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος
τῶν πολλαπλασιαξάντων ἀλλάλους ἴσους ἀπέχων, ὅσους
ὁ ἐλάττων ἀπὸ τᾶς μονάδος ἀπέχει. φανερὸν δέ, ὅτι
καὶ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ἑνὶ ἐλαττόνας, ἢ ὅσος ἐστὶν
ὁ ἀριθμὸς συναμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ τᾶς μο-
νάδος οἱ *Δ*, *Θ*. οἱ μὲν γὰρ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ*, *Η*, *Θ*
τοσοῦτοι ἐντί, ὅσους ὁ *Θ* ἀπὸ μονάδος ἀπέχει, οἱ δὲ
Ι, *Κ*, *Λ* ἑνὶ ἐλαττόνες, ἢ ὅσους ὁ *Δ* ἀπὸ μονάδος
ἀπέχει· σὺν γὰρ τῷ *Θ* τοσοῦτοι ἐντί.

---

1. *ελαττωνας* F. 2. ὁ] addidi; om. F, uulgo. *οὓς*] *ως* F; corr. Wallis. *απεχωντι* F; corr. V. *μονάδος*] *μαδος* F, ut lin. 4, 8. 6. *Χ*. *λελάφθω*] scripsi; *ΧΛ*, *ειληφθω* F, uulgo; *Λ* om. Wallis, Torellius. 7. *ἐκ*] scripsi; ὁ *ΘΚ* F, uulgo; ὁ *ἐκ* Wallis, Torellius. *τᾶς αὐτᾶς* Wallis, Torellius. *Λ*] *ΦΛ* F; corr. Wallis. 9. *ἴσος*] per comp. F. 10. *ἀριθμῶν*] scripsi; *ισων* per comp. F; *ἴσον* B, alii. 11. *ταν αὐταν* FVA, ed. Basil. 15. *τᾶς αὐτᾶς* Wallis, Torellius. 16. *ἴσους*] scripsi; *ισον* per comp. F, uulgo. 20. *οἱ Δ, Θ. οἱ μὲν γάρ*] scripsi; *οιδε μεν γαρ οι* F, uulgo. 22. *ἑνί*] *επι* F; corr. BD. 23. Hic spatium uacat in FVBCD.

in proportione, ab unitate uero distabit uno pauciores, quam quantus numerus est utrorumque, quos numeri
inter se multiplicati ab unitate distant. sint enim 7
numeri aliquot $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta, I, K, \Lambda$ ab unitate in eadem proportione positi, et unitas sit A. et multiplicentur Δ, Θ, et productum sit X. sumatur igitur ex proportione Λ ab Θ tot numeros distans, quot Δ ab unitate distat. demonstrandum, esse $X = \Lambda$. iam quoniam inter numeros inter se proportionales Δ ab A tot loca abest, quot Λ ab Θ, erit igitur

$$\Delta : A = \Lambda : \Theta.$$

sed $\Delta = \Delta \times A$. quare $\Lambda = \Delta \times \Theta$. quare $\Lambda = X$.
adparet igitur, productum et ex eadem proportione esse 8
et a maiore numerorum inter se multiplicatorum tot loca abesse, quot minor ab unitate absit. manifestum est autem, productum etiam ab unitate uno pauciora loca abesse, quam quantus est numerus utrorumque locorum, quae ab unitate absunt Δ, Θ. nam A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ tot sunt, quot Θ ab unitate abest, et I, K, Λ uno pauciores, quam quot Δ ab unitate abest; nam adsumpto Θ totidem sunt.[1])

1) De hac propositione cfr. Quaest. Arch. p. 58. nos sic idem demonstraremus: sit series $\overset{1}{1}, \overset{2}{a^1}, \overset{3}{a^2}, \ldots \overset{n}{a^{n-1}}$,

$$\overset{n+1}{a^n} \ldots \overset{m+1}{a^m}, \overset{m+2}{a^{m+1}}, \ldots \overset{m+n+1}{a^{m+n}}.$$

itaque $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$, quod ab a^m abest loca $(n+1)$, ab unitate uero $m+n+1 = (m+1)+(n+1) \div 1$.

1 IV. *Τούτων δὲ τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων τὸ προκείμενον δειχθησέται. ἐπεὶ γὰρ ὑποκείται τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν ἢ τετρωκοστομόριον δακτύλου, δῆλον, ὡς ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον οὐ μείζων ἐστὶν ἢ ὥστε χωρεῖν μακώνας ἑξακισμυρίας καὶ τετρακισχιλίας· τᾶς γὰρ σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον τετρωκοστομόριον δακτύλου πολλαπλασία ἐστὶν τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ. δεδείκται γάρ τοι, ὅτι αἱ σφαίραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτὶ ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων.*

2 *ἐπεὶ δὲ ὑποκείται καὶ τοῦ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν τοῦ ἴσον τῷ τᾶς μάκωνος μεγέθει ἔχοντος μέγεθος μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων, δῆλον, ὡς, εἰ πληρωθείη ψάμμου ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον, οὐ μείζων κα εἴη ὁ ἀριθμὸς τοῦ ψάμμου ἢ μυριάκις τὰ ἑξακισμύρια καὶ τετρακισχίλια. οὗτος δέ ἐστιν ὁ ἀριθμὸς μονάδες τε ϛʹ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχιλίαι. ἐλάσσων οὖν ἐστιν ἢ ιʹ μονάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. ἁ δὲ τῶν ρʹ δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον σφαῖρα πολλαπλασία ἐστὶν τᾶς δακτυλιαίαν ἐχούσας τὰν διάμετρον σφαίρας ταῖς ρʹ μυριάδεσσιν διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων τὰς σφαίρας. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον δακτύλων ρʹ, δῆλον, ὡς ἐλάττων ἐσσείται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλα-*

5. *σφαῖρα ἁ*] scripsi; *ἁ* om. F, uulgo. 8. *τετρακοστομοριον* F; corr. Ahrens. 10. *εχωντι* F; corr. V. 12. *τοῦ ἴσον τῷ*] scripsi; *εις το* F, uulgo. *μακονος* F; corr. BC. *μεγέθει ἔχοντος*] addidi; om. F, uulgo. 13. *μειζ* cum comp. *ον* F; corr. Wallis. 14. *τοῦ ψάμμου* Gertzius. 15. *μειζ*

IV. His autem partim suppositis, partim demonstratis, propositum demonstrabitur. nam quoniam suppositum est, diametrum seminis papaueris non minorem esse quam partem quadragesimam digiti [II, 4], adparet, sphaeram diametrum digitalem habentem maiorem non esse, quam ut 64000 seminum papaueris capiat. hoc enim numero multiplex est quam sphaera diametrum habens partem quadragesimam digiti. nam demonstratum est, sphaeras triplicem rationem habere 1
inter se, quam diametri habeant [Eucl. XII, 18]. quo- 2
niam autem hoc quoque suppositum est, numerum arenae magnitudinem habentis magnitudini seminis papaueris aequalem maiorem non esse quam 10000 [II, 4], adparet, si sphaera diametrum habens digitalem arena compleatur, numerum arenae maiorem non fore quam 640000000. hic autem est sex unitates secundorum numerorum, et quattuor millia myriadum primorum. quare minor est quam decem unitates secundorum numerorum. sphaera autem diametrum habens centum digitos longam centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum digitalem habens, quia sphaerae inter se triplicem rationem habent quam diametri [Eucl. XII, 18]. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum habens centum digitos longam, adparet, numerum arenae minorem fore numero multiplicatis de-

cum comp. ον F; corr. Wallis. εἴη] ιν F; corr. Wallis. 19. μονάδες] μυριαδες F; corr. A. 21. τάν] των F; corr. BC. 22. σφαίρας] scripsi; εφη F, uulgo; ἐπί Wallis, Torellius. μυριαδεσιν F. 23. διαμετρ cum comp. ον F; corr. Wallis. 24. τηλικαυτα F; corr. Wallis. 27. πολλαπλασθεισαν F; corr. ABC.

πλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθ-
3 μῶν ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ τῶν δευτέρων
ἀριθμῶν δέκα μονάδες δέκατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ
μονάδος ἀνάλογον ἐν τᾷ τῶν δεκαπλασίων ὅρων ἀνα-
λογίᾳ, αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος
ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἀριθ-
μὸς ἐσσεῖται τῶν ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἑκκαιδέ-
κατος ἀπὸ μονάδος. δεδείκται γάρ, ὅτι ἑνὶ ἐλασσόνας
ἀπέχει ἀπὸ τᾶς μονάδος, ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς συν-
αμφοτέρων, οὓς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλα-
σιαξάντες ἀλλάλους. τῶν δὲ ἑκκαίδεκα τούτων ὀκτὼ
μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλου-
μένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν δευτέρων,
καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν χιλίαι μυριάδες δευτέρων
ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος
τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμε-
τρον ρ′ δακτύλων ἐχούσᾳ ἔλαττόν ἐστιν ἢ χιλίαι μυ-
4 ριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ ἁ σφαῖρα
ἁ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὰν διάμετρον πολλα-
πλασία ἐστὶν τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον ρ′ δακτύλων
ταῖς ρ′ μυριάδεσσι. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου
σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα
σφαῖρα τὰν διάμετρον μυρίων δακτύλων, δῆλον, ὡς
ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενο-
μένου πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τῶν

2. μυριαδεσιν FVBD. ἐπεί] επι F; corr. Wallis. δ' αἱ] Gertzius; δε F, uulgo. 4. τᾷ] τε F; corr. Wallis. δεκαπλασίων] scripsi; δεκαπλευρων F, uulgo; defendit Nizzius (Quaest. Arch. p. 205); δεκαπλῶν Wallis, Torellius. ἀναλογίᾳ] αναλογ cum comp. ον F; corr. Wallis. 6. ἀριθμός] scripsi; εκτος F, uulgo; ὅρος Wallis, Torellius. 8. ἑνί] εν F; corr. Riualtus. 9. ἀπέχει] addidi; om. F, uulgo; post

cem unitatibus secundorum numerorum et centum
myriadibus orto. et quoniam decem unitates secun- 3
dorum numerorum decimus ab unitate numerus est in
proportione terminorum per decem crescentium, et
centum myriades septimus est ab unitate in eadem
proportione, adparet, productum fore sextum decimum
ab unitate in eadem proportione. demonstratum est
enim, id uno pauciora loca ab unitate abesse, quam
quantus est numerus utrorumque locorum, quae nu-
meri inter se multiplicati ab unitate absint [III, 6].
horum autem sedecim primi octo cum unitate ii sunt,
qui primi uocantur, octo sequentes ii, qui secundi
uocantur, et ultimus eorum mille myriades sunt se-
cundorum numerorum. manifestum est igitur, mul-
titudinem arenae magnitudinem habentis aequalem
sphaerae diametrum centum digitos longam habenti
minorem esse quam mille myriades secundorum nu-
merorum. rursus autem etiam sphaera diametrum 4
habens decem millia digitorum longam centum my-
riadibus multiplex est quam sphaera diametrum ha-
bens centum digitos longam. si igitur ex arena tanta
sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum de-
cem millia digitorum longam habens, adparet, nume-
rum arenae minorem fore numero multiplicatis mille
myriadibus secundorum numerorum et centum myria-

μονάδος addidit Wallis. ἢ ὅσος] ασσος F; corr. Wallis. ὁ ἀριθμός] ελαττων F; corr. Wallis. συναμφο δε F; corr. Wallis. 10. απεχωντι F; corr. VB. 12. τη F; corr. Wallis. 14. τῶν δευτέρων Wallis, Torellius. 16. τα τε ταν F; corr. Wallis. 17. εχουση F; corr. Wallis. ελαττ cum comp. ων F; corr. Wallis. 21. μυριαδεσι F; corr. B. 24. γενωμενου F.

*δευτέρων ἀριθμῶν ταῖς ρ΄ μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ
μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες ἑκκαιδέ-
κατός ἐστιν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ΄
μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾷ αὐτᾷ ἀναλογίᾳ,
δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιεικοστὸς τῶν*
5 *ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ δύο
καὶ εἴκοσι τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι
τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τού-
τους τῶν δευτέρων καλουμένων, οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ τῶν
τρίτων καλουμένων. καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι δέκα
μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ
τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ
σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ μυρίων δακτύλων
ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι΄ μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν. καὶ
ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἁ σταδιαίαν ἔχουσα τὰν διάμετρον
σφαῖρα τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον μυ-
ρίων δακτύλων, δῆλον, ὅτι καὶ τὸ τοῦ ψάμμου πλῆ-
θος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διά-
μετρον ἐχούσᾳ σταδιαίαν ἔλασσόν ἐστιν ἢ ι΄ μυριάδες*
6 *τῶν τρίτων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα
τὰν διάμετρον ρ΄ σταδίων πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς
σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδιαίαν ταῖς ρ΄
μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα
ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ ἔχουσα τὰν διά-
μετρον ρ΄ σταδίων, δῆλον, ὅτι ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ
ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλα-
σιασθεισᾶν τᾶν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν ταῖς*

---

3. *ἀνάλογον αἱ*] *αναλογιαι* F; corr. Wallis. 4. *αυτη* F; corr. B. *ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας* Gertzius. 5. *ὡς*] *ω* F. 8. *μετὰ τούτους*] scripsi; *μετα τους* F, uulgo; *μετ' αὐτούς* Wallis, Torellius. 9. *τῶν*] (prius) addidi; om. F, uulgo. *ἓξ*] *εκ* F;

dibus orto. sed quoniam mille myriades secundorum
numerorum sextus decimus ab unitate numerus est in
proportione, et centum myriades septimus est ab unitate in eadem proportione, adparet, productum uicesimum secundum ab unitate fore in eadem proportione.
horum autem uiginti duorum primi octo cum unitate 5
ii sunt, qui primi uocantur, octo autem sequentes ii, qui secundi uocantur, reliqui autem sex ex iis, qui tertii uocantur; et ultimus eorum est centum millia tertiorum numerorum. manifestum est igitur, multitudinem arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti decem millia digitorum longam minorem esse quam centum millia tertiorum numerorum. et quoniam sphaera diametrum habens stadium longam minor est sphaera diametrum habenti decem millia digitorum longam[1]), adparet, etiam multitudinem arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti stadium longam minorem
esse quam centum millia tertiorum numerorum. rursus 6
autem sphaera diametrum centum stadia longam habens centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum stadium longam habens. si igitur ex arena tanta sphaera colligitur, quanta est sphaera diametrum centum stadia longam habens, adparet, numerum arenae minorem fore numero decem myriadibus tertiorum numerorum et centum myriadibus multiplicatis orto.

1) Heron. defin. 131: *τὸ στάδιον ἔχει . . . δακτύλους ͵θχ΄*.

corr. Wallis. 10. *τρίτων*] *τρι* cum comp. *ων* F; corr. B. 12. *μεγεθους* F; corr. B. 20. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 23. *μυριαδεσιν* F; corr. B. 24. *ά*] om. F; corr. Wallis.

ρ′ μυριάδεσσι. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δυοκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ′ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ὀκτωκαιεικοστὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ ὀκτὼ καὶ εἴκοσι τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τρίτων, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν τετάρτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χιλίαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ′ ἔλασσόν ἐστιν ἢ χιλίαι μονάδες τῶν τετάρτων ἀριθμῶν.

7 πάλιν δὲ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον μυρίων σταδίων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ′ ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυρίων, δῆλον, ὅτι ἔλασσον ἐσσεῖται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων τῶν τετάρτων ἀριθμῶν ταῖς ρ′ μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ’ αἱ μὲν τῶν τετάρτων ἀριθμῶν χιλίαι μονάδες ὀκτωκαιεικοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δ’ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσάρων καὶ

---

15. δέ] scripsi; δη F, uulgo. μυρίων — διάμετρον lin. 17 repetuntur in F; expunxit manus 1. 17. μυριαδεσιν F; corr. B. 19. διαμετρ cum comp. ων F; corr. BC. 20. ελασσ

et quoniam decem myriades tertiorum numerorum
uicesimus secundus ab unitate numerus est in pro-
portione, et centum myriades septimus est ab unitate
in eadem proportione, adparet, productum fore duo-
detricesimum ab unitate in eadem proportione. horum
autem uiginti octo primi octo cum unitate ii sunt,
qui primi uocantur, octo autem sequentes ii, qui se-
cundi uocantur, et octo deinde sequentes ii, qui tertii
uocantur, reliqui autem quattuor ex iis, qui quarti uo-
cantur, et ultimus eorum mille unitates sunt quarto-
rum numerorum. manifestum est igitur, multitudinem
arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae
diametrum habenti centum stadia longam minorem
esse quam mille unitates quartorum numerorum. rur- 7
sus autem sphaera diametrum decem millia stadiorum
longam habens centum myriadibus multiplex est quam
sphaera diametrum centum stadia longam habens. si
igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est
sphaera diametrum decem millia stadiorum longam
habens, adparet, numerum arenae minorem fore nu-
mero mille unitatibus quartorum numerorum et cen-
tum myriadibus multiplicatis orto. quoniam autem
mille unitates quartorum numerorum duodetricesimus
est ab unitate numerus in proportione, et centum my-
riades septimus ab unitate in eadem proportione, ad-
paret, productum fore tricesimum quartum ab unitate
in eadem proportione. horum autem triginta quattuor

---

cum comp. *ων* F. 23. *μυριαδεσιν* F; corr. B. 25. *μαδος* F. 26. *δῆλον — ἀναλογίας* mg. F, signo adposito, cui respondet aliud post *ἀναλογίας* lin. 27.

τριάκοντα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τετάρτων, οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἐσσοῦνται, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυρίων ἔλασσον ἐσσεῖται ἢ ι΄ μονάδες
8 τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ΄ μυριάδων πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς τὰν διάμετρον ἐχούσας σταδίων μυρίων ταῖς ρ΄ μυριάδεσσι. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ΄ μυριάδων, δῆλον, ὡς ἐλάσσων ἐσσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ρ΄ μυριάδεσσιν. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες τέταρτός ἐστι καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ΄ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἐσσεῖται τετρωκοστὸς ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσαράκοντα τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, οἱ δὲ μετὰ ταῦτα ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ὀκτὼ τῶν τετάρτων, οἱ δὲ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν πέμπτων καλουμένων, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χιλίαι μυριάδες

3. οι αλλοι F; corr. ed. Basil. 6. μοναδ cum comp. ων F; corr. B. 8. μεγεθους F; corr. BC. 9. ελασσ cum comp.

primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur, octo sequentes ii, qui secundi, octo deinde sequentes ii, qui tertii, octo deinde sequentes ii, qui quarti uocantur, et reliqui duo ex iis erunt, qui quinti uocantur, et ultimus eorum est decem unitates quintorum numerorum. adparet igitur, multitudinem arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti decem millia stadiorum longam minorem fore quam decem unitates quintorum numerorum. rursus 8
autem sphaera diametrum centum myriades stadiorum longam habens centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum habens decem millia stadiorum longam. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum centum myriades stadiorum longam habens, adparet, numerum arenae minorem fore numero multiplicatis decem unitatibus quintorum numerorum et centum myriadibus orto. et quoniam decem unitates quintorum numerorum tricesimus quartus est ab unitate numerus in proportione, et centum myriades septimus ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore quadragesimum ab unitate in eadem proportione. horum autem quadraginta primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur, octo sequentes ii, qui secundi, octo deinde sequentes ii, qui tertii, octo deinde sequentes ii, qui quarti, postremi octo ii, qui quinti uocantur, et ultimus eorum est mille myriades quintorum numerorum.

ων F; corr. AB. 10. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 11. *μυριαδας* F, ut uidetur, in rasura; corr. ed. Basil. 12. *τᾶς τάν*] scripsi; *ταν* F, uulgo. 18. *μυριάδεσσιν*] scripsi; *μυριασιν* F, uulgo. 24. *τᾷ*] *το* F; corr. manus 2. 25. *καμενων*, FC ed. Basil.; corr. F manu 2. *ταῦτα*] *τούτους* Wallis, Torellius.

τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ρ΄ μυριάδων ἔλασσόν ἐστιν ἢ χιλίαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν.

9 ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριᾶν μυριάδων πολλαπλασίων ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ρ΄ μυριάδων ταῖς ρ΄ μυριάδεσσιν. εἰ δὴ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριᾶν μυριάδων, φανερόν, ὅτι ἔλασσον ἐσσείται τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μυριάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ρ΄ μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν χιλίαι μυριάδες τετρωκοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ΄ μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὡς ὁ γενόμενος ἐσσείται ἕκτος καὶ τετρωκοστὸς ἀπὸ μονάδος. τῶν δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἓξ τούτων ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων ἐντί, ὀκτὼ δὲ οἱ μετὰ τούτους τῶν δευτέρων, καὶ οἱ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων, οἱ δὲ μετὰ τοὺς τρίτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τετάρτων, καὶ οἱ μετὰ τοὺς τετάρτους ὀκτὼ τῶν πέμπτων, οἱ δὲ λοιποὶ ἓξ τῶν ἕκτων καλουμένων ἐντί, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι ι΄ μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ

---

3. *μυριαδες* F; corr. Wallis. *ελασσ* cum comp. *ων* F; corr. V. 5. *σφαιρ* cum comp. *ας* F; corr. manus 2 et B. *μυριας* F; corr. Wallis. 7. *μυριαδεσιν* F; corr. B. 8. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo; *οὖν* Wallis, Torellius. 10. *μυριας* F; corr. Wallis. *ελασσ* cum comp. *ων* F, ed. Basil. 12. *πολλαπλασι* cum comp. *ον* F; corr. B. 13. *μυριάδεσσιν*] scripsi;

manifestum est igitur, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti centum myriades stadiorum longam minorem esse quam
mille myriades quintorum numerorum. sphaera autem 9
diametrum habens decem millia myriadum stadiorum longam centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum habens centum myriades stadiorum longam. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum habens decem millia myriadum stadiorum longam, manifestum est, numerum arenae minorem fore numero multiplicatis mille myriadibus quintorum numerorum et centum myriadibus orto. quoniam autem mille myriades quintorum numerorum quadragesimus ab unitate numerus est in proportione, et centum myriades septimus ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore quadragesimum sextum ab unitate. horum autem quadraginta sex primi octo cum unitate ii sunt, qui primi uocantur, octo sequentes ii, qui secundi, octo autem deinde sequentes ii, qui tertii, octo autem tertios sequentes ii, qui quarti, octo autem quartos sequentes ii, qui quinti uocantur, sex autem reliqui ex iis sunt, qui sexti uocantur, et ultimus eorum est decem myriades sextorum numerorum. manifestum est igitur, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem

---

μυριασιν F, uulgo. 14. *τετρακοστος* F, uulgo, ut lin. 17. 17. *ἐσσεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἕκτος* Gertzius. 18. *ὀκτὼ μέν*] *ειμεν* F; corr. Wallis; *οἱ μὲν ὀκτώ* B. 21. *μετα τους* F; corr. CV. 23. ξξ] om. F; corr. Wallis. 24. *αυτ* cum comp. *ος* F; corr. B. 25. *μοιριαδων* F; *μυριαδων* uulgo; corr. Wallis.

τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάδων μυριᾶν ἔλασσόν

10 σόν ἐστιν ἢ ι' μυριάδες τῶν ἕκτων ἀριθμῶν. ἁ δὲ τὰν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ' πολλαπλασία ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων μυριάδων μυριᾶν ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ', φανερόν, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος ἔλασσον ἐσσεῖται τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν ι' μυριάδων τῶν ἕκτων ἀριθμῶν ταῖς ρ' μυριάδεσσιν. ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν ἕκτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες ἕκτος καὶ τετρωκοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ ρ' μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσεῖται δυοκαιπεντακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. τῶν δὲ δύο καὶ πεντήκοντα τούτων οἱ μὲν ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι οἵ τε πρῶτοι καλουμένοι ἐντὶ καὶ οἱ δευτέροι καὶ τρίτοι καὶ τετάρτοι καὶ πέμπτοι καὶ ἕκτοι, οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν ἑβδόμων καλουμένων ἐντί, καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστι χιλίαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. φανερὸν οὖν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ' ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν.

11 ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων

1. μυριάδων μυριᾶν] scripsi; μυριακις μυριαδων μυριων F, uulgo; μυριάκις μυρίων Wallis, Torellius. ελασσ cum comp. ων F; corr. Riualtus. 3. εχουσας F; corr. BC. 5. μυριάδων μυριᾶν] scripsi; μυριαδας (comp. ας) μυριας (comp. ας) F, uulgo; μυριάκις μυρίων Wallis, Torellius. μυριαδεσιν F; corr. B. 10. πολλαπλασι cum comp. ων F; corr. B. μυρια-

sphaerae diametrum habenti decem millia myriadum stadiorum longam minorem esse quam decem myriades sextorum numerorum. sphaera autem diametrum 10
habens decies centena millia myriadum stadiorum longam centum myriadibus multiplex est quam sphaera diametrum habens decem millia myriadum stadiorum longam. si igitur ex arena tanta sphaera efficitur, quanta est sphaera diametrum habens decies centena millia myriadum stadiorum longam, manifestum est, numerum arenae minorem fore numero multiplicatis decem myriadibus sextorum numerorum et centum myriadibus orto. quoniam autem decem myriades sextorum numerorum quadragesimus sextus est ab unitate numerus in proportione, et centum myriades septimus est ab unitate in eadem proportione, adparet, productum fore quinquagesimum secundum ab unitate in eadem proportione. horum autem quinquaginta duorum primi quadraginta octo cum unitate ii sunt, qui primi, secundi, tertii, quarti, quinti, sexti uocantur, reliqui autem quattuor ex iis sunt, qui septimi uocantur, et ultimus eorum est mille unitates septimorum numerorum. manifestum est igitur, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem sphaerae diametrum habenti decies centena millia myriadum stadiorum longam minorem esse quam mille unitates septimorum numerorum. iam quoniam demonstratum 11
est, diametrum mundi minus quam decies centena

δαν F; corr. B. 11. *ταν ϱ μυϱιαδες* F; corr. Wallis. 13. *τεσσαϱακοστος* F, uulgo. 15. *δυοκαιπεντηκοστος* F; corr. ed. Basil. 20. *καλουμένων* ad *ἑβδόμων* lin. 22 repetuntur in F; expunxit manus 1. 24. *τάν*] *των* per comp. F; corr. VB. 25. *ελασσ* cum comp. *ων* F; corr. V.

ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ', δῆλον, ὅτι καὶ
τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ
κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων
ἀριθμῶν. ὅτι μὲν οὖν τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ
μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων
καλουμένῳ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μονάδες τῶν
ἑβδόμων ἀριθμῶν, δεδείκται. ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος
τοῦ ψάμμου τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τα-
λικαύτᾳ, ἁλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται τὰν τῶν ἀπλα-
νέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μυ-
12 ριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν, δειχθησέται. ἐπεὶ γὰρ
ὑποκείται, τὰν γᾶν τὸν αὐτὸν ἔχειν λόγον ποτὶ τὸν
ὑφ' ἁμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρη-
μένος κόσμος ποτὶ τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖ-
ραν, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται, καὶ αἱ διαμέτροι τᾶν
σφαιρᾶν τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας, ἁ δὲ
τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δεδείκται
ἐλάσσων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων, δῆλον οὖν, ὅτι καὶ
ἁ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρας ἐλάσ-
σων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου.
ἐπεὶ δὲ αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλ-
λάλας τᾶν διαμέτρων, φανερόν, ὅτι ἁ τῶν ἀπλανέων
ἄστρων σφαῖρα, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται, ἐλάττων
ἐστιν ἢ μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσι πολλαπλασίων
13 τοῦ κόσμου. δεδείκται δέ, ὅτι τὸ τοῦ ψάμμου πλῆθος
τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ ἔλασσόν ἐστιν ἢ

1. *μυριων* F mg., B mg. 4. *οὖν*] scripsi; *ομοιως* post lacunam 6 litterarum F, uulgo. 10. *ελασσ* cum comp. *ων* F; corr. AB. 12. *ποτὶ τόν*] *ποτι των* (comp.) FV; corr. V eadem manu, BC. 16. *σφαιρ* cum comp. *ων* F; corr. BC. *εχωντι* F; corr. BV. *ποτ' αλλας* F; corr. B. 18. *μυριοπλασιαν* F; corr. Wallis; *μυριοπλασία* B, V e correctione. 21. *ἐπεὶ δέ*]

millia myriadum stadiorum longam esse [II, 1], adparet, etiam numerum arenae magnitudinem habentis aequalem mundo minorem esse quam mille unitates septimorum numerorum. itaque demonstratum est, numerum arenae magnitudinem habentis aequalem mundo, qualis a plerisque astrologis fingatur, minorem esse quam mille unitates septimorum numerorum. restat autem, ut demonstremus, etiam numerum arenae magnitudinem habentis aequalem tali sphaerae, qualem Aristarchus stellarum fixarum sphaeram esse supponat, minorem esse quam mille myriades octauorum
numerorum. nam quoniam suppositum est, terram 12
ad mundum, qualis uulgo a nobis fingatur, eam rationem habere, quam idem ille mundus habeat ad sphaeram stellarum fixarum, quam Aristarchus supponat [I, 6], et diametri sphaerarum eandem inter se rationem habent [Eucl. XII, 18], et demonstratum est, diametrum mundi minorem esse diametro terrae decies millies sumpta [II, 2], adparet, etiam diametrum sphaerae stellarum fixarum minorem esse diametro mundi decies millies sumpta. quoniam autem sphaerae triplicem inter se rationem habent, quam diametri [Eucl. XII, 18], manifestum est, sphaeram stellarum fixarum, quam Aristarchus supponat, minorem esse
mundis 1000000000000. et demonstratum est, nume- 13
rum arenae magnitudinem habentis mundo aequalem minorem esse quam mille unitates septimorum nume-

---

επειδη F; corr. Wallis. εχωντι F; corr. BV. 24. μυρίαις] scripsi; om. F, uulgo; μυριάδων AC, coni. Riualtus, Wallis, Torellius. 25. ὅτι] om. F; corr. Riualtus. 26. ελασς cum comp. ων F; corr. B mg.

͵α μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. δῆλον οὖν, ὅτι, εἰ γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, αλίκαν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται τὰν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐσσείται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθεισᾶν τᾶν χιλιᾶν μονάδων ταῖς μυριάκις μυρίαις μυριάδεσσιν. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ͵α μονάδες δυοκαιπεντακοστός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ μυριάκις μυρίαι μυριάδες τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας, δῆλον, ὅτι ὁ γενόμενος ἐσσείται τέταρτος καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας. οὗτος δέ ἐστι τῶν ὀγδόων ὄγδοος, ὅς κα εἴη χιλίαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. φανερὸν τοίνυν, ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρᾳ, ἂν Ἀρίσταρχος ὑποτιθέται, ἔλασσόν ἐστιν ἢ ͵α μυριάδες τῶν ὀγδόων
14 ἀριθμῶν. ταῦτα δέ, βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκότεσσι τῶν μαθημάτων οὐκ εὔπιστα φανήσειν ὑπολαμβάνω, τοῖς δὲ μεταλελαβηκότεσσιν καὶ περὶ τῶν ἀποστημάτων καὶ τῶν μεγεθέων τᾶς τε γᾶς καὶ τοῦ ἁλίου καὶ τᾶς σελήνας καὶ τοῦ ὅλου κόσμου πεφροντικότεσσιν πιστὰ διὰ τὰν ἀπόδειξιν ἐσσείσθαι. διόπερ ᾠήθην κα καὶ τὶν οὐκ ἀναρμοστεῖν [ἔτι] ἐπιθεωρῆσαι ταῦτα.

4. εσειται F. 5. πολλαπλασιαν F; corr. B. χιλι cum comp. ων F; corr. B. 6. μονάδων τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν B, Wallis, Torellius, Gertzius. 7. ἑβδόμων ἀριθμῶν B, Riualtus, Wallis, Torellius, Gertzius. 8. αἱ] om. F; corr. Wallis. 12. ὅς κα εἴη] scripsi; και πεντα F, ed. Basil.; καὶ πεντάκις uulgo; καί Wallis, Torellius; ὃς καί ἐστιν αἱ Gertzius. 14. τᾷ] om. F; corr. Wallis. 23. κα καί] Maduigius; και F, uulgo. τίν] τινας F, uulgo; corr. Gomperz. ἀναρμοστεῖν] Maduigius; αναρμοστον ειη F, uulgo; ἀνάρμοστον εἶμεν Gomperz. ἔτι] delet Gomperz. In fine Αρχιμηδους ψαμμιτης F.

rorum [§. 11]. adparet igitur, si ex arena tanta
sphaera efficiatur, quantam Aristarchus supponat sphae-
ram stellarum fixarum esse, numerum arenae mino-
rem fore numero multiplicatis mille unitatibus [septi-
morum numerorum] et 1000000000000 orto. quo-
niam autem mille unitates septimorum [numerorum]
quinquagesimus secundus est ab unitate numerus in
proportione, et 1000000000000 tertius decimus est ab
unitate in eadem proportione, adparet, productum fore
sexagesimum quartum ab unitate in eadem proportione
numerum. is autem octauus est numerorum octauo-
rum, qui est mille myriades numerorum octauorum.
manifestum est igitur, numerum arenae magnitudinem
habentis aequalem sphaerae stellarum fixarum, quam
supponat Aristarchus, minorem esse quam mille my-
riades octauorum numerorum. haec autem, rex Gelo, 14
uulgo hominum mathematices imperito incredibilia
uisum iri puto, peritis uero, qui distantias et magni-
tudines terrae et solis et lunae et totius mundi
cognouerint, credibilia propter demonstrationem fore.
quare putaui, tibi quoque conuenire haec cognoscere.

QUADRATURA PARABOLAE.

Τετραγωνισμὸς παραβολῆς.

Ἀρχιμήδης Δοσιθέῳ εὖ πράττειν.

Ἀκούσας Κόνωνα μὲν τετελευτηκέναι, ὃς ἦν ἔτι βλέπων ἡμῖν ἐν φιλίᾳ, τὶν δὲ Κόνωνος γνώριμον γεγενῆσθαι καὶ γεωμετρίας οἰκεῖον εἶμεν τοῦ μὲν τετελευτηκότος εἵνεκεν ἐλυπήθημες ὡς καὶ φίλου τοῦ ἀνδρὸς γεναμένου καὶ ἐν τοῖς μαθημάτεσσι θαυμαστοῦ τινος, ἐπροχειριξάμεθα δὲ ἀποστεῖλαι τοι γραψάντες, ὡς Κόνωνι γράφειν ἐγνωκότες ἦμες, γεωμετρικὸν θεώρημά τι, ὃ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νῦν δὲ ὑφ' ἡμῶν τεθεωρήται, πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν εὑρεθέν, ἔπειτα δὲ καὶ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἐπιδειχθέν. τῶν μὲν οὖν πρότερον περὶ γεωμετρίαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησάν τινες γράφειν ὡς δυνατὸν ἐὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι καὶ κύκλου τμάματι τῷ δοθέντι χωρίον εὑρεῖν εὐθύγραμμον ἴσον· καὶ μετὰ ταῦτα τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τᾶς ὅλου τοῦ κώνου τομᾶς καὶ εὐθείας τετραγωνίζειν ἐπειρῶντο λαμβανόντες οὐκ εὐπαραχώρητα λήμματα, ὥστε αὐτοῖς

---

4. *βλέπων*] scripsi; *λειπων* F, uulgo; *λοιπός* Torellius. *φίλοις* Torellius. *τίω*] scripsi; *τινα* F, uulgo; *τένη* Torellius. 6. *ελυπηθημεν* F, uulgo. 7. *μαθημασι* F, uulgo. 8. *τοι*] om. F; corr. Torellius. 9. *εἰωθότες* Torellius. *ειμεν* F, uulgo; *ἦμεν* Torellius. *γεωμετρικὸν θεώρημά τι*] scripsi; *γεωμετρικων θεωρηματων* F, uulgo. 13. *οὖν*] addidi; om. F, uulgo. 15. *τμηματι* F; corr. Torellius. 17. *ὅλου*] cor-

Quadratura parabolae.[1])

Archimedes Dositheo s.

Cum audiuissem, Cononem mortuum esse, qui, dum uixit, nobis amicitia coniunctus erat, te autem Cononi familiarem fuisse et geometriae esse peritum, demortui causa dolore adfecti sumus, quippe qui et amicus et in mathematicis admirabili acumine praeditus esset, suscepimus autem ad te per litteras, sicuti ad Cononem mittere constitueramus, geometricum theorema quoddam mittere, quod antea perspectum non erat, nunc uero a nobis perspectum est, prius per mechanica inuentum, postea autem etiam per geometrica demonstratum. eorum enim, qui antea in geometria uersati sunt, quidam[2]) conati sunt scribere, fieri posse, ut spatium rectilineum inueniretur dato circulo et dato circuli segmento aequale; et deinde spatium totius† coni sectione et linea recta comprehensum quadrare conabantur lemmata minime manifesta adsumentes; quare plerique agno-

1) Archimedes sine dubio hunc librum inscripserat περὶ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ut habet Eutocius ad pl. aeq. II, 8.

2) De circuli quadratura egerant praeter alios Antiphon, Bryson, Hippias, Hippocrates.

ruptum; Quaest. Arch. p. 149. 19. ὥστε] scripsi; οπερ F, uulgo; διόπερ Torellius. αὐτοί — εὑρισκόμενοι Torellius.

ὑπὸ τῶν πλείστων οὐκ εὑρισκόμενα ταῦτα κατεγνώσθεν. τὸ δὲ ὑπ' εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τμᾶμα περιεχόμενον οὐδένα τῶν προτέρων ἐγχειρήσαντα τετραγωνίζειν ἐπιστάμεθα, ὃ δὴ νῦν ὑφ' ἡμῶν εὑρηται. δεικνύται γάρ, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν καὶ ὕψος ἴσον τῷ τμάματι λαμβανομένου τοῦδε τοῦ λήμματος ἐς τὰν ἀπόδειξιν αὐτοῦ· τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχάν, ᾇ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶμεν αὐτὰν ἑαυτᾷ συντιθεμέναν παντὸς ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος πεπερασμένου χωρίου. κεχρήνται δὲ καὶ οἱ πρότερον γεωμέτραι τῷδε τῷ λήμματι. τούς τε γὰρ κύκλους διπλασίονα λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλους τᾶν διαμέτρων ἀποδεδείχασιν αὐτῷ τούτῳ τῷ λήμματι χρωμένοι, καὶ τὰς σφαίρας ὅτι τριπλασίονα λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων, ἔτι δὲ καὶ ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ πρίσματος τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τᾷ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον· καὶ διότι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον, ὁμοῖον τῷ προειρημένῳ λῆμμα τι λαμβανόντες ἐγράφον. συμβαίνει δὲ τῶν προειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδὲν ἧσσον τῶν ἄνευ τούτου τοῦ λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι. ἄρτι δὲ ἐς τὰν ὁμοίαν πίστιν τούτοις ἀναγμένων τῶν ὑφ' ἡμῶν

2. δὲ ὑπ' εὐθείας] om. F; corr. Torellius. 3. τμημα F; corr. Torellius, ut lin. 5, 8. προτέρων] scripsi; πρωτων F, uulgo. 11. ἑαυτᾷ] addidi; om. F, uulgo. 14. ποτ'] προς per comp. F; corr. V (ποτί). 15. αλληλους F; corr. V. των per comp. F; corr. Torellius. τούτῳ] addidi; om. F, uulgo. 17. προς per comp. F; corr. Torellius (ποτί). αλ-

uerunt, haec ab iis inuenta non esse. segmentum autem linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum neminem ex prioribus quadrare conatum esse scimus; id quod iam a nobis inuentum est. demonstramus enim, quoduis segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum tertia parte maius esse triangulo basim eandem habenti quam segmentum et altitudinem aequalem, hoc ad demonstrationem adsumpto lemmate[1]), spatiorum inaequalium excessum, quo maius excedat minus, sibi ipsum additum quoduis spatium datum terminatum excedere posse. sed priores quoque geometrae hoc lemmate usi sunt; nam circulos duplicem rationem habere inter se, quam diametri habent [Eucl. XII, 2], hoc ipso lemmate usi demonstrauerunt, et sphaeras triplicem inter se rationem habere, quam habent diametri [Eucl. XII, 18]; et porro quamuis pyramidem tertiam esse partem prismatis eandem basim habentis, quam pyramis, et altitudinem aequalem [Eucl. XII, 7], et quemuis conum tertiam esse partem cylindri eandem basim habentis, quam conus, et altitudinem aequalem [Eucl. XII, 10], demonstrabant lemma illi simile adsumentes. accidit autem, ut omnia illa theoremata non minus iis, quae sine hoc lemmate demonstrata sunt, confirmauerint. et cum ea, quae nunc

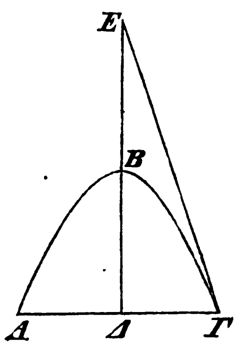
1) De hoc lemmate cfr. uol. I p. 11 not 1.

λῆλας F; corr. V. 18. *ὅτι*] addidi; om. F, uulgo. *μυραμις* F. 20. *διότι*] *δὴ ὅτι* Torellius. 22. *ὁμοῖον*] scripsi; *ομοι* cum comp. *ως* F, uulgo. 23. *ἐγράφον*] F; *εγγραφον* uulgo. *δέ*] om. F; corr. Torellius. 24. *μηδέν*] scripsi; *μηδεν* cum comp. *ος* F, uulgo. 26. *τούτοις*] scripsi; *τουτου* F, uulgo; *τούτων* Torrellius. *ἀναγμένων*] scripsi; *αναγμενον* F, uulgo; *ἀναγομένων* Torellius.

ἐκδιδομένων ἀναγραψάντες οὖν αὐτοῦ τὰς ἀποδειξίας ἀποστέλλομες πρῶτον μέν, ὡς διὰ τῶν μηχανικῶν ἐθεωρήθη, μετὰ ταῦτα δὲ καί, ὡς διὰ τῶν γεωμετρουμένων ἀποδεικνύται. προγραφέται δὲ καὶ στοιχεῖα κωνικὰ χρεῖαν ἔχοντα ἐς τὰν ἀπόδειξιν. ἔρρωσο.

α'.

Εἴ κα ᾖ ὀρθογωνίου κώνου τομά, ἐφ' ἇς ἁ *ΑΒΓ*, ᾖ δὲ ἁ μὲν *ΒΔ* παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ *ΑΓ* παρὰ τὰν κατὰ τὸ *Β* ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἴσα ἐσσείται ἁ *ΑΔ* τᾷ *ΔΓ*. κἂν ἴσα ᾖ ἁ *ΑΔ* τᾷ *ΔΓ*, παραλλήλοι ἐσσούνται ἅ τε *ΑΓ* καὶ ἁ κατὰ τὸ *Β* ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς.



β'.

Εἴ κα ᾖ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ *ΑΒΓ*, ᾖ δὲ ἁ μὲν *ΒΔ* παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, ἁ δὲ *ΑΔΓ* παρὰ τὰν κατὰ τὸ *Β* ἐπιψαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἁ δὲ *ΕΓ* τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς ἐπιψαύουσα κατὰ τὸ *Γ*, ἐσσούνται αἱ *ΒΔ*, *ΒΕ* ἴσαι.

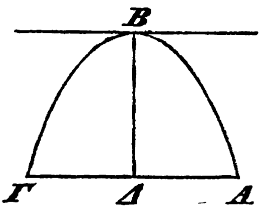
---

1. αποδειξεις αποστελλομεν F, uulgo. 8. ἁ μέν] om. F; corr. ed. Basil. 10. εσται per comp. F, uulgo. *ΔΓ*] *ΑΓ* F. ιση F; corr. Torellius. 11. τᾷ *ΔΓ*] om. F; corr. B. αιτε F; corr. B. 12. επιψαυουσαι F; corr. B.

edimus, nuper ad eandem fidem perducta sint, demonstrationes eorum a nobis conscriptas mittimus, prius, quo modo per mechanica perspecta sint, deinde autem etiam, quo modo per geometrica demonstrentur; praemittuntur autem etiam conica elementa ad demonstrationem utilia. uale.

I.

Si data est sectio coni rectanguli, in qua est $AB\Gamma$, et linea $B\Delta$ diametro parallela est uel ipsa diametrus, $A\Gamma$ autem lineae in B sectionem coni contingenti parallela, erit



$$A\Delta = \Delta\Gamma.$$

et si $A\Delta = \Delta\Gamma$, linea $A\Gamma$ et linea in B sectionem coni contingens parallelae erunt [Apollon. I, 46].[1])

II.

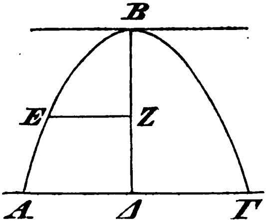
Si $AB\Gamma$ sectio est coni rectanguli, et linea $B\Delta$ diametro parallela est uel ipsa diametrus, et linea $A\Delta\Gamma$ lineae in B sectionem coni contingenti parallela est, et linea $E\Gamma$ sectionem in puncto Γ contingit, erit $B\Delta = BE$ [Apollon. I, 35].[2])

---

1) Cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 14.
2) Cfr. ibid. p. 53 nr. 16.

γʹ.

Εἴ κα ἦ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ *ΑΒΓ*, ἁ δὲ *ΒΔ* παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος, καὶ ἀχθέωντί τινες αἱ *ΑΔ*, *ΕΖ* παρὰ τὰν κατὰ τὸ *Β* ἐπιφαύουσαν τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς, ἐσσείται, ὡς ἁ *ΒΔ* ποτὶ τὰν *ΒΖ*, δυνάμει ἁ *ΑΔ* ποτὶ τὰν *ΕΖ*.



ἀποδεδείκται δὲ ταῦτα ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις.

δʹ.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ *ΑΒΓ*. ἁ δὲ *ΒΔ* ἀπὸ μέσας τᾶς *ΑΓ* παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθω, ἢ αὐτὰ διάμετρος ἔστω, καὶ ἁ *ΒΓ* εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐκβεβλήσθω. εἰ δή κα ἀχθῇ τις ἄλλα ἁ *ΖΘ* παρὰ τὰν *ΒΔ* τέμνουσα τὰν διὰ τῶν *Α*, *Γ* εὐθεῖαν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ἁ *ΖΘ* ποτὶ τὰν *ΘΗ*, ὃν ἁ *ΔΑ* ποτὶ τὰν *ΔΖ*.

ἄχθω γὰρ δια τοῦ *Η* παρὰ τὰν *ΑΓ* ἁ *ΚΗ*. ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ *ΒΔ* ποτὶ τὰν *ΒΚ* μάκει, οὕτως ἁ *ΔΓ* ποτὶ τὰν *ΚΗ* δυνάμει. ἀποδεδείκται γὰρ τοῦτο. ἐσσείται

---

2. ἦ] supra scriptum manu 1 F. *ορθογωνι* cum comp. *ον* F. ἁ δέ] *η δε* F; corr. Torellius. 3. *αυτα·τα* F, uulgo; *τα* deleui; *αὐτὰ ἁ* B, Riualtus, Torellius. 4. *διαμετρω* F; corr. B. *αχθωσαν* FC; *ἀχθῶσι* uulgo. 5. *παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β*] om. F; corr. B. 7. *ΒΔ μάκει* A, ed. Basil., Torellius. 8. *οὕτως δυνάμει* ed. Basil., Torellius. 10. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 12. *τμημα* F, ut lin. 14: *αυτη*, lin. 16: *αλλη*, lin. 19: *ηχθω*; corr. Torellius. 16. *κα ἀχθῇ*] scripsi; *κατ-αχθειη* F, uulgo. 17. *ἑκατέραν τᾶν ΑΓ καὶ ΓΒ· εὐθεῖα* Torellius; *ἑκατέραν τᾶν αγβ εὐθειᾶν* mg. ed. Basil. 19. *Η*] *Ι* FV. 21. *ΚΗ*] *ΚΙ* F; corr. ed. Basil.

III.

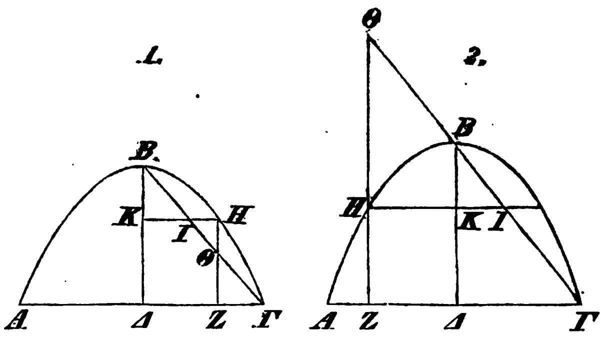
Si $AB\Gamma$ sectio est coni rectanguli, et linea $B\Delta$ diametro parallela uel ipsa diametrus, et ducuntur lineae quaedam $A\Delta$, EZ lineae in B sectionem coni contingenti parallelae, erit $B\Delta : BZ = A\Delta^2 : EZ^2$.[1])

Haec autem in elementis conicis demonstrata sunt.[2])

IV.

Sit $AB\Gamma$ segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum, et a media linea $A\Gamma$ ducatur $B\Delta$ diametro parallela, uel ipsa diametrus sit, et ducatur linea $B\Gamma$ et producatur.[3]) si igitur alia linea $Z\Theta$ lineae $B\Delta$ parallela ducitur, ita ut lineam per A, Γ ductam secet, erit $Z\Theta : \Theta H = \Delta A : \Delta Z$.

ducatur enim per punctum H linea KH lineae $A\Gamma$



parallela. erit igitur $B\Delta : BK = \Delta\Gamma^2 : KH^2$. hoc

1) Apollon. I, 20; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 50 nr. 12.

2) In elementis conicis Aristaei et Euclidis; ibid. p. 42.

3) Respicitur ad fig. 2 solam, sed cfr. Zeitschr. f. Math. l. c. p. 58**.

ἄρα, ὡς ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΙ μάκει οὕτως ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ δυνάμει. ἀνάλογον ἄρα ἐντὶ αἱ ΒΓ, ΒΘ, ΒΙ γραμμαί· ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΘ, ὃν ἁ ΓΘ ποτὶ τὰν ΘΙ. ἔστιν ἄρα, ὡς ἁ ΓΔ ποτὶ τὰν ΔΖ, οὕτως ἁ ΘΖ ποτὶ τὰν ΘΗ. τᾷ δὲ ΔΓ ἴσα ἐστὶν ἁ ΔΑ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΔΖ, ὃν ἁ ΖΘ ποτὶ τὰν ΘΗ.

ε'.

Ἔστω τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τὸ ΑΒΓ, καὶ ἄχθω ἀπὸ τοῦ Α παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΖΑ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ ἁ ΓΖ. εἰ δή τις ἀχθείη ἐν τῷ ΖΑΓ τριγώνῳ παρὰ τὰν ΑΖ, εἰς τὸν αὐτὸν λόγον ἁ ἀχθεῖσα τετμησέται ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς καὶ ἁ ΑΓ ὑπὸ τᾶς ἀχθείσας [ἀνάλογον]. ὁμόλογον δὲ ἐσσείται τὸ τμᾶμα τᾶς ΑΓ τὸ ποτὶ τῷ Α τῷ τμάματι τᾶς ἀχθείσας τῷ ποτὶ τῷ Α.

ἄχθω γάρ τις ἁ ΔΕ παρὰ τὰν ΑΖ, καὶ τεμνέτω πρῶτον ἁ ΔΕ τὰν ΑΓ δίχα. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἁ ΑΒΓ, καὶ ἀγμένα ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, αἱ δὲ ΑΔ, ΔΓ ἴσαι, ἐσσείται τᾷ ΑΓ παράλληλος ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ ὀρθο-

1. ποτὶ τὰν ΒΘ — αἱ ΒΓ lin. 2 suppleui; om. F, uulgo. 5. ΔΖ — ποτὶ τάν om. F lacuna post ΘΗ relicta; corr. ed. Basil. 8. Hinc propositionum numeros om. F, sed initia per lineolam transuersam in mg. ductam designat. 9. τμημα F; corr. Torellius. 13. εἰς] addidi; om. F, uulgo. 16. ἀνάλογον] uncis inclusit ed. Basil.; om. Torellius. 17. τὸ ποτὶ τῷ] scripsi; ποτι το F, uulgo. τῷ Α] scripsi; τα Α F, uulgo; fort. τᾷ ΑΓ. 18. παρά] ποτι F; corr. A. 20. αγμενη F; corr. Torellius.

enim demonstratum est[1]) [prop. 3]. erit igitur

$$B\Gamma : BI = B\Gamma^2 : B\Theta^2.$$ [2])

quare lineae $B\Gamma$, $B\Theta$, BI proportionales sunt[3]); quare erit $B\Gamma : B\Theta = \Gamma\Theta : \Theta I$.[4]) erit igitur

$$\Gamma\Delta : \Delta Z = \Theta Z : \Theta H.$$ [5])

sed $\Delta A = \Delta\Gamma$. adparet igitur, esse

$$\Delta A : \Delta Z = Z\Theta : \Theta H.$$

V.

Sit $AB\Gamma$ segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum, et ducatur a puncto A diametro parallela linea ZA, et a Γ linea ΓZ sectionem coni in puncto Γ contingens. iam si linea aliqua in triangulo $ZA\Gamma$ lineae AZ parallela ducitur, in eadem ratione et linea ducta a sectione coni rectanguli et $A\Gamma$ a ducta linea secabitur; et pars lineae $A\Gamma$ ad A sita respondebit parti ductae lineae ad A sitae.

ducatur enim linea aliqua ΔE lineae AZ parallela, et primum linea ΔE lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales secet. iam quoniam $AB\Gamma$ sectio est coni rectanguli, et $B\Delta$ diametro parallela, et $A\Delta = \Delta\Gamma$, erit linea in puncto B sectionem coni rectanguli contingens

---

1) Sc. a prioribus, ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις; neque enim in prop. 3 demonstratum est. debuit esse $A\Delta^2 : KH^2$, sed $A\Delta = \Delta\Gamma$.

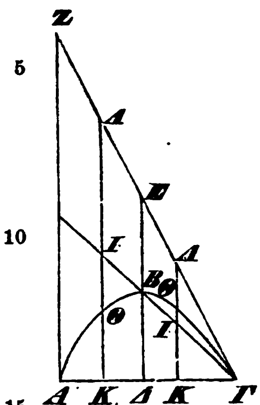
2) Nam $B\Delta : BK = B\Gamma : BI$ (Eucl. VI, 2) et
$$\Delta\Gamma : KH = \Delta\Gamma : Z\Delta = B\Gamma : B\Theta,$$
quia $B\Delta \mathbin{\#} Z\Theta$ (Eucl. VI, 2).

3) H. e. $B\Gamma : B\Theta = B\Theta : BI$ (Eucl. V def. 10).

4) ἐναλλάξ, συνθέντι, ἐναλλάξ ex $B\Gamma : B\Theta = B\Theta : BI$.

5) Nam $B\Gamma : B\Theta = \Gamma\Delta : \Delta Z$, quia $B\Delta \mathbin{\#} \Theta Z$, et
$$\Gamma\Theta : \Theta I = \Theta Z : \Theta H,$$
quia $HI = A\Gamma$ (Eucl. VI, 2).

γωνίου κώνου τομᾶς. πάλιν ἐπεὶ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν ἁ ΔΕ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἁ ΓΕ ἅπται ἐπιψαύουσα



τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἁ δὲ ΔΓ παράλληλος τᾷ κατὰ τὸ Β ἐπιψαυούσᾳ, ἴσα ἐστὶν ἁ ΕΒ τᾷ ΒΔ. ὥστε τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΔΓ, ὃν ἁ ΔΒ ποτὶ τὰν ΒΕ. εἰ μὲν οὖν δίχα τέμνει ἁ ἀχθεῖσα τὰν ΑΓ, δεδείκται· εἰ δὲ μή, ἄχθω τις ἄλλα ἁ ΚΛ παρὰ τὰν ΑΖ. δεικτέον οὖν, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΚΓ, ὃν ἁ ΚΘ ποτὶ τὰν ΘΛ. ἐπεὶ γὰρ ἴσα ἐστὶν ἁ ΒΕ τᾷ ΒΔ, ἴσα ἐστὶ καὶ ἁ ΙΛ τᾷ ΚΙ. τὸν αὐτὸν ἄρα λόγον ἔχει ἁ ΚΛ ποτὶ τὰν ΚΙ, ὃν ἁ ΑΓ ποτὶ τὰν ΔΑ. ἔχει δὲ καὶ ἁ ΚΙ ποτὶ τὰν ΚΘ τὸν αὐτὸν λόγον, ὃν ἁ ΔΑ ποτὶ τὰν ΑΚ. δεδείκται γὰρ ἐν τῷ πρότερον. ὥστε τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ἁ ΚΘ ποτὶ τὰν ΘΛ, ὃν ἁ ΑΚ ποτὶ τὰν ΚΓ. δεδείκται οὖν τὸ προτεθέν.

ϛ'.

Νοείσθω δὴ τό τε [ἐστιν τό] ἐν τᾷ θεωρίᾳ προκείμενον [ὁρώμενον] ἐπίπεδον ὀρθὸν ποτὶ τὸν ὁρίζοντα, καὶ τᾶς ΑΒ γραμμᾶς [ἔπειτα] τὰ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ κάτω νοείσθω, τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα ἄνω. τὸ δὲ ΒΔΓ τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τῷ Β γωνίαν καὶ τὰν ΒΓ πλευρὰν ἴσαν τᾷ ἡμισείᾳ τοῦ

13. τὰν ΚΓ] τον (comp.) ΚΓ F; corr. Torellius. 14. ιση F; corr. Torellius, ut lin. 15. 16. ἁ ΚΛ] om. F; corr. To-

lineae $A\Gamma$ parallela.[1]) rursus quoniam linea ΔE diametro parallela est, et a puncto Γ linea ΓE ducta est sectionem coni rectanguli in Γ contingens, et linea $\Delta\Gamma$ lineae in puncto B contingenti parallela est, erit $EB = B\Delta$ [prop. 2]. quare $A\Delta : \Delta\Gamma = \Delta B : BE$. si igitur ducta linea lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales diuidit, demonstratum est propositum. si minus, alia linea $K\Lambda$ lineae AZ parallela ducatur. demonstrandum igitur, esse $AK : K\Gamma = K\Theta : \Theta\Lambda$. nam quoniam $BE = B\Delta$, erit etiam $I\Lambda = KI$.[2]) itaque

$$K\Lambda : KI = A\Gamma : \Delta A.$$

uerum etiam $KI : K\Theta = \Delta A : AK$. hoc enim in praecedenti [propositione] demonstratum est.[3]) quare erit $K\Theta : \Theta\Lambda = AK : K\Gamma$.[4]) itaque constat propositum.

VI.

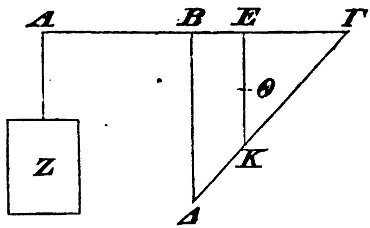
Fingatur iam planum, quod sub oculis est, ad horizontem perpendiculare, et quae in eadem parte lineae AB sunt, in qua est punctum Δ, infra esse fingantur, quae in altera, supra. et $B\Delta\Gamma$ triangulus sit rectangulus angulum ad B positum rectum habens et latus $B\Gamma$

1) U. prop. 1 b.
2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 3.
3) Ex prop. 4 erit $KI : I\Theta = A\Delta : K\Delta$; tum u. Eucl. V, 19 πόρισμα.
4) δι' ἴσου (Eucl. V, 22) $K\Lambda : K\Theta = A\Gamma : AK$; tum διελόντι et ἀνάπαλιν.

rellius. 19. Post προτερον addit Torellius: ὡς ἄρα ἁ $K\Theta$ ποτὶ τὰν $K\Lambda$, οὕτως ἁ AK ποτὶ τὰν $A\Gamma$. ὥστε] ωσ F; corr. Torellius. 23. δή] scripsi; δε F, uulgo. ἐστιν τό] deleo. τη F; corr. Torellius. 24. ὁρώμενον] deleo. 25. καί] διά Nizzius; καὶ διά Ien. ἔπειτα] deleo. 26. κάτω] κατα F. 27. ορθην F; corr. Torellius. τῷ] scripsi; τα F, uulgo; το Torellius.

ζυγοῦ [δηλονότι ἴσης οὔσης τᾶς *ΑΒ* τῇ *ΒΓ*]. κρεμάσθω δὲ τὸ τρίγωνον ἐκ τῶν *Β*, *Γ* σαμείων, κρεμάσθω δὲ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ *Ζ* ἐκ τοῦ ἑτέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ *Α*, καὶ ἰσορροπείτω τὸ *Ζ* χωρίον κατὰ τὸ *Α* κρεμάμενον τῷ *ΒΔΓ* τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. φαμὶ δή, τὸ *Ζ* χωρίον τοῦ *ΒΔΓ* τριγώνου μέρος τρίτον εἶμεν.

ἐπεὶ γὰρ ὑποκεῖται ἰσορροπέων ὁ ζυγός, εἴη κα ἁ *ΑΓ* γραμμὰ παρὰ τὸν ὁρίζοντα, αἱ δὲ ποτ' ὀρθὰς ἀγομέναι τᾷ *ΑΓ* ἐν τῷ ὀρθῷ ἐπιπέδῳ ποτὶ τὸν ὁρίζοντα καθέτοι ἐσσοῦνται ἐπὶ τὸν ὁρίζοντα. τετμάσθω δὴ ἁ *ΒΓ* γραμμὰ κατὰ τὸ *Ε* οὕτως, ὥστε διπλασίονα εἶμεν τὰν *ΓΕ* τᾶς *ΕΒ*, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν *ΔΒ* ἁ *ΚΕ*, καὶ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ *Θ*. τοῦ δὴ *ΒΔΓ* τριγώνου κέντρον βάρεός ἐστι τὸ *Θ* σαμεῖον. δεδείκται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. εἴ κα οὖν τοῦ *ΒΔΓ* τριγώνου ἁ μὲν κατὰ τὰ *Β*, *Γ* κρέμασις λυθῇ, κατὰ δὲ το *Ε* κρεμασθῇ, μένει τὸ τρίγωνον, ὡς νῦν ἔχει. ἕκαστον γὰρ τῶν κρεμαμένων, ἐξ οὗ σαμείου κα κατασταθῇ, μένει, ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τό τε σαμεῖον τοῦ κρεμαστοῦ καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένου. δεδείκται γὰρ καὶ τοῦτο. ἐπεὶ οὖν τὰν αὐτὰν



1. *δηλονότι — ΒΓ*] deleo. 2. *σημειων* F; corr. Torellius. 3. *μερους* F, uulgo. 5. *εοντι* F; corr. Torellius. 7. *ειναι* per comp. F; corr. Torellius. 8. *ισορροπων* F, uulgo. *εἴη κα*] scripsi; *εηκα* F, *εκ κα* uulgo; *ἐσσεῖται* Torellius cum B. 9. *παρὰ τὸν ὁρίζοντα, αἱ*] *αυτον οριζονται* F; corr. Torellius. 11. *καθετοις* F; corr. ed. Basil. 13. *τετμησθω* F; corr. To-

dimidiae librae aequale. suspendatur autem triangulus ex punctis B, Γ, et in altera parte librae aliud spatium Z ex puncto A suspendatur, et spatium Z ex A suspensum cum triangulo $B\Delta\Gamma$ ita se habenti, uti nunc positus est, aequilibritatem seruet. dico igitur, spatium Z tertiam partem esse trianguli $B\Delta\Gamma$.

nam quoniam suppositum est libram aequilibritatem seruare, linea $A\Gamma$ horizonti parallela erit, et lineae ad $A\Gamma$ perpendiculares in plano ad horizontem perpendiculari ductae, ad horizontem perpendiculares erunt.[1]) secetur igitur linea $B\Gamma$ in puncto E ita, ut sit $\Gamma E = 2EB$, et ducatur linea KE lineae ΔB parallela, et in puncto Θ in duas partes aequales secetur. itaque punctum Θ trianguli $B\Delta\Gamma$ centrum grauitatis est. hoc enim in mechanicis demonstratum est [ἐπιπεδ. ἰσορρ. I, 14].[2]) iam si trianguli $B\Delta\Gamma$ ex punctis B, Γ suspendium soluitur, et ex E suspenditur, triangulus manet, ut nunc se habet. nam omnia suspensa, in quocunque puncto posita sunt, ita manent, ut punctum suspendii et centrum grauitatis suspensi in perpendiculari posita sint. nam hoc quoque demonstratum est.[3]) quoniam igitur triangulus $B\Gamma\Delta$

1) Nam linea $A\Gamma$ ei lineae, in qua planum perpendiculare horizontem secat, parallela erit (Eucl. XI, 16); quare lineae ad $A\Gamma$ perpendiculares etiam ad illam lineam perpendiculares erunt (Eucl. I, 29). tum u. Eucl. XI def. 4.

2) Cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 179 nr. 6.

3) Sine dubio in libro περὶ ζυγῶν; Quaest. Arch. p. 32.

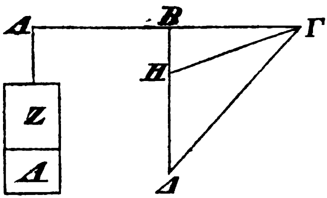
rellius, ut lin. 18. 19. βαρους F, uulgo, ut lin. 25. 21. ἁ] ο F; corr. Torellius. λυθῇ] scripsi; λυθειη F, uulgo. 22. τριγωνιον F; corr. A. 23. σημειον F; corr. Torellius. κα κατασταθῇ] scripsi; κατασταθεν F, uulgo. 26. γάρ] scripsi; ουν F, uulgo.

ἕξει κατάστασιν τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ποτὶ τὸν ζυγόν, ἰσορροπήσει ὁμοίως τὸ Ζ χωρίον. ἐπεὶ δὲ ἰσορροπέοντι τὸ μὲν Ζ κρεμάμενον κατὰ τὸ Α, τὸ δὲ ΒΔΓ κατὰ τὸ Ε, δῆλον, ὡς ἀντιπέπονθε τοῖς μάκεσιν, καί ἐστιν, ὡς ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΒΔΓ τρίγωνον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. τριπλασία δὲ ἁ ΑΒ τᾶς ΒΕ. καὶ τὸ ΒΔΓ ἄρα τρίγωνον τριπλάσιόν ἐστι τοῦ Ζ χωρίου.

φανερὸν δὲ [ὅτι] καί, εἴ κα τριπλάσιον ᾖ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ Ζ χωρίου, ὅτι ἰσορροπήσει.

ζʹ.

Ἔστω πάλιν ζυγὸς ἁ ΑΓ γραμμά, μέσον δὲ αὐτᾶς ἔστω τὸ Β, καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β [τὸ ΓΔΗ τρίγωνον]. τὸ δὲ ΓΔΗ ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὰν ΔΗ, ὕψος δὲ τὰν ἴσαν ἐοῦσαν τᾷ ἡμισείᾳ τοῦ ζυγοῦ. καὶ κρεμάσθω τὸ ΔΓΗ τρίγωνον ἐκ τῶν Β, Γ σαμείων, τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ Α ἰσορροπὲς ἔστω τῷ ΓΔΗ τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. ὁμοίως δὴ δειχθησέται τὸ Ζ χωρίον τρίτον μέρος τοῦ ΓΔΗ τριγώνου.



κρεμάσθω γάρ τι καὶ ἄλλο χωρίον ἐκ τοῦ Α τρίτον μέρος ἐὸν τοῦ ΒΓΗ τριγώνου. ἰσορροπήσει δὴ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τῷ ΖΑ. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΒΓΗ τρί-

2. ισορροπεωντι F; corr. Torellius. 9. ὅτι] deleo. 10. ὅτι] per comp. F; ὁμοίως Torellius. 12. γραμμη F; corr. Torellius. αυτης F; corr. Torellius. 13. τὸ ΓΔΗ τρίγωνον] deleo. 15. εχο cum comp. ον F. τὰν ΒΓ ἴσαν Nizzius. 17. σημειων F; corr. Torellius. 18. ισσορροπες F. τῷ] το F.

eandem positionem habebit ad libram, ut antea [cum eo] aequilibritatem seruabit spatium Z. et quoniam spatium Z ex A suspensum et triangulus $B\Delta\Gamma$ ex E suspensus aequilibritatem seruant, adparet, ea in contraria longitudinum proportione esse [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 6—7], et esse $B\Delta\Gamma : Z = AB : BE$. sed $AB = 3BE$. quare etiam $B\Delta\Gamma = 3Z$.

et manifestum est etiam, si triangulus $B\Delta\Gamma$ triplo maior sit spatio Z, aequilibritatem ea seruatura esse.

VII.

Rursus linea $A\Gamma$ libra sit, et medium eius sit B, et ex B suspendatur.[1]) $\Gamma\Delta H$ autem triangulus sit obtusiangulus basim habens lineam ΔH, altitudinem uero lineam dimidiae librae aequalem. et triangulus $\Delta\Gamma H$ ex punctis B, Γ suspendatur, spatium Z autem ex A suspensum cum triangulo $\Gamma\Delta H$ ita se habenti, ut nunc positus est, aequilibritatem seruet. iam eodem modo demonstrabimus, spatium Z tertiam partem esse trianguli $\Gamma\Delta H$.

suspendatur enim etiam aliud spatium [Λ] ex puncto A, quod tertia pars sit trianguli $B\Gamma H$. itaque triangulus $B\Delta\Gamma$ cum spatio $Z + \Lambda$ aequilibritatem seruabit.[2]) iam quoniam triangulus $B\Gamma H$ cum

1) Sc. libra; cfr. prop. 8. nam triangulus $\Gamma\Delta H$ non ex B, sed ex B et Γ suspenditur (lin. 17).

2) Nam suppositum est, Z et $\Gamma\Delta H$ aequilibritatem seruare, et ex prop. 6, b Λ et $BH\Gamma$ aequilibritatem seruant. hinc autem hoc quoque sequitur, esse $B\Delta\Gamma = 3\,(Z + \Lambda)$ (prop. 6).

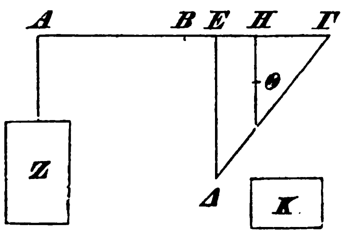
20. δή] scripsi; δὲ F, uulgo. 24. αλλω F. χωρίον τὸ Λ Nizzius. 25. δή] scripsi; δε F, uulgo.

γωνον ἰσορροπεῖ τῷ Λ, τὸ δὲ ΒΓΔ τῷ ΖΛ, καὶ τρίτον ἐστὶ τοῦ ΒΓΔ τὸ ΖΛ, φανερόν, ὅτι καὶ τὸ ΓΔΗ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ Ζ.

η'.

Ἔστω ζυγὸς ὁ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ Β, τὸ δὲ ΓΔΕ τρίγωνον ὀρθογώνιον ὀρθὰν ἔχον τὰν ποτὶ τῷ Ε γωνίαν, καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, Ε, τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΓΔΕ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ χωρίον. φαμὶ δὴ τὸ Ζ χωρίον τοῦ μὲν ΓΔΕ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν, τοῦ δὲ Κ μεῖζον.

λελάφθω γὰρ τοῦ ΔΕΓ τριγώνου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος, καὶ ἔστω τὸ Θ, καὶ ἁ ΘΗ ἄχθω παρὰ τὰν ΔΕ. ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ ΓΔΕ τρίγωνον τῷ Ζ χωρίῳ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον τὸ ΓΔΕ χωρίον ποτὶ τὸ Ζ, ὃν ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ. ὥστε ἔλασσόν ἐστι τὸ Ζ τοῦ ΓΔΕ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ μὲν τὸ Ζ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΗ, ποτὶ δὲ τὸ Κ, ὃν ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, δῆλον, ὡς μείζονα λόγον ἔχει τὸ ΓΔΕ τρίγωνον ποτὶ τὸ Κ ἢ ποτὶ τὸ Ζ. ὥστε μεῖζόν ἐστι τὸ Ζ τοῦ Κ.



1. Λ] Α F; corr. Torellius. 2. ΖΛ] ΖΑ FV. 5. ΑΓ] ΑΒ F; corr. Riualtus. κεκρεμασθω F. 6. δέ] addidi (u.

spatio Λ, et triangulus $B\Gamma\Delta$ cum $Z + \Lambda$ aequilibritatem seruat, et tertia pars est trianguli $B\Delta\Gamma$ spatium $Z + \Lambda$ [et trianguli $BH\Gamma$ spatium Λ][1]), manifestum est, triangulum $\Gamma\Delta H$ triplo maiorem esse spatio Z.

VIII.

Libra sit $A\Gamma$, et medium eius punctum B, et ex puncto B suspendatur, $\Gamma\Delta E$ autem triangulus sit rectangulus angulum ad E positum rectum habens, et in libra ex punctis Γ, E suspendatur, et spatium Z ex A suspendatur et cum $\Gamma\Delta E$ ita se habenti, ut nunc positus est, aequilibritatem seruet. et sit

$$AB : BE = \Gamma\Delta E : K.$$

dico igitur, spatium Z minus esse triangulo $\Gamma\Delta E$ maius autem spatio K.

sumatur enim trianguli $\Delta E\Gamma$ centrum grauitatis et sit Θ [p. 306, 18], et ducatur ΘH lineae ΔE parallela. iam quoniam triangulus $\Gamma\Delta E$ cum spatio Z aequilibritatem seruat, erit

$$\Gamma\Delta E : Z = AB : BH \text{ [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 6—7].}$$

quare $Z < \Gamma\Delta E$. et quoniam est

$$\Gamma\Delta E : Z = BA : BH$$

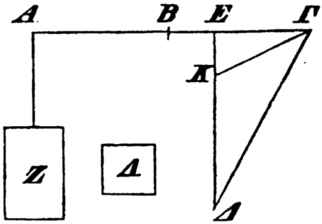
et $\Gamma\Delta E : K = BA : BE$ [ex hypothesi], adparet, esse $\Gamma\Delta E : K > \Gamma\Delta E : Z$. quare $Z > K$ [Eucl. V, 10].

1) Fortasse lin. 2 addendum est: τοῦ δὲ $B\Gamma H$ τὸ Λ.

p. 309 not. 1); om. F, uulgo. 7. τῷ] scripsi; ταν F, uulgo; τό Torellius. 24. ἔχει] εχον F; corr. Ien.

θʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζύγιον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, τὸ δὲ ΓΔΚ τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὰν ΔΚ, ὕψος δὲ τὰν ΕΓ. καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, Ε. τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΔΓΚ τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΓΔΚ τρίγωνον ποτὶ τὸ Λ. φαμὶ δὴ τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ ΔΓΚ ἔλασσον.



δειχθησέται ὁμοίως τῷ πρότερον.

ιʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΒΓ ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β, τὸ δὲ ΒΔΗΚ τραπέζιον τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Β, Η σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΚΔ πλευρὰν ἐπὶ τὸ Γ νεύουσαν. καὶ ὃν ἔχει λόγον ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΒΔΚΗ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ. κρεμάσθω δὲ τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Η σαμεῖα, κρεμάσθω δὲ καὶ τὸ Ζ χωρίον κατὰ τὸ Α καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΒΔΚΗ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν ὑποκεῖται. φαμὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλασσον εἶμεν τοῦ Λ.

τετμάσθω γὰρ ἁ ΑΓ κατὰ τὸ Ε οὕτως, ὥστε ὃν ἔχει λόγον ἁ διπλασία τᾶς ΔΒ καὶ ἁ ΚΗ ποτὶ τὰν διπλασίαν τᾶς ΚΗ καὶ τὰν ΒΔ, τοῦτον ἔχειν τὰν ΕΗ

4. κεκρεμασθω F; corr. A. 6. κεκρεμασθω F; corr. AB.

IX.

Rursus sit $\Delta\Gamma$ libra, et medium eius punctum B, et triangulus $\Gamma\Delta K$ obtusiangulus basim habens ΔK, altitudinem autem $E\Gamma$; et in libra ex Γ, E suspendatur. Z autem spatium ex A suspendatur et cum triangulo $\Delta\Gamma K$ ita se habenti, ut nunc positus est, aequilibritatem seruet. et sit $\Gamma\Delta K : \Lambda = AB : BE$. dico igitur, spatium Z maius esse spatio Λ, minus autem triangulo $\Delta\Gamma K$.

demonstrabitur eodem modo, quo praecedens propositio.

X.

Rursus sit $AB\Gamma$ libra, et medium eius punctum B, et $B\Delta HK$ trapezium angulos ad puncta B, H positos rectos habens et latus $K\Delta$ ad Γ uergens. et sit

$$B\Delta KH : \Lambda = BA : BH.$$

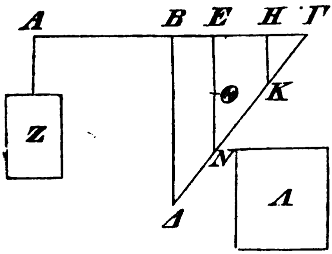
et trapezium $B\Delta HK$ in libra ex punctis B, H suspendatur, et etiam spatium Z ex A suspendatur et cum trapezio $B\Delta KH$ ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruet. dico, spatium Z minus esse spatio Λ.

secetur enim linea $A\Gamma$ in puncto E ita, ut sit

$$2\Delta B + KH : 2KH + B\Delta = EH : BE,$$

8. ΔEK F; corr. Torellius. 17. τραπεξειον F, uulgo; et haec forma F in hoc libro semper praebet. 18. σημειοις F; corr. manus 2. 21. Λ χωρίον Torellius. κεκρεμασθω F, uulgo. 22. τὰ B, H σαμεῖα] scripsi; των B, H σαμειων F, uulgo. κεκρεμασθω F, uulgo. 24. φημι F; corr. Torellius. 26. τετμησθω F; corr. Torellius, ut p. 314 lin. 2. 27. της F; corr. Torellius. 28. τάν] (prius) scripsi; της F, uulgo; τᾶς Torellius. ἔχειν] ον εχει F (ον supra scr. manu 1); corr. ed. Basil.

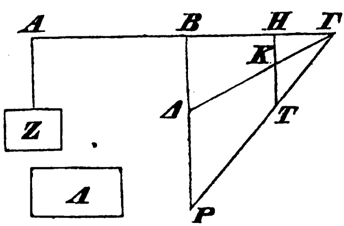
ποτὶ τὰν ΒΕ, καὶ διὰ τοῦ Ε παρὰ τὰν ΒΔ ἀχθεῖσα ἁ ΕΝ τετμάσθω δίχα κατὰ τὸ Θ. τοῦ δὴ ΒΔΗΚ τραπεζίου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ Θ. δεδείκται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς μηχανικοῖς. ἦν οὖν τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον κατὰ μὲν τὸ Ε κρεμασθῇ, ἀπὸ δὲ τῶν Β, Η σαμείων λυθῇ, μένει τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον, καὶ ἰσορροπεῖ τῷ Ζ



χωρίῳ. ἐπεὶ οὖν ἰσορροπεῖ τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον κατὰ τὸ Ε κρεμάμενον τῷ Ζ χωρίῳ κατὰ τὸ Α κρεμαμένῳ, ἐσσείται, ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ χωρίον. μείζονα οὖν λόγον ἔχει τὸ ΒΔΗΚ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ ἤπερ ποτὶ τὸ Λ, ἐπεὶ καὶ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ποτὶ τὰν ΒΗ. ὥστε ἔλασσον ἐσσείται τὸ Ζ τοῦ Λ.

ια΄.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β, τὸ δὲ ΚΔΤΡ τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ΚΔ, ΤΡ πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ Γ νευούσας, τὰς δὲ ΔΡ, ΚΤ καθέτους ἐπὶ τὰν ΒΓ, καὶ ἁ ΔΡ ἐπὶ τὸ Β πιπτέτω. ὃν δὲ λόγον



ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΤΡ

3. *βαρους* F, uulgo. 8. *σημειων* F; corr. Torellius. *λυθῇ*] scripsi; *λυθειη* F, uulgo. 9. *εχοντα* F. 11. *ἰσορροπεῖ*] scripsi;

et linea *EN* per *E* ducta lineae $B\varDelta$ parallela in puncto $\varTheta$ in duas partes aequales secetur. itaque trapezii $B\varDelta HK$ centrum grauitatis est $\varTheta$. hoc enim in mechanicis demonstratum est [*ἐπιπ. ἰσορρ.* I, 15]. si igitur trapezium $B\varDelta HK$ ex puncto *E* suspenditur, ex *B*, *H* autem punctis soluitur, manet eandem positionem habens propter eadem, quae supra[1]), et cum spatio *Z* aequilibritatem seruat. iam quoniam trapezium $B\varDelta HK$ ex *E* suspensum cum spatio *Z* ex *A* suspenso aequilibritatem seruat, erit $BA : BE = B\varDelta HK : Z$ [*ἐπιπ. ἰσορρ.* I, 6—7]. quare $B\varDelta HK : Z > B\varDelta HK : A$, quia etiam $AB : BE > AB : BH$.[2]) quare $Z < A$ [Eucl. V, 10].

XI.

Rursus sit $A\varGamma$ libra, et medium eius punctum *B*, et $K\varDelta TP$ trapezium sit latera $K\varDelta$, *TP* ad punctum $\varGamma$ uergentia habens, latera autem $\varDelta P$, *KT* ad $B\varGamma$ perpendicularia, et $\varDelta P$ in *B* cadat. praeterea sit

$$AB : BH = \varDelta KTP : A,$$

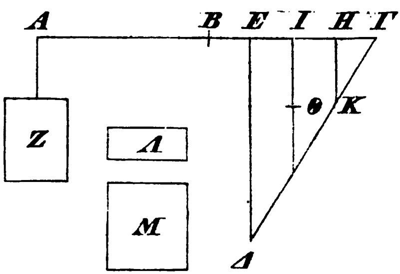
1) Prop. 6 p. 306, 23.
2) Nam $BE < BH$.

ισορροπειτω F, uulgo; *ἰσορροπήσει* ed. Basil., Torellius. 15. *μείζονα οὖν*] scripsi; *μειζ* (cum comp. *ον*) *ονα* F; *μείζονα* CD; *μείζονα ἄρα* uulgo. *εχ* cum comp. *ον* F; corr. AB. 16. *τραπειον* F. 18. *εσται* per comp. F, uulgo. 26. *η* F; corr. Torellius.

τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ. τὸ δὲ ΔΚΤΡ τραπέζιον κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Η καὶ τὸ Ζ κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τὸ Ζ τῷ ΔΚΡΤ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθησέται ἔλασσον τὸ Ζ χωρίον τοῦ Λ.

ιβ′.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζύγιον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, τὸ δὲ ΔΕΚΗ τραπέζιον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Ε, Η σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ ΚΔ, ΕΗ γραμμὰς ποτὶ τὸ Γ νευούσας. καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΕΗ τραπέζιον ποτὶ τὸ Μ, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον τὸν λόγον ἐχέτω τὸ ΔΚΕΗ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ. κρεμάσθω δὲ τὸ ΔΚΕΗ τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Ε, Η, τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α, καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν ὑποκεῖται. φαμὶ δὴ τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.



ἔλαβον γὰρ τοῦ ΔΚΕΗ τραπεζίου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος, ἔστω δὲ τὸ Θ· λαφθησέται δὲ ὁμοίως τῷ πρότερον· καὶ ἄγω τὰν ΘΙ παρὰ τὰν ΔΕ. ἂν οὖν τὸ τραπέζιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμασθῇ κατὰ τὸ Ι, ἀπὸ δὲ τῶν Ε, Η λυθῇ, μενεῖ τὰν αὐτὰν ἔχον κατάστασιν

1. κεκρεμασθω F, uulgo. 3. τὸ Ζ] τω Ζ F; corr. B. 9.

et trapezium ΔKTP in libra ex B, H suspendatur et Z ex A, et Z spatium cum trapezio ΔKPT ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruet. eodem igitur modo, quo in praecedentibus propositionibus, demonstrabitur $Z < A$.

XII.

Rursus sit $A\Gamma$ libra, medium autem eius punctum B, et ΔEKH trapezium sit angulos ad puncta E, H positos rectos habens et lineas $K\Delta$, EH ad punctum Γ uergentes. et sit

$$AB : BH = \Delta KEH : M \text{ et } AB : BE = \Delta KEH : A.$$

et trapezium ΔKEH in libra ex punctis E, H suspendatur, Z autem spatium ex A suspendatur, et cum trapezio ita se habenti ut nunc positum est, aequilibritatem seruet. dico igitur esse $M > Z > A$.

sumpsi enim trapezii ΔKEH centrum grauitatis, et sit Θ; sumetur autem eodem modo, quo supra [p. 306, 18]; et duco ΘI lineae ΔE parallelam. si igitur trapezium in libra ex puncto I suspenditur et ex punctis E, H soluitur, manebit eandem positionem

---

σημειοις F; corr. Torellius. 14. κεκρεμασθω F, uulgo. 18. κρεμάσθω] scripsi; εκκρεμασθω F, uulgo; κεκρεμάσθω Torellius. 26. βαρους F, uulgo. ληφθησεται F; corr. Torellius. 28. κρεμασθῇ] scripsi; κρεμασθησεται F, uulgo.

καὶ ἰσορροπήσει τῷ Ζ διὰ τὰ αὐτὰ τοῖς πρότερον. ἐπεὶ δὲ ἰσορροπεῖ τὸ τραπέζιον κρεμάμενον κατὰ τὸ Ι τῷ Ζ κρεμαμένῳ κατὰ τὸ Α, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον τὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ Ζ, ὃν ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΙ. δῆλον οὖν, ὅτι τὸ ΔΚΕΗ ποτὶ μὲν τὸ Λ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ποτὶ τὸ Ζ, ποτὶ δὲ τὸ Μ ἐλάσσονα ἢ ποτὶ τὸ Ζ. ὥστε τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζόν ἐστι, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.

ιγʹ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν ΑΓ ζύγιον, κατὰ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Β, τὸ δὲ ΚΔΤΡ τραπέζιον, ὥστε τὰς μὲν ΚΔ, ΤΡ πλευρὰς νευούσας εἶμεν ἐπὶ τὸ Γ, τὰς δὲ ΔΤ, ΚΡ καθέτους ἐπὶ τὰν ΒΓ. κρεμάσθω δὲ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Ε, Η, τὸ δὲ Ζ χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ Α καὶ ἰσορροπείτω τῷ ΔΚΤΡ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται. καὶ ὃν μὲν ἔχει λόγον ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΕ, τοῦτον ἐχέτω τὸ ΔΚΤΡ τραπέζιον ποτὶ τὸ Λ χωρίον, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΗ, τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπέζιον ποτὶ τὸ Μ. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθησέται τὸ Ζ τοῦ μὲν Λ μεῖζον, τοῦ δὲ Μ ἔλασσον.

ιδʹ.

Ἔστω τμᾶμα τὸ ΒΘΓ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς. ἔστω δὴ πρῶτον ἁ ΒΓ ποτ'

---

1. *τῷ*] *τα* F; corr. AB. 2. *ἰσορροπεῖ*] -*ει* in rasura F. 5. *Λ*] *Α* FV. 7. *μειζο* cum comp. *ον* F. 9. *κατά*] *καὶ τό* Torellius. 13. *Η*] om. F. *κεκρεμασθω* F, uulgo. 22. *τμημα* F; corr. Torellius. 23. *ποτ'*] *προς* per comp. F; corr. Torellius (*ποτί*).

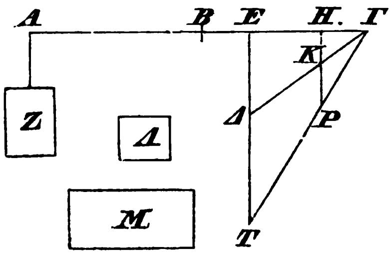
habens et cum Z aequilibritatem seruabit propter eadem, quae supra [prop. 6 p. 306, 23]. et quoniam trapezium ex I suspensum cum Z ex A suspenso aequilibritatem seruat, erit $\Delta KEH : Z = AB : BI$. adparet igitur, esse $\Delta KEH : \Lambda > \Delta KEH : Z$ et

$$\Delta KEH : M < \Delta KEH : Z.$$[1]

quare erit [Eucl. V, 10] $M > Z > \Lambda$.

XIII.

Rursus sit $A\Gamma$ libra, et in media ea positum punctum B, et $K\Delta TP$ trapezium eiusmodi, ut latera $K\Delta$, TP ad Γ uergant, latera autem ΔT, KP ad $B\Gamma$ per-



pendicularia sint. suspendatur autem in libra ex punctis E, H, et spatium Z ex A suspendatur et cum trapezio ΔKTP ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruet. et sit $AB : BE = \Delta KTP : \Lambda$, et $AB : BH = \Delta KTP : M$. eodem igitur modo, quo supra, demonstrabitur esse $M > Z > \Lambda$.

XIV.

Sit $B\Theta\Gamma$ segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum. prius igitur $B\Gamma$ ad diame-

1) Quia $BH > BI > BE$.

ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, καὶ ἄχθω ἀπὸ μὲν τοῦ Β σαμείου ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. ἐσσεῖται δὴ τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ὀρθογώνιον. διῃρήσθω δὲ ἁ ΒΓ ἐς ἴσα τμάματα ὁποσαοῦν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ, καὶ ἀπὸ τᾶν τομᾶν ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ, ἀπὸ δὲ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ Γ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. φαμὶ δὴ τὸ τρίγωνον τὸ ΒΔΓ τῶν μὲν τραπεζίων τῶν ΚΕ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ καὶ τοῦ ΙΟΓ τριγώνου μεῖζόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον.

διάχθω γὰρ εὐθεῖα ἁ ΑΒΓ, καὶ ἀπολελάφθω ἁ ΑΒ ἴσα τᾷ ΒΓ, καὶ νοείσθω ζύγιον τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ ἐσσεῖται τὸ Β, καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ Β. κρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΒΔΓ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Β, Γ, ἐκ δὲ τοῦ θατέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κρεμάσθω τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, $Δ_ς$ χωρία κατὰ τὸ Α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ μὲν Ρ χωρίον τῷ ΔΕ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι, τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ, τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ, τὸ δὲ Ω τῷ ΥΙ, τὸ δὲ $Δ_ς$ τῷ ΞΙΓ τριγώνῳ. ἰσορροπήσει δὴ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. ὥστε τριπλάσιον ἂν εἴη τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ ΡΧΨΩ$Δ_ς$ χωρίου. καὶ ἐπεί ἐστιν τμᾶμα τὸ ΒΓΘ, ὃ περιεχέται ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου

---

4. *δέ*] scripsi; *δη* F, uulgo. 5. *ἴσα*] scripsi; *τα* F, uulgo; *τὰ τμάματα ἴσα* Nizzius. *τμηματα* F; corr. Torellius. 6. *ΙΓ*] om. F; corr. Nizzius. *τας τομας* (*ας* bis per comp.) F; corr. Torellius. 8. *τεμνουσιν* F, uulgo. *την . . τομην* F; corr. Torellius. 9. *ἐπί*] scripsi; *κατα* F, uulgo. 14. *διηχθω* F; corr. Torellius. *η ΑΓΒ* F; *ἁ ΓΒ* Torellius; *ἡ ΑΒ* A, ed. Basil.; corr. BCD. 18. *μερους* F, uulgo. 19. $Δ_ς$]

trum perpendicularis sit, et ducatur a puncto *B* diametro parallela linea *BΔ*, et a *Γ* linea *ΓΔ* sectionem coni in puncto *Γ* contingens. erit igitur *BΓΔ* triangulus rectangulus.[1]) diuidatur autem *BΓ* in partes aequales quotlibet *BE*, *EZ*, *ZH*, *HI*, *IΓ*, et a punctis diuisionum diametro parallelae ducantur *EΣ*, *ZT*, *HΥ*, *IΞ*, et a punctis, in quibus eae sectionem coni secant, lineae ducantur ad *Γ* et producantur. dico igitur, triangulum *BΔΓ* minorem esse quam triplo maiorem trapeziis *KE*, *ΛZ*, *MH*, *NI* cum triangulo *ΞIΓ*, maiorem autem quam triplo maiorem trapeziis *ZΦ*, *HΘ*, *IΠ* cum triangulo *IOΓ*.

ducatur enim linea *ABΓ*, et abscindatur *AB* lineae *BΓ* aequalis, et fingamus, *AΓ* libram esse, cuius medium erit punctum *B*, et ex *B* suspendatur. suspendatur autem etiam *BΔΓ* in libra ex punctis *B*, *Γ*, et in altera parte librae ex puncto *A* suspendantur spatia *P*, *X*, *Ψ*, *Ω*, Δ_{ς}. et aequilibritatem seruet spatium *P* cum trapezio *ΔE* ita se habenti, *X* autem cum trapezio *ZΣ*, *Ψ* autem cum trapezio *TH*, *Ω* autem cum trapezio *ΥI*, et Δ_{ς} cum triangulo *ΞIΓ*. quare etiam totum cum toto aequilibritatem seruabit. itaque triangulus *BΔΓ* triplo maior erit spatio

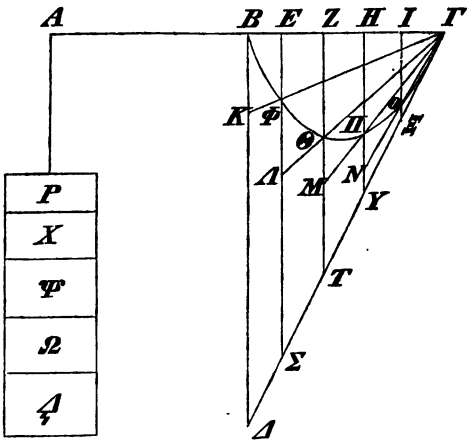
$$P + X + \Psi + \Omega + \Delta_{\varsigma} \text{ [prop. 6].}$$

et quoniam *BΓΘ* segmentum est linea recta et coni

1) Quia *BΓ* ad diametrum perpendicularem esse suppositum est; tum u. Eucl. I, 29.

scripsi; *Δ* F, uulgo. 20. ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται Torellius. 22. Δ_{ς}] scripsi; *Δ* F, uulgo, ut lin. 24 et in figura. *ZIΓ* F. 24. τμημα F; corr. Torellius.

κώνου τομᾶς, καὶ ἀπὸ μὲν τοῦ Β παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται ἁ ΒΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἄκται δέ τις καὶ ἄλλα



παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΣΕ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ἁ ΒΓ ποτὶ τὰν ΒΕ, ὃν ἁ ΣΕ ποτὶ τὰν ΕΦ. ὥστε καὶ ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ὃν τὸ ΔΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΚΕ. ὁμοίως δὲ δειχθησέται ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΖ τὸν αὐτὸν ἔχουσα λόγον, ὃν τὸ ΣΖ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΛΖ, ποτὶ δὲ τὰν ΒΗ, ὃν τὸ ΤΗ ποτὶ τὸ ΜΗ, ποτὶ δὲ τὰν ΒΙ, ὃν τὸ ΥΙ ποτὶ τὸ ΝΙ. ἐπεὶ οὖν ἐστι τραπέζιον τὸ ΔΕ τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Β, Ε σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ πλευρὰς ἐπὶ τὸ Γ νευούσας, ἰσορροπεῖ δέ τι χωρίον αὐτῷ τὸ Ρ κρεμάμενον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Α οὕτως ἔχοντος τοῦ τραπεζίου, ὡς νῦν κεῖται, καί ἐστιν, ὡς ἁ ΒΑ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΔΕ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΚΕ, μεῖζον

2. ηκται F; corr. Torellius. 8. εχοντι F; corr. B. 9. ΑΖ]

rectanguli sectione comprehensum, et a B diametro parallela ducta est linea $B\Delta$, a puncto Γ autem linea $\Gamma\Delta$ sectionem coni in Γ contingens, et alia quoque linea ΣE diametro parallela ducta est, erit

$$B\Gamma : BE = \Sigma E : E\Phi \text{ [prop. 5].}$$

quare etiam $BA : BE = \Delta E : KE$.[1]) et eodem modo demonstrabitur esse $AB : BZ = \Sigma Z : AZ$ et

$$AB : BH = TH : MH \text{ et } AB : BI = \Upsilon I : NI.$$

iam quoniam trapezium est ΔE angulos ad puncta B, E positos rectos habens, latera autem ad Γ uergentia, et spatium aliquod P in libra ex A suspensum cum eo ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruat, et est $BA : BE = \Delta E : KE$,

1) Nam $BA = B\Gamma$ et $\Delta E : KE = \Sigma E : E\Phi$; u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 11.

AZ F. 10. BI] BH F. 12. σημειοις F; corr. Torellius. 13. τὸ P] τῶϱ uno ductu F.

ἄρα ἐστὶν τὸ ΚΕ χωρίον τοῦ Ρ χωρίου. δεδείκται γὰρ τοῦτο. πάλιν δὲ καὶ τὸ ΖΣ τραπέζιον τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Ζ, Ε γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰν δὲ ΣΤ νεύουσαν ἐπὶ τὸ Γ, ἰσορροπεῖ δὲ αὐτῷ χωρίον τὸ Χ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κρεμάμενον κατὰ τὸ Δ, οὕτως ἔχοντι τῷ τραπεζίῳ, ὡς νῦν κεῖται, καί ἐστιν, ὡς μὲν ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΕ, οὕτως τὸ ΖΣ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΖΦ, ὡς δὲ ἁ ΑΒ ποτὶ τὰν ΒΖ, οὕτως τὸ ΖΣ τραπέζιον ποτὶ τὸ ΔΖ. εἴη οὖν κα τὸ Χ χωρίον τοῦ μὲν ΔΖ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΖΦ μεῖζον. δεδείκται γὰρ καὶ τοῦτο. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ Ψ χωρίον τοῦ μὲν ΜΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΘΗ μεῖζον, καὶ τὸ Ω χωρίον τοῦ μὲν ΝΟΙΗ τραπεζίου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΠΙ μεῖζον. ὁμοίως δὲ καὶ τὸ Δ̣ χωρίον τοῦ μὲν ΞΙΓ τριγώνου ἔλασσον, τοῦ δὲ ΓΙΟ μεῖζον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΚΕ τραπέζιον μεῖζόν ἐστι τοῦ Ρ χωρίου, τὸ δὲ ΔΖ τοῦ Χ, τὸ δὲ ΜΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΝΙ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΞΙΓ τρίγωνον τοῦ Δ̣, φανερόν, ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα χωρία μείζονά ἐστι τοῦ ΡΧΨΩΔ̣ χωρίου. ἔστιν δὲ τὸ ΡΧΨΩΔ̣ τρίτον μέρος τοῦ ΒΓΔ τριγώνου. δῆλον ἄρα, ὅτι τὸ ΒΓΔ τρίγωνον ἔλασσόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον τῶν ΚΕ, ΔΖ, ΜΗ, ΝΙ τραπεζίων καὶ τοῦ ΞΙΓ τριγώνου. πάλιν ἐπεὶ τὸ μὲν ΖΦ τραπέζιον ἔλασσόν ἐστι τοῦ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΘΗ τοῦ Ψ, τὸ δὲ ΙΠ τοῦ Ω, τὸ δὲ ΙΟΓ τρίγωνον τοῦ Δ̣, φανερόν, ὅτι καὶ πάντα τὰ εἰρημένα ἐλάσσονά ἐστι τοῦ Δ̣ΩΨΧ χωρίου. φανερὸν οὖν, ὅτι καὶ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον μεῖζόν ἐστιν ἢ

3. εχων F; corr. B. 9. οὖν] scripsi; αν F, uulgo. κα] scripsi; και F, uulgo. 14. ὁμοίως δέ] scripsi; ομοιως δη F, uulgo. Δ̣] scripsi; Δ F, uulgo, ut lin. 18, 19, 20, 25. 20.

erit $KE > P$. hoc enim demonstratum est [prop. 10]. rursus autem etiam $Z\Sigma$ trapezium est[1]) angulos ad Z, E positos rectos habens, et latus ΣT ad Γ uergens, et cum trapezio[2]) ita se habenti, ut nunc positum est, spatium X in libra ex A suspensum aequilibritatem seruat, et est $BA : BE = Z\Sigma : Z\Phi$, et $AB : BZ = Z\Sigma : \Lambda Z$. quare erit $\Lambda Z > X > Z\Phi$. nam hoc quoque demonstratum est [prop. 12]. eadem igitur de causa erit etiam $MH > \Psi > \Theta H$, et

$$NOIH > \Omega > \Pi I.$$

et eodem modo etiam $\Xi I\Gamma > \Delta_5 > \Gamma IO$ [prop. 8]. iam quoniam est

$$KE > P,\ \Lambda Z > X,\ MH > \Psi,\ NI > \Omega,\ \Xi I\Gamma > \Delta_5,$$

manifestum est, etiam omnia spatia illa maiora esse spatio $P + X + \Psi + \Omega + \Delta_5$. sed

$$P + X + \Psi + \Omega + \Delta_5 = \tfrac{1}{3} B\Gamma\Delta \text{ [prop. 6].}$$

adparet igitur, esse

$$B\Gamma\Delta < 3(KE + \Lambda Z + MH + NI + \Xi I\Gamma).$$

rursus quoniam est $Z\Phi < X$, $\Theta H < \Psi$, $I\Pi < \Omega$, $IO\Gamma < \Delta_5$, manifestum est, etiam omnia illa spatia minora esse spatio $\Delta_5 + \Omega + \Psi + X$. manifestum est igitur, etiam triangulum $B\Delta\Gamma$ maiorem esse quam

---

1) Auditur ἐστι lin. 2.

2) Ueri simile est, scribendum esse lin. 5: ἔχοντος τοῦ τραπεζίου ut p. 322 lin. 14.

$B\Gamma\Delta$] $A\Gamma\Delta$ F; corr. Nizze. 26. $\Delta_5 \Omega \Psi X$] sic F; $\Delta \Omega \Psi X$ uulgo.

τριπλάσιον τῶν ΦΖ, ΘΗ, ΙΠ τραπεζίων καὶ τοῦ ΙΓΟ τριγώνου, ἔλασσον δὲ ἢ τριπλάσιον τῶν προγεγραμμένων.

ιε'.

Ἔστω πάλιν τὸ ΒΘΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἁ δὲ ΒΓ μὴ ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ. ἀναγκαῖον δὴ ἤτοι τὰν ἀπὸ τοῦ Β σαμείου παρὰ τὰν διάμετρον ἀγμέναν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ τμάματι ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ Γ ἀμβλεῖαν ποιεῖν γωνίαν ποτὶ τὰν ΒΓ. ἔστω ἁ τὰν ἀμβλεῖαν ποιοῦσα ἁ ποτὶ τῷ Β. καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τοῦ Β ἁ ΒΔ, καὶ ἀπὸ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. καὶ διῃρήσθω ἁ ΒΓ εἰς τμάματα ἴσα ὁποσαοῦν τὰ ΒΕ, ΕΖ, ΖΗ, ΗΙ, ΙΓ, ἀπὸ δὲ τῶν Ε, Ζ, Η, Ι παρὰ τὰν διάμετρον ἄχθωσαν αἱ ΕΣ, ΖΤ, ΗΥ, ΙΞ, καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὸ Γ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν. φαμὶ δὴ καὶ νῦν τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τῶν μὲν τραπεζίων τῶν ΒΦ, ΛΖ, ΜΗ, ΝΙ καὶ τοῦ ΓΙΞ τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ ΖΦ, ΗΘ, ΙΠ καὶ τοῦ ΓΟΙ τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

ἐκβεβλήσθω ἁ ΔΒ ἐπὶ θάτερα. ἀγαγὼν οὖν κάθετον τὰν ΓΚ τᾷ ΓΚ ἴσαν ἀπέλαβον τὰν ΑΚ. νοείσθω δὴ πάλιν ζύγιον τὸ ΑΓ, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ Κ, καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ Κ. κρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ΓΚΔ τρί-

5. τμημα F; corr. Torellius, ut lin. 9, 13. 7. δή] scripsi; δε F, uulgo. 8. αγμενων F. 9. αὐτά] om. F; corr. B. 11. προς per comp. F; corr. V. ἀπὸ τοῦ Β Nizzius. 14. τά] ταν F. 16. ἅ] ο F; corr. Torellius. 17. επιζευχθωσαν F; corr. Torellius. 19. τῶν μέν] τω μεν F. ΜΗ, ΝΙ] ΘΗ, ΠΙ F; corr. Torellius. 23. η F; corr. Torellius. οὖν]

triplo maiorem trapeziis ΦZ, ΘH, $I\Pi$ cum triangulo $I\Gamma O$[1]), minorem autem quam triplo maiorem spatiis supra nominatis.

XV.

Sit rursus $B\Theta\Gamma$ segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, et $B\Gamma$ ad diametrum perpendicularis ne sit. necesse est igitur, aut lineam a puncto B ductam in eandem partem, in qua est segmentum, diametro parallelam, aut lineam a Γ ductam obtusum angulum cum linea $B\Gamma$ facere. linea igitur obtusum angulum faciens ea sit, quae ad B est. et a puncto B diametro parallela ducatur $B\Delta$, et a Γ linea $\Gamma\Delta$ sectionem coni in Γ contingens. et linea $B\Gamma$ in partes aequales quotlibet diuidatur BE, EZ ZH, HI, $I\Gamma$, et a punctis E, Z, H, I diametro parallelae ducantur $E\Sigma$, ZT, $H\Upsilon$, $I\Xi$, et a punctis, in quibus eae sectionem coni secant, ad punctum Γ ducantur [lineae] et producantur. dico igitur, sic quoque esse $3(B\Phi + AZ + MH + NI + \Gamma I\Xi) > B\Delta\Gamma > 3(Z\Phi + H\Theta + I\Pi + \Gamma OI)$.

producatur ΔB in alteram partem.[4]) ducta igitur linea ΓK perpendiculari posui AK lineae ΓK aequalem. fingamus igitur rursus, libram esse $A\Gamma$, et medium eius punctum K, et ex K suspendatur. suspendatur autem etiam triangulus $\Gamma K\Delta$ in dimidia libra

1) Nam $B\Delta\Gamma > 3(\Delta_{\varsigma} + \Omega + \Psi + X)$.

2) H. e. non in eam partem, in qua segmentum est.

addidi; om. F, uulgo. 24. ισην F; corr. Torellius. 26. κεκρεμασθω F, uulgo.

γωνον ἐκ τοῦ ἡμίσεος τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὰ Γ, Κ ἔχον, ὡς νῦν κεῖται, καὶ ἐκ τοῦ θατέρου μέρεος τοῦ ζυγοῦ κρεμάσθωσαν κατὰ τὸ Α τὰ Ρ, Χ, Ψ, Ω, Δ̡ χωρία, καὶ τὸ μὲν Ρ τῷ ΔΕ τραπεζίῳ ἰσορροπείτω οὕτως ἔχοντι, ὡς νῦν κεῖται, τὸ δὲ Χ τῷ ΖΣ τραπεζίῳ, τὸ δὲ Ψ τῷ ΤΗ, τὸ δὲ Ω τῷ ΥΙ, τὸ δὲ Δ̡ τῷ ΓΙΞ τριγώνῳ. ἰσορροπήσει δὴ καὶ τὸ ὅλον τῷ ὅλῳ. ὥστε εἴη ἂν καὶ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ ΡΧΨΩΔ̡ χωρίου. ὁμοίως δὴ τῷ πρότερον δειχθησέται τό τε ΒΦ τραπέζιον τοῦ Ρ χωρίου μεῖζον, καὶ τὸ μὲν ΘΕ τραπέζιον μεῖζον ἐὸν τοῦ Χ χωρίου, τὸ δὲ ΖΦ ἔλαττον, καὶ τὸ μὲν ΜΗ τραπέζιον μεῖζον ἐὸν τοῦ Ψ χωρίου, τὸ δὲ ΗΘ ἔλασσον, καὶ ἔτι τὸ μὲν ΝΙ τραπέζιον μεῖζον ἐὸν τοῦ Ω χωρίου, τὸ δὲ ΠΙ ἔλασσον, καὶ τὸ μὲν ΞΙΓ τρίγωνον μεῖζον τοῦ Δ̡ χωρίου, τὸ δὲ ΓΙΟ ἔλασσον. δῆλον οὖν ἐστιν, ὃ ἔδει δεῖξαι.

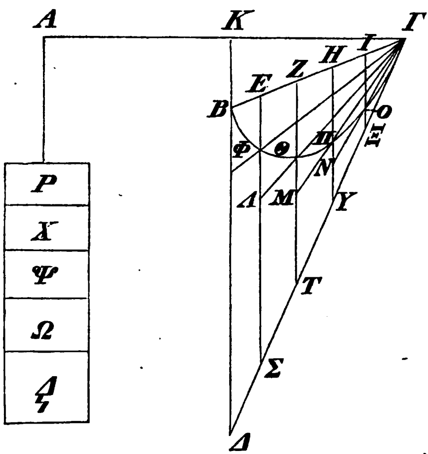
ιϛʹ.

Ἔστω πάλιν τμᾶμα τὸ ΒΘΓ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἄχθω διὰ μὲν τοῦ Β ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ.

---

1. ημισους F, uulgo. 2. καί] addidi; om. F, uulgo. μεϱους F, uulgo. 3. τά] των FV. Δ̡] scripsi; Δ F, uulgo (ut in figura et lin. 15). 4. τό] τω F, ut lin. 5 (alt.), 6 (prius). 6. Δ̡] F; Δ uulgo, ut lin. 8. 7. δή] scripsi; δε F, uulgo. 8. Ρ] Ο F. 10. Ρ] ΡΧ F. 16. ὃ ἔδει δεῖξαι] addidi (scriptum erat οι͡); om. F, uulgo; τὸ προτεθέν Torellius. 18. τμημα F; corr. Torellius. 20. διαμετϱ (cum comp. ον) ον F.

ex punctis *Γ*, *K* ita se habens, ut nunc positus est, et in altera parte librae ex puncto *A* suspendantur



spatia *P*, *X*, *Ψ*, *Ω*, ϟ, et spatium *P* cum trapezio *ΔE* ita se habenti, ut nunc positum est, aequilibritatem seruet, et spatium *X* cum trapezio *ZΣ*, et *Ψ* cum *TH*, et *Ω* cum *ΥI*, et ϟ cum triangulo *ΓIΞ*. quare etiam totum cum toto aequilibritatem seruabit. itaque erit [prop. 7]

$$\Delta B\Gamma = 3(P + X + \Psi + \Omega + ϟ).$$

eodem igitur modo, quo supra[1]), demonstrabimus, esse

$$B\Phi > P,\ \Theta E > X > Z\Phi,\ MH > \Psi > H\Theta,$$
$$NI > \Omega > \Pi I,\ \Xi I\Gamma > ϟ > \Gamma IO.$$

itaque adparet id, quod demonstrandum erat.

XVI.

Rursus sit *BΘΓ* segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum, et per *B* ducatur *BΔ* diametro parallela, et a *Γ* puncto linea *ΓΔ* sectionem coni in *Γ* puncto contingens. et spatium *Z* tertia pars sit

1) Prop. 14, sed pro propp. 10, 12, 8 usurpandae sunt propp. 11, 13, 9.

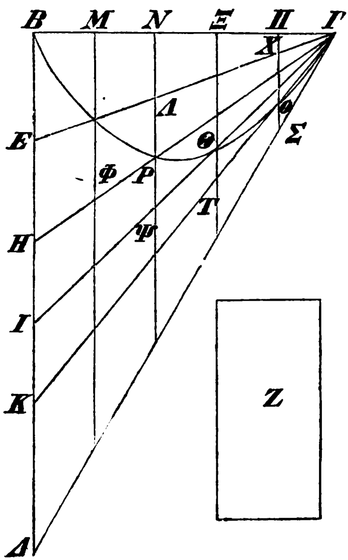
ἔστω δὲ τοῦ *ΒΔΓ* τριγώνου τρίτον μέρος τὸ *Ζ* χωρίον. φαμὶ δὴ τὸ *ΒΘΓ* τμᾶμα ἴσον εἶμεν τῷ *Ζ* χωρίῳ.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. ἔστω δη πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον. ἁ ἄρα ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ *ΒΓΘ* τμᾶμα τοῦ *Ζ* χωρίου, συντιθεμένα αὐτὰ ἑαυτᾷ ἐσσεῖται μείζων τοῦ *ΒΓΔ* τριγώνου. δυνατὸν δέ ἐστι λαβεῖν τι χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τοῦ *ΒΔΓ* τριγώνου. ἔστω δὴ τὸ *ΒΓΕ* τρίγωνον ἔλασσόν τε τᾶς εἰρημένας ὑπεροχᾶς καὶ μέρος τοῦ *ΒΔΓ* τριγώνου. ἐσσεῖται δὲ τὸ αὐτὸ ἁ *ΒΕ* μέρος τᾶς *ΒΔ*. διῃρήσθω οὖν ἁ *ΒΔ* ἐς τὰ μέρεα, καὶ ἔστω τὰ τῶν διαιρεσίων σαμεῖα τὰ *Η*, *Ι*, *Κ*. καὶ ἀπὸ τῶν *Η*, *Ι*, *Κ* σαμείων ἐπὶ τὸ *Γ* εὐθεῖαι ἐπεζεύχθωσαν· τέμνοντι δὴ αὐταὶ τὰν τοῦ κώνου τομάν, ἐπεὶ ἁ *ΓΔ* ἐπιψαύουσά ἐντι αὐτᾶς κατὰ τὸ *Γ*. καὶ διὰ τῶν σαμείων, καθ' ἃ τέμνοντι τὰν τομὰν αἱ εὐθεῖαι, ἄχθωσαν παρὰ τὰν διάμετρον αἱ *ΜΦ*, *ΝΡ*, *ΞΘ*, *ΠΟ*. ἐσσοῦνται δὲ αὐταὶ καὶ παρὰ τὰν *ΒΔ*. ἐπεὶ οὖν ἔλασσόν ἐστι τὸ *ΒΓΕ* τρίγωνον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ *ΒΘΓ* τμᾶμα τοῦ *Ζ* χωρίου, δῆλον, ὡς τὰ συναμφότερα τό τε *Ζ* χωρίον καὶ τὸ *ΒΓΕ* τρίγωνον ἐλάσσονά ἐντι τοῦ τμάματος. καὶ τῷ *ΒΓΕ* τριγώνῳ ἴσα τὰ τραπέζιά ἐντι, δι' ὧν ἁ τοῦ κώνου τομὰ πορευέται, τὰ *ΜΕ*, *ΦΛ*, *ΘΡ*, *ΘΟ*, καὶ τὸ *ΓΟΣ* τρίγωνον. τὸ μὲν

2. *τμημα* F; corr. Torellius, ut lin. 5. *τῷ*] *το* F. 4. *ἄρα*] addidi; om. F, uulgo. 5. *ΒΓΘ*] scripsi; *ΒΓΔ* F; *ΒΘΓ* uulgo. 6. *εσται* per comp. F, uulgo. 8. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 12. *μέρεα*] scripsi; *μερη* F, uulgo. *διαιρεσεων* F, uulgo. *σημεια* F; corr. Torellius. 13. *τὸ Γ*] *τα ΓΕ* F; corr. Torellius. *ευθεια* F; corr. Torellius. 16. *καθ' ἃ*] om. F; corr. Torellius. 17. *ΠΟ*] *πσ*, ut uidetur (potest tamen legi *ΠΟ*) F; corr. Torellius. etiam in figura F pro *O* habet *C*. 19. *ΒΘΓ*] *ΒΘΙ* F. 20. *τμημα* F; corr. Torellius, ut lin. 22.

trianguli $B\Delta\Gamma$. dico igitur, segmentum $B\Theta\Gamma$ aequale esse spatio Z.

nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius igitur, si fieri potest, maius sit. excessus igitur,



quo segmentum $B\Gamma\Theta$ spatium Z excedit, sibi ipse additus maior erit triangulo $B\Gamma\Delta$ [p. 296, 9]. et fieri potest, ut sumatur spatium aliquod excessu minus, quod pars sit trianguli $B\Delta\Gamma$. sit igitur triangulus $B\Gamma E$ et excessu illo minor et pars trianguli $B\Delta\Gamma$. eadem autem pars lineae $B\Delta$ erit linea BE [Eucl. VII, 1]. diuidatur igitur linea $B\Delta$ in partes [aequales lineae BE], et puncta diuisionum sint H, I, K. et a punctis H, I, K ad punctum Γ lineae ducantur. secant igitur sectionem coni, quoniam linea $\Gamma\Delta$ eam in puncto Γ contingit. et per puncta, in quibus lineae illae sectionem secant, diametro parallelae ducantur lineae $M\Phi$, NP, $\Xi\Theta$, ΠO. itaque etiam lineae $B\Delta$ parallelae erunt. iam quoniam est

$$B\Gamma E < B\Theta\Gamma \div Z,$$

adparet, esse $Z + B\Gamma E < B\Theta\Gamma$. triangulo $B\Gamma E$ autem aequalia sunt trapezia, per quae coni sectio ducta est, ME, $\Phi\Lambda$, ΘP, ΘO cum triangulo $\Gamma O\Sigma$. nam tra-

γὰρ ΜΕ τραπέζιον κοινόν, τὸ δὲ ΜΛ ἴσον τῷ ΦΛ, καὶ τὸ ΛΞ ἴσον τῷ ΘΡ, καὶ τὸ ΧΞ ἴσον τῷ ΟΘ, καὶ τὸ ΓΧΠ τρίγωνον τῷ ΓΟΣ τριγώνῳ. τὸ δὴ Ζ χωρίον ἔλασσόν ἐστι τῶν τραπεζίων τῶν ΜΛ, ΞΡ, ΠΘ καὶ τοῦ ΠΟΓ τριγώνου. καί ἐστι τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τριπλάσιον τοῦ Ζ χωρίου. τὸ δὴ ΒΔΓ ἔλασσόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον τῶν ΜΛ, ΡΞ, ΘΠ τραπεζίων καὶ τοῦ ΠΟΓ τριγώνου· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ μεῖζον ἐὸν ἢ τριπλάσιον. οὐκοῦν οὐ μεῖζόν ἐστι τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου. λέγω δή, ὅτι οὐδὲ ἔλασσον. ἔστω γάρ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. πάλιν ἄρα ἁ ὑπεροχά, ᾇ ὑπερέχει τὸ Ζ χωρίον τοῦ ΒΘΓ τμάματος, αὐτὰ ἑαυτᾷ συντιθεμένα ὑπερέχει καὶ τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. δυνατὸν δέ ἐστι λαβεῖν χωρίον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ὃ ἐσσεῖται μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου. ἔστω οὖν τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς καὶ μέρος τοῦ ΒΔΓ τριγώνου, καὶ τὰ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατεσκευάσθω. ἐπεὶ οὖν ἐστι τὸ ΒΓΕ τρίγωνον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ Ζ χωρίον τοῦ ΒΘΓ τμάματος, τὸ ΒΕΓ τρίγωνον καὶ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα ἀμφότερα ἐλάσσονά ἐστι τοῦ Ζ. ἔστιν δὲ καὶ τὸ Ζ χωρίον ἔλασσον τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΨΞ, ΠΤ καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου· ἔστιν γὰρ τὸ ΒΔΓ τοῦ μὲν Ζ τριπλάσιον, τῶν δὲ εἰρημένων χωρίων ἔλασσον ἢ τριπλάσιον, ὡς ἐν τῷ πρὸ τούτου ἐδείχθη. ἔλασσον ἄρα τὸ ΒΓΕ

---

9. *ου* F, uulgo; om. ed. Basil., Torellius. 10. *τμημα* F; corr. Torellius, ut lin. 12, 19, 20. 11. *ἄρα*] addidi; om. F, uulgo. 20. *ἐστι*] per comp. F.

pezium ME commune est, et $M\Lambda = \Phi\Lambda$, et $\Lambda\Xi = \Theta P$, et $X\Xi = O\Theta$ [1]), et $\Gamma X\Pi = \Gamma O\Sigma$. [2]) itaque erit

$$Z < M\Lambda + \Xi P + \Pi\Theta + \Pi O\Gamma.^{3)}$$

et $B\Delta\Gamma = 3Z$. itaque erit

$$B\Delta\Gamma < 3(M\Lambda + P\Xi + \Theta\Pi + \Pi O\Gamma);$$

quod fieri non potest. nam demonstratum est, maiorem eum esse quam triplo maiorem [prop. 14—15]. itaque segmentum $B\Theta\Gamma$ maius non est spatio Z. dico igitur, id ne minus quidem esse. sit enim, si fieri potest, minus. rursus igitur excessus, quo spatium Z segmentum $B\Theta\Gamma$ excedit, sibi ipse additus etiam triangulum $B\Delta\Gamma$ excedet [p. 296, 9]. et fieri potest, ut sumatur spatium excessu minus, ita ut pars sit trianguli $B\Delta\Gamma$. sit igitur triangulus $B\Gamma E$ et minor excessu et pars trianguli $B\Delta\Gamma$, et cetera eodem modo, quo supra [p. 330, 10], comparentur. quoniam igitur triangulus $B\Gamma E$ minor est excessu, quo spatium Z segmentum $B\Theta\Gamma$ excedit, triangulus $BE\Gamma$ et segmentum $B\Theta\Gamma$ simul sumpta minora sunt spatio Z. sed etiam $Z < EM + \Phi N + \Psi\Xi + \Pi T + \Gamma\Pi\Sigma$; nam $B\Delta\Gamma = 3Z$, sed

$$B\Delta\Gamma < 3(EM + \Phi N + \Psi\Xi + \Pi T + \Gamma\Pi\Sigma),$$

---

1) Nam $M\Lambda : \Phi\Lambda = N\Lambda : \Lambda P$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 180 nr. 11); sed $N\Lambda = \Lambda P$, quia

$$N\Lambda : \Lambda P = BE : EH \text{ (ibid. p. 178 nr. 3)},$$

et $BE = EH$.

2) Nam $\Pi X = O\Sigma$, quia $BE = K\Delta$ (ibid. p. 178 nr. 3), et altitudo communis est.

3) Nam $ME + N\Phi + \Xi\Psi + \Pi T + \Pi\Sigma\Gamma > B\Theta\Gamma$ et

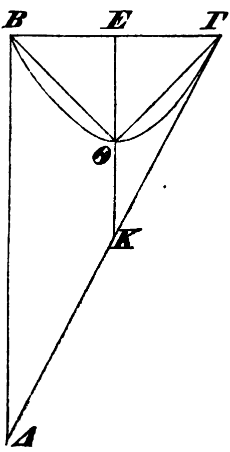
$$\frac{ME + \Phi\Lambda + \Theta P + \Theta O + \Gamma O\Sigma = B\Gamma E}{M\Lambda + \Xi P + \Pi\Theta + \Pi O\Gamma > B\Theta\Gamma \div B\Gamma E.}$$

sed $B\Theta\Gamma \div B\Gamma E > Z$.

τρίγωνον καὶ τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τῶν τετραπλεύρων τῶν ΕΜ, ΦΝ, ΞΨ, ΠΤ καὶ τοῦ ΓΠΣ τριγώνου. ὥστε κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ τμάματος ἔλασσον εἴη κα καὶ τὸ ΓΒΕ τρίγωνον τῶν περιλειπομένων χωρίων· ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. ἐδείχθη γὰρ ἴσον ἐὸν τὸ ΒΕΓ τρίγωνον τοῖς τραπεζίοις τοῖς ΕΜ, ΦΛ, ΘΡ, ΘΟ καὶ τῷ ΓΟΣ τριγώνῳ, ἅ ἐντι μείζονα τῶν περιλειπομένων χωρίων. οὐκ ἄρα ἔλασσον τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ Ζ χωρίου· ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον. ἴσον ἄρα τὸ τμᾶμα τῷ Ζ χωρίῳ.

ιζ'.

Τούτου δεδειγμένου φανερόν, ὅτι πᾶν τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον.



ἔστω γὰρ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, κορυφὰ δὲ αὐτοῦ ἔστω τὸ Θ σαμεῖον. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΒΘΓ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ Θ σαμεῖον κορυφά ἐστι τοῦ τμάματος, ἁ ἀπὸ τοῦ Θ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα δίχα τέμνει τὰν ΒΓ, καὶ ἁ ΒΓ ἐστι παρὰ τὰν ἐπιψαύου-

1. τμημα F; corr. Torellius, ut lin. 8, 8, 9, 12, 16, 17, 22. 3. κα] addidi; om. F, uulgo. 13. τομης F. 17. τμᾶμα τὸ ΒΘΓ Nizzius. 27. καί] ἐπεί Nizzius.

ut in propositione praecedenti[1]) demonstratum est. itaque

$$B\Gamma E + B\Theta\Gamma < EM + \Phi N + \Xi\Psi + \Pi T + \Gamma\Pi\Sigma.$$

quare ablato, quod commune est, segmento triangulus ΓBE minor erit spatiis reliquis; quod fieri non potest. nam demonstratum est, triangulum $BE\Gamma$ aequalem esse $EM + \Phi\Lambda + \Theta P + \Theta O + \Gamma O\Sigma$ [p. 330, 22], quae maiora sunt spatiis reliquis. itaque segmentum $B\Theta\Gamma$ minus non est spatio Z; et demonstratum est, id ne maius quidem esse. itaque segmentum aequale est spatio Z.

XVII.

Hoc demonstrato manifestum est, quoduis segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum tertia parte maius esse triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.

sit enim [$B\Theta\Gamma$] segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum, uertex autem eius sit punctum Θ, et ei inscribatur triangulus $B\Theta\Gamma$ eandem basim habens, quam segmentum, et altitudinem aequalem. iam quoniam punctum Θ uertex est segmenti, linea a puncto Θ diametro parallela ducta lineam $B\Gamma$ in duas partes aequales diuidit[2]), et linea $B\Gamma$ lineae in Θ sectionem contingenti parallela est [prop. 1, b].

---

1) H. e. prop. 14—15, quae fortasse in unum coniungendae erant.

2) Per conuersam prop. 18. mirum est, Archimedem iam hoc loco nomina βάσις τοῦ τμάματος et κορυφὰ τοῦ τμάματος usurpasse, quae infra demum (p. 336, 12) definiuntur.

σαν τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Θ. ἄχθω δὲ ἁ ΕΘ παρὰ τὰν διάμετρον, ἄχθω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ Β παρὰ τὰν διάμετρον ἁ ΒΔ, ἀπὸ δὲ τοῦ Γ ἁ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. ἐπεὶ οὖν ἁ μὲν ΚΘ παρὰ τὰν διάμετρόν ἐστιν, ἁ δὲ ΓΔ ἐπιψαύουσα τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Γ, ἁ δὲ ΕΓ παράλληλός ἐστι τᾷ ἐπιψαυούσᾳ τᾶς τομᾶς κατὰ τὸ Θ, τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τετραπλάσιόν ἐστι τοῦ ΒΘΓ τριγώνου. ἐπεὶ δὲ τὸ ΒΔΓ τρίγωνον τοῦ μὲν ΒΘΓ τμάματος τριπλάσιόν ἐστι, τοῦ δὲ ΒΘΓ τριγώνου τετραπλάσιον, δῆλον, ὡς ἐπίτριτόν ἐστι τὸ ΒΘΓ τμᾶμα τοῦ ΒΘΓ τριγώνου.

Τῶν τμαμάτων τῶν περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ καμπύλας γραμμᾶς βάσιν μὲν καλέω τὰν εὐθεῖαν, ὕψος δὲ τὰν μεγίσταν κάθετον ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀγομέναν ἐπὶ τὰν βάσιν τοῦ τμάματος, κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον, ἀφ' οὗ ἁ μεγίστα κάθετος ἀγέται.

ιη'.

Εἴ κα ἐν τμάματι, ὃ περιεχέται ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον, κορυφὰ ἐσσείται τοῦ τμάματος τὸ σαμεῖον, καθ' ὃ ἁ παρὰ τὰν διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὰν τοῦ κώνου τομάν.

ἔστω γὰρ τμᾶμα τὸ ΑΒΓ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ ἄχθω ἁ ΔΒ παρὰ τὰν διάμετρον. ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἁ ΒΔ ἄκται παρὰ τὰν

9. τμηματος F, uulgo. 11. τμᾶμα τοῦ ΒΘΓ] του ΒΔΓ F; corr. B (τμημα; corr. Torellius). 12. τμηματων F; corr. Torellius, ut lin. 15, 18, 20, 23. 13. καλω F, uulgo. 14. ἀπό] απο επι FC. 15. απτομεναν F; corr. B. 19. βασεως F, uulgo. 22. τὰν τοῦ] τα του F. 25. οὖν] per comp. F. 26. ορθωγωνιου F, uulgo. κώνου] om. F; corr. Torellius.

ducatur autem $E\Theta$ diametro parallela, et etiam a puncto B diametro parallela ducatur $B\Delta$, et a Γ linea $\Gamma\Delta$ coni sectionem in puncto Γ contingens. quoniam igitur linea $K\Theta$ diametro parallela est, $\Gamma\Delta$ autem sectionem in Γ contingit, et $E\Gamma$ lineae sectionem in Θ contingenti parallela est, erit $B\Delta\Gamma = 4 B\Theta\Gamma$.[1]) et quoniam triangulus $B\Delta\Gamma$ triplo maior est segmento $B\Theta\Gamma$ [prop. 16], et quadruplo maior triangulo $B\Theta\Gamma$, adparet, segmentum $B\Theta\Gamma$ tertia parte maius esse triangulo $B\Theta\Gamma$.

Segmentorum linea recta et curua aliqua linea comprehensorum b a s i m uoco lineam rectam, a l t i t u d i n e m autem maximam earum linearum, quae a curua linea ad basim perpendiculares ducantur, u e r t i c e m autem punctum, unde perpendicularis maxima ducatur.

XVIII.

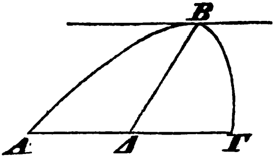
Si in segmento linea recta et coni rectanguli sectione comprehenso a media basi linea diametro parallela ducitur, uertex segmenti erit punctum, in quo linea diametro parallela coni sectionem secat.[2])

sit enim $AB\Gamma$ segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, et a media linea $A\Gamma$ ducatur ΔB diametro parallela. quoniam igitur in sectione coni rectanguli linea $B\Delta$ diametro par-

1) Nam $EK : B\Delta = E\Gamma : B\Gamma = 1 : 2$; sed $E\Theta = \Theta K$ (prop. 2). et $B\Theta\Gamma : B\Gamma\Delta = E\Theta : B\Delta$ (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 7) $= 1 : 4$.

2) Linea ΔB diametrus segmenti erit (cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 44 et p. 51 nr. 14). tum cfr. Apollon. I def. 11: κορυφὴν δὲ τῆς καμπύλης γραμμῆς τὸ πέρας τῆς εὐθείας (h. e. τῆς διαμέτρου) τὸ πρὸς τῇ γραμμῇ.

διάμετρον, καὶ ἴσαι ἐντὶ αἱ ΑΔ, ΔΓ, δῆλον, ὡς παράλληλός ἐντι ἅ τε ΑΓ καὶ ἁ κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς. φανερὸν οὖν, ὅτι τᾶν ἀπὸ τᾶς τομᾶς ἐπὶ τὰν ΑΓ ἀγομέναν καθέτων μεγίστα ἐσσεῖται ἁ ἀπὸ τοῦ Β ἀγομένα. κορυφὰ οὖν ἐστιν τοῦ τμάματος τὸ Β σαμεῖον.



ιθ'.

Ἐν τμάματι περιεχομένῳ ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσιος ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπίτριτος ἐσσεῖται μάκει.

ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἁ μὲν ΒΔ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΓ, ἁ δὲ ΕΖ ἀπὸ μέσας τᾶς ΑΔ. ἄχθω δὲ καὶ ἁ ΖΘ παρὰ ΑΓ. ἐπεὶ οὖν ἐν ὀρθογωνίου κώνου τομᾷ ἁ ΒΔ παρὰ τὰν διάμετρον ἄκται, καὶ αἱ ΑΔ, ΖΘ παρὰ τὰν κατὰ τὸ Β ἐπιψαύουσαν τᾶς τομᾶς ἐντι, δῆλον, ὡς τὸν αὐτὸν ἔχοντι λόγον ἁ ΒΔ ποτὶ τὰν ΒΘ μάκει, ὃν ἁ ΑΔ ποτὶ τὰν ΖΘ δυνάμει. τετραπλασία ἄρα ἐστὶν καὶ ἁ ΒΔ τᾶς ΒΘ μάκει. φανερὸν οὖν, ὅτι ἐπίτριτός ἐστιν ἁ ΒΔ τᾶς ΕΖ μάκει.

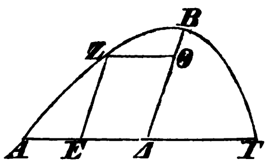
1. παραλλήλοι? 4. τᾶν] om. F; corr. Torellius. 5. αγομενασ F; corr. Torellius. καθέτων] scripsi; καθετος F, uulgo. 8. τμηματος F; corr. Torellius. 10. ἐν τμάματι περιεχομένῳ] scripsi; cfr. Quaest. Arch. p. 153; εικα τμημα περιεχομενον F, uulgo; εἴκα εἰς τμῆμα περιεχόμενον ed. Basil., Torellius (αἴκα—τμᾶμα). 11. βασεως F, uulgo. 18. κωνω F. 20. τᾶς τομᾶς ἐντι] scripsi; αιμεντι F, uulgo; ἔσται μέντοι B, ed. Basil.; ἔστι μέντοι Torellius. ταν αυταν F. 21. ἔχοντι] ἔχει Ien.; fort. pro ὅν lin. 21 scrib. καί.

allela ducta est, et $A\Delta = \Delta\Gamma$, adparet, lineam $A\Gamma$ et lineam in puncto B sectionem coni contingentem parallelas esse [prop. 1, b]. itaque manifestum est, linearum, quae a sectione ad lineam $A\Gamma$ perpendiculares ducantur, maximam fore lineam a puncto B ductam.[1]) itaque punctum B uertex est sectionis [p. 336, 15].

XIX.

In segmento linea recta et sectione coni rectanguli comprehenso linea a media basi [diametro parallela][2]) ducta tertia parte maior est longitudine quam linea a media basi dimidia [eodem modo] ducta.

sit enim $AB\Gamma$ segmentum linea recta et sectione coni rectanguli comprehensum, et diametro parallelae ducantur a media linea $A\Gamma$ linea $B\Delta$ et a media linea $A\Delta$ linea EZ. et ducatur etiam $Z\Theta$ lineae $A\Gamma$ parallela. quoniam igitur in sectione coni rectanguli $B\Delta$ diametro parallela ducta est, et lineae $A\Delta$, $Z\Theta$ lineae in B sectionem contingenti parallelae sunt[3]), adparet, esse $B\Delta : B\Theta = A\Delta^2 : Z\Theta^2$ [prop. 3]. itaque etiam $B\Delta = 4B\Theta$.[4]) manifestum est igitur, esse $B\Delta = \frac{4}{3}EZ$.[5])



1) Nam si ullius puncti sectionis distantia maior esset, pars sectionis extra lineam in B contingentem caderet. itaque coni sectionem secaret, quod contra hypothesim est.

2) Fortasse lin. 11 post ἀχθεῖσα addendum: παρὰ τὰν διάμετρον.

3) Quia $A\Delta = \Delta\Gamma$; tum u. prop. 1, b.

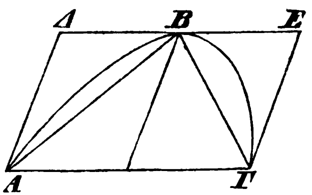
4) Nam $A\Delta = 2Z\Theta$.

5) Nam $\Theta\Delta = 3B\Theta = EZ$.

κʹ.

Εἴ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό, μεῖζον ἐσσεῖται τὸ ἐγγραφὲν τρίγωνον ἢ ἥμισυ τοῦ τμάματος.

ἔστω γὰρ τὸ ΑΒΓ τμᾶμα, οἷον εἰρήται, καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸ τρίγωνον τὸ ΑΒΓ τὰν αὐτὰν ἔχον βάσιν τῷ ὅλῳ καὶ ὕψος ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ τρίγωνον τῷ τμάματι τὰν αὐτὰν ἔχει βάσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἀναγκαῖον, τὸ Β σαμεῖον κορυφὰν εἶμεν τοῦ τμάματος.



παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἁ ΑΓ τᾷ κατὰ τὸ Β ἐπιψανούσᾳ τᾶς τομᾶς. ἄχθω ἁ ΔΕ διὰ τοῦ Β παρὰ τὰν ΑΓ, καὶ ἀπὸ τῶν Α, Γ αἱ ΑΔ, ΓΕ παρὰ τὰν διάμετρον. πεσοῦνται δὴ αὐταὶ ἐκτὸς τοῦ τμάματος. ἐπεὶ οὖν ἥμισύ ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΔΕΓ παραλληλογράμμου, φανερόν, ὅτι μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ τμάματος.

ΠΟΡΙΣΜΑ.

Τούτου δεδειγμένου δῆλον, ὅτι [ὡς] ἐς τοῦτο τὸ τμᾶμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶμεν τὰ περιλειπόμενα τμάματα παντὸς ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου. ἀφαιρουμένου γὰρ ἀεὶ μείζονος τοῦ

2. τμᾶμα] τημα F; corr. Torellius; τμῆμα uulgo. 3. εν-γραφη F. 5. εσται per comp. F, uulgo. τμηματος F; corr. Torellius, ut lin. 6, 9, 10, 17, 20, 23. 10. ειναι per comp. F; corr. Torellius. 15. τῶν] ταν F. 21. πόρισμα addidi. 22. τούτου] om. F; corr. Torellius. ὡς] deleo. 24. περιπομενα F; corr. BC.

XX.

Si segmento linea recta et coni rectanguli sectione comprehenso triangulus inscribitur eandem basim habens, quam segmentum, et altitudinem eandem, triangulus inscriptus maior erit dimidia parte segmenti.

sit enim $AB\Gamma$ segmentum, quale diximus, et ei inscribatur triangulus $AB\Gamma$ eandem basim habens, quam totum [segmentum], et altitudinem aequalem. quoniam igitur triangulus eandem basim habet, quam segmentum, et altitudinem eandem, necesse est, punctum B uerticem esse segmenti.[1]) itaque $A\Gamma$ lineae in B sectionem contingenti parallela est.[2]) ducatur per punctum B lineae $A\Gamma$ parallela linea ΔE, et a punctis A, Γ diametro parallelae lineae $A\Delta$, ΓE. cadent igitur extra segmentum.[3]) quoniam igitur

$$AB\Gamma = \tfrac{1}{2} A\Delta E\Gamma \text{ [Eucl. I, 41)},$$

manifestum est, maiorem eum esse dimidia parte segmenti.

COROLLARIUM.

Hoc demonstrato adparet, fieri posse, ut tali segmento polygonum inscribatur, ita ut segmenta reliqua minora sint quouis spatio dato. nam si semper spatium, quod propter hanc propositionem [20] maius est

---

1) Nam altitudo trianguli linea est a B ad $A\Gamma$ perpendicularis, quae cum etiam segmenti sit altitudo, maxima erit linearum a sectione ad $A\Gamma$ perpendicularium (p. 336, 14); tum u. p. 336, 15.

2) Nam linea a B diametro parallela ducta lineam $A\Gamma$ in duas partes aequales diuidet (per conuersam prop. 18; cfr. prop. 17 p. 334, 25); tum u. prop. 1, b.

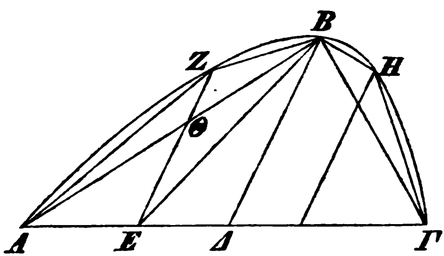
3) Περὶ κωνοειδ. 16; Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 53 nr. 19.

ἡμίσεος διὰ τοῦτο, φανερόν, ὅτι ἐλασσοῦντες ἀεὶ τὰ λειπόμενα τμάματα ποιήσομες ταῦτα ἐλάσσονα παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

κα΄.

Εἴ κα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῇ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἐγγραφέωντι δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα ἐς τὰ λειπόμενα τμάματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό, ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων ὀκταπλάσιον ἐσσεῖται τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμᾶμα ἐγγραφέν.

ἔστω τὸ *ΑΒΓ* τμᾶμα, οἷον εἰρήται, καὶ τετμάσθω ἁ *ΑΓ* δίχα τῷ *Δ*, ἁ δὲ *ΒΔ* ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον. τὸ *Β* ἄρα σαμεῖον κορυφά ἐστιν τοῦ τμάματος. τὸ ἄρα *ΑΒΓ* τρίγωνον τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. πάλιν τετμάσθω δίχα ἁ *ΑΔ*



τῷ *Ε*, καὶ ἄχθω ἁ *ΕΖ* παρὰ τὰν διάμετρον, τετμάσθω δὲ ἁ *ΑΒ* κατὰ τὸ *Θ*. τὸ ἄρα *Ζ* σαμεῖον κορυφά ἐστι τοῦ τμάματος τοῦ *ΑΖΒ*. τὸ δὴ *ΑΖΒ* τρίγωνον τὰν

1. ημισους F, uulgo. 2. τμηματα F; corr. Torellius, ut lin. 5, 7, 8, 11, 12, 13, 15, 16. ποιησομεν F, uulgo. 9. τμη-

parte dimidia, abstulerimus, manifestum est, nos spatia reliqua semper minuentes [aliquando] ea minora facturos esse quouis spatio dato [Eucl. X, 1].

XXI.

Si segmento linea recta et coni rectanguli sectione comprehenso triangulus inscribitur eandem basim habens, quam segmentum, et altitudinem eandem, et etiam segmentis reliquis alii trianguli inscribuntur eandem basim habentes, quam segmenta, et altitudinem eandem, triangulus toti segmento inscriptus aequalis erit utriuis triangulorum segmentis reliquis inscriptorum octies sumpto.

sit $AB\Gamma$ segmentum, quale diximus, et linea $A\Gamma$ in puncto Δ in duas partes aequales diuidatur, et $B\Delta$ diametro parallela ducatur. itaque B punctum uertex est segmenti [prop. 18]. itaque triangulus $AB\Gamma$ eandem basim habet, quam segmentum, et altitudinem eandem.[1]) rursus linea $A\Delta$ in puncto E in duas partes aequales diuidatur, et diametro parallela ducatur EZ, et ab ea linea AB in Θ secetur. itaque punctum Z uertex est segmenti AZB.[2]) quare triangulus AZB eandem ba-

---

1) Nam altitudo trianguli linea est ab B ad $A\Gamma$ perpendicularis, quae eadem altitudo est segmenti, quia B uertex est (p. 336, 15).

2) Nam $E\Theta \ddagger B\Delta$; itaque $AE : E\Delta = A\Theta : \Theta B$; sed $AE = E\Delta$; quare $A\Theta = \Theta B$; tum u. prop. 18.

μασιν F; *τμηματεσσι* uulgo; *τμαματεσσι* Torellius. 11. *εσται* per comp. F, uulgo. 13. *τετμησθω* F; corr. Torellius, ut lin. 17, 18. 19. *σημειον* F. *κορυφη* F; corr. Torellius. 20. *τοῦ*] alterum suprascr. manu 1 F. *τμηματος* F.

αὐτὰν βάσιν ἔχει τῷ ΑΖΒ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό. δεικτέον, ὅτι ὀκταπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΒΖ τριγώνου.

ἔστιν οὖν ἁ ΒΔ τᾶς μὲν ΕΖ ἐπίτριτος, τᾶς δὲ ΕΘ διπλασία. διπλασία ἄρα ἐστὶν ἁ ΕΘ τᾶς ΘΖ. ὥστε καὶ τὸ ΑΕΒ τρίγωνον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΖΒΑ· τὸ μὲν γὰρ ΑΕΘ διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΘΖ, τὸ δὲ ΘΒΕ τοῦ ΖΘΒ. ὥστε τὸ ΑΒΓ τοῦ ΑΖΒ ἐστι ὀκταπλάσιον. ὁμοίως δὲ δειχθησέται καὶ τοῦ εἰς τὸ ΒΗΓ τμᾶμα ἐγγραφέντος.

κβ'.

Εἴ κα ᾖ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, καὶ χωρία τεθέωντι ἑξῆς ὁποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, ᾖ δὲ τὸ μέγιστον τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό, σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονα ἐσσεῖται τοῦ τμάματος.

ἔστω γὰρ τμᾶμα τὸ ΑΔΒΕΓ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, χωρία δὲ ἔστω ὁποσαοῦν ἑξῆς κείμενα τὰ Ζ, Η, Θ, Ι, τετραπλάσιον δὲ ἔστω τὸ ἁγούμενον τοῦ ἑπομένου, μέγιστον δὲ ἔστω τὸ Ζ, καὶ ἔστω τὸ Ζ ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον. λέγω, ὅτι τὸ τμᾶμα τῶν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων μεῖζόν ἐστιν.

ἔστω τοῦ μὲν ὅλου τμάματος κορυφὰ τὸ Β, τῶν δὲ περιλειπομένων τμαμάτων τὰ Δ, Ε. ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὀκταπλάσιόν ἐστιν ἑκατέρου τῶν ΑΒΔ, ΒΕΓ

---

1. *τῷ*] *το* F. *τμηματι* F; corr. Torellius, ut lin. 12, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26. 10. *τμηματος* F; corr. B. 13. *τομης*

sim habet, quam segmentum AZB, et altitudinem eandem. demonstrandum est, esse $AB\Gamma = 8\,ABZ$.

iam est $B\Delta = \frac{4}{3}EZ$ [prop. 19], sed etiam

$$B\Delta = 2\,E\Theta.^{1)}$$

itaque $E\Theta = 2\Theta Z$.[2]) quare etiam $AEB = 2ZBA$; nam $AE\Theta = 2A\Theta Z$ et $\Theta BE = 2Z\Theta B$ [Eucl. VI, 1]. quare est $AB\Gamma = 8AZB$.[3]) et eodem modo demonstrabimus, esse etiam $AB\Gamma = 8BH\Gamma$.

XXII.

Si datum est segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, et ponuntur spatia quotlibet, quae deinceps in quadrupla proportione sunt, et maximum spatium aequale est triangulo basim habenti eandem, quam segmentum, et altitudinem eandem, omnia simul spatia minora erunt segmento.

sit enim $A\Delta BE\Gamma$ segmentum recta linea et coni rectanguli sectione comprehensum, et ponantur quotlibet spatia deinceps, Z, H, Θ, I, et praecedens quadruplo maius sit sequenti, et maximum sit Z, et Z aequale sit triangulo basim eandem habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem. dico, segmentum maius esse spatiis Z, H, Θ, I.

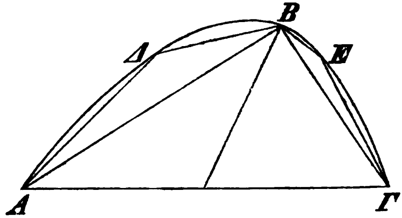
totius segmenti uertex sit B, et segmentorum reliquorum uertices Δ, E. quoniam igitur

$$AB\Gamma = 8AB\Delta = 8BE\Gamma \text{ [prop. 21]},$$

1) Nam $AE : A\Delta = E\Theta : B\Delta = 1 : 2$.
2) Nam $E\Theta = \frac{2}{3}EZ$; itaque $\Theta Z = \frac{1}{3}EZ$.
3) Nam $AB\Gamma = 2AB\Delta = 2(ABE + BE\Delta) = 4ABE$.

F. 17. εσται per comp. F, uulgo. 19. κώνου] om. F; corr. V. 21. ηγουμενον F, uulgo. 26. ἐπεί] επι F.

τριγώνων, δῆλον, ὅτι [ὡς] ἀμφοτέρων αὐτῶν ἐστι τετραπλάσιον. καὶ ἐπεὶ τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ *Ζ* χωρίῳ, κατὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ τὰ *ΑΔΒ*, *ΒΕΓ* τρίγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ *Η* χωρίῳ, ὁμοίως δὲ δειχθησέται



καὶ τὰ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτὸ ἴσα ἐόντα τῷ *Θ*, καὶ τὰ ἐς τὰ ὕστερον γενόμενα τμάματα ἐγγραφόμενα τρίγωνα ἴσα τῷ *Ι* χωρίῳ, σύμπαντα ἄρα τὰ προτεθέντα χωρία ἴσα ἐσσοῦνται πολυγώνῳ τινι ἐγγραφέντι εἰς τὸ τμᾶμα. φανερὸν οὖν, ὅτι ἐλάσσονά ἐστι τοῦ τμάματος.

κγ'.

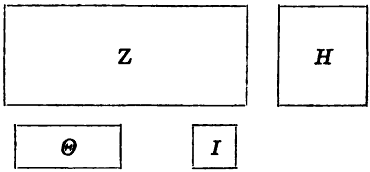
Εἴ κα μεγέθεα τεθέωντι ἑξῆς ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, τὰ πάντα μεγέθεα καὶ ἔτι τοῦ ἐλαχίστου τὸ τρίτον μέρος ἐς τὸ αὐτὸ συντεθέντα ἐπίτριτα ἐσσοῦνται τοῦ μεγίστου.

ἔστω οὖν ὁποσαοῦν μεγέθεα ἑξῆς κείμενα τὰ *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε* τετραπλασίονα ἕκαστον τοῦ ἑπομένου, μέγιστον δὲ ἔστω τὸ *Α*. ἔστω δὲ τὸ μὲν *Ζ* τρίτον τοῦ *Β*, τὸ δὲ *Η* τοῦ *Γ*, το δὲ *Θ* τοῦ *Δ*, τὸ δὲ *Ι* τοῦ *Ε*.

---

1. ὡς deleo. 3. τῷ] το F. 5. οτι και F, uulgo; ὅτι deleui. τμηματα F; corr. Torellius, ut lin. 8, 10, 11. 6. τμημασιν F, uulgo. 7. ἴσα ἐόντα τῷ] scripsi; ισων οντων το

adparet, esse $AB\Gamma = 4(AB\Delta + BE\Gamma)$. et quoniam $AB\Gamma = Z$, et eodem modo $A\Delta B + BE\Gamma = H$, et[1]) similiter demonstrabimus, etiam triangulos reliquis segmentis inscriptos eandem basim habentes, quam



segmenta, et altitudinem eandem aequales esse spatio Θ, et triangulos segmentis deinde ortis inscriptos aequales spatio I, omnia igitur simul spatia data aequalia erunt polygono cuidam segmento inscripto. manifestum est igitur, minora ea esse segmento.

XXIII.

Si magnitudines quaedam ponuntur in quadrupla deinceps proportione, omnes magnitudines et praeterea tertia pars minimae simul sumptae tertia parte maiores erunt maxima.[2])

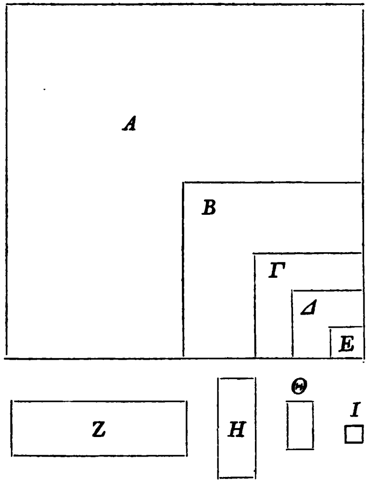
ponantur igitur deinceps quotlibet magnitudines A, B, Γ, Δ, E, singulae quadruplo maiores sequenti, et maxima sit A. sit autem $Z = \frac{1}{3}B$, $H = \frac{1}{3}\Gamma$, $\Theta = \frac{1}{3}\Delta$,

1) Lin. 3—4 suspicor, potius sic scribendum esse: *κατὰ ταῦτα δὴ καί . . . . χωρίῳ. ὁμοίως δή.*

2) Cfr. Quaest. Arch. p. 57—58. Figura aliter descripta est in F (u. infra).

(*ων* bis per comp.) F, uulgo; *ἴσα ἐντὶ τῷ* B, Torellius. *τὰ ἐς*] scripsi; *ες* F, uulgo. 9. *I*] $\overline{\text{q}}$*ωι* F; corr. B. 11. *ἐλάσσονα*] scripsi; *ελασσον* F, uulgo. 13. *τεθέωντι*] scripsi; *συντεθεωντι* F; *συντιθέωντι* uulgo. *ἑξῆς ὁποσαοῦν* Torellius. 18. *τετραπλάσιον* Nizzius.

ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν Ζ τοῦ Β τρίτον μέρος ἐστίν, τὸ δὲ Β τοῦ Α τέταρτον μέρος ἐστίν, ἀμφότερα τὰ Β, Ζ μέρος τρίτον ἐστὶ τοῦ Α. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ Η, Γ τοῦ Β, καὶ τὰ Θ, Δ τοῦ Γ, καὶ τὰ Ι, Ε τοῦ Δ. καὶ τὰ σύμπαντα δὴ τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η, Θ, Ι τρίτον μέρος ἐστὶ τῶν συμπάντων τῶν Α, Β, Γ, Δ. ἐντὶ δὲ καὶ αὐτα τὰ Ζ, Η, Θ τρίτον μέρος αὐτῶν τῶν Β, Γ, Δ. καὶ τὰ λοιπὰ ἄρα τὰ Β, Γ, Δ, Ε, Ι τοῦ λοιποῦ τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ Α. δῆλον οὖν, ὅτι τὰ σύμπαντα τὰ Α, Β, Γ, Δ, Ε καὶ τὸ Ι, τουτέστι τὸ τρίτον τοῦ Ε, τοῦ Α ἐστιν ἐπίτριτα.



κδ'.

Πᾶν τμᾶμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίτριτόν ἐστι τριγώνου τοῦ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

ἔστω γὰρ τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, τὸ δὲ ΑΒΓ τρίγωνον ἔστω τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι καὶ

10. Η] Ε F. Ι] Γ F. 11. τῶν] του per comp. F. 12. Δ, Ε F; corr. Torellius. 22. τμημα F; corr. Torellius, ut lin. 25, 27. 23. την αυτην F; corr. Torellius. 27. αυτα F.

$I = \frac{1}{3}E$. quoniam igitur est $Z = \frac{1}{3}B$ et $B = \frac{1}{4}A$, erit $B + Z = \frac{1}{3}A$. eadem de causa etiam erit

$$H + \Gamma = \tfrac{1}{3}B,\ \Theta + \Delta = \tfrac{1}{3}\Gamma,\ I + E = \tfrac{1}{3}\Delta.$$

erit igitur etiam

$$B + \Gamma + \Delta + E + Z + H + \Theta + I = \tfrac{1}{3}(A + B + \Gamma + \Delta).$$

est autem etiam $Z + H + \Theta = \frac{1}{3}(B + \Gamma + \Delta)$ [ex hypothesi]. quare etiam $B + \Gamma + \Delta + E + I = \frac{1}{3}A$. adparet igitur, esse $A + B + \Gamma + \Delta + E + I$, h. e.

$$A + B + \Gamma + \Delta + E + \tfrac{1}{3}E = \tfrac{4}{3}A.$$

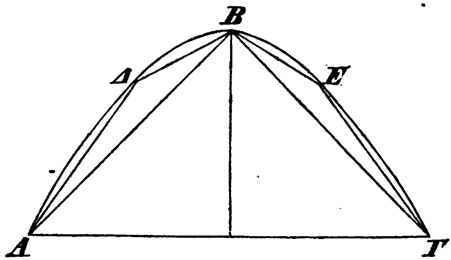
XXIV.

Quoduis segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum tertia parte maius est triangulo eandem basim habenti, quam segmentum, et altitudinem aequalem.

sit enim $A\Delta BE\Gamma$ segmentum linea recta et coni rectanguli sectione comprehensum, et $AB\Gamma$ triangulus sit eandem basim habens, quam segmentum, et alti-

ὕψος ἴσον, τοῦ δὲ *ΑΒΓ* τριγώνου ἔστω ἐπίτριτον τὸ *Κ* χωρίον. δεικτέον, ὅτι ἴσον ἐστὶ τῷ *ΑΔΒΕΓ* τμάματι.

εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἤτοι μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλασσον. ἔστω πρότερον, εἰ δυνατόν, μεῖζον τὸ *ΑΔΒΕΓ* τμᾶμα

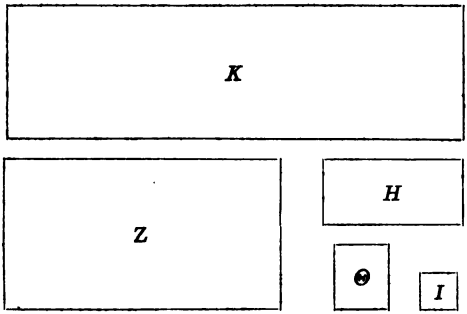


τοῦ *Κ* χωρίου. ἐνέγραψα δὴ τὰ *ΑΔΒ*, *ΒΕΓ* τρίγωνα, ὡς εἰρήται. ἐνεγραψα δὲ καὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμάματα ἄλλα τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ ὕστερον γινόμενα τμάματα ἐγγράφω [δύο] τρίγωνα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσιν καὶ ὕψος τὸ αὐτό. ἐσσοῦνται δὴ τὰ καταλειπόμενα τμάματα ἐλάσσονα τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ *ΑΔΒΕΓ* τμᾶμα τοῦ *Κ* χωρίου. ὥστε τὸ ἐγγραφόμενον πολύγωνον μεῖζον ἐσσεῖται τοῦ *Κ*· ὅπερ ἀδύνατον. ἐπεὶ γάρ ἐστιν ἑξῆς κείμενα χωρία ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ, πρῶτον μὲν τὸ *ΑΒΓ* τρίγωνον τετραπλάσιον τῶν *ΑΔΒ*, *ΒΕΓ* τριγώνων, ἔπειτα δὲ αὐτὰ ταῦτα τετραπλάσια τῶν εἰς τὰ ἑπόμενα τμάματα ἐγγραφέντων, καὶ ἀεὶ οὕτω, δη-

2. *τῷ*] *το* F. 4. *ἐστιν*] (alterum) per comp. F. 5. *ΑΔΕΒΓ* F; corr. Torellius, ut lin. 13. *τμημα* F; corr. Torellius, ut lin. 3, 8, 10, 12, 13. 6. *ΑΔΒ*] *ΑΔ* F. 9. *τμημασιν* F, uulgo, ut lin. 11; *τμάμασι* Torellius. 10. *δύο*] deleo. 12. *εσουν*-

tudinem aequalem, et sit $K = \frac{4}{3} AB\Gamma$. demonstrandum est, esse $K = A\Delta BE\Gamma$.

nam si aequale non est, aut maius est aut minus. prius, si fieri potest, sit segmentum $A\Delta BE\Gamma$ maius



spatio K. inscripsi igitur triangulos $A\Delta B$, $BE\Gamma$ ita, ut diximus. et etiam segmentis reliquis alios triangulos inscripsi eandem basim habentes, quam segmenta, et altitudinem eandem, et semper segmentis deinde ortis triangulos inscribo eandem basim habentes, quam segmenta, et altitudinem eandem. erunt igitur [aliquando] segmenta reliqua minora excessu, quo segmentum $A\Delta BE\Gamma$ spatium K excedit [prop. 20 coroll.]. itaque polygonum inscriptum maius erit spatio K; quod fieri non potest. nam quoniam deinceps posita sunt spatia quaedam in quadrupla proportione, primum triangulus $AB\Gamma$ quadruplo maior triangulis $A\Delta B$, $BE\Gamma$ [prop. 21; cfr. p. 346, 1], deinde hi ipsi quadruplo maiores triangulis segmentis sequentibus inscriptis, et semper eodem modo, adparet, omnia

ται F. 15. γάρ] addidi; om. F, uulgo. 18. αὐτὰ ταῦτα] scripsi; τα αυτα F, uulgo.

λον, ὡς σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονά ἐστιν ἢ ἐπίτριτα τοῦ μεγίστου. τὸ δὲ Κ ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ μεγίστου χωρίου. οὐκ ἄρα ἐστὶν μεῖζον τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα τοῦ Κ χωρίου. ἔστω δέ, εἰ δυνατόν, ἔλασσον. κείσθω δὴ τὸ μὲν ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον τῷ Ζ, τοῦ δὲ Ζ τέταρτον τὸ Η, καὶ ὁμοίως τοῦ Η τὸ Θ, καὶ ἀεὶ ἑξῆς τιθέσθω, ἕως κα γενήται τὸ ἔσχατον ἔλασσον τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὑπερέχει τὸ Κ χωρίον τοῦ τμάματος, καὶ ἔστω ἔλασσον τὸ Ι. ἔστιν δὴ τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία καὶ τὸ τρίτον τοῦ Ι ἐπίτριτα τοῦ Ζ. ἔστιν δὲ καὶ τὸ Κ τοῦ Ζ ἐπίτριτον. ἴσον ἄρα τὸ Κ τοῖς Ζ, Η, Θ, Ι καὶ τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ Ι. ἐπεὶ οὖν τὸ Κ χωρίον τῶν μὲν Ζ, Η, Θ, Ι χωρίων ὑπερέχει ἐλάσσονι τοῦ Ι, τοῦ δὲ τμάματος μείζονι τοῦ Ι, δῆλον, ὡς μείζονά ἐντι τὰ Ζ, Η, Θ, Ι χωρία τοῦ τμάματος· ὅπερ ἀδύνατον. ἐδείχθη γάρ, ὅτι, ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν χωρία ἑξῆς κείμενα ἐν τετραπλασίονι λόγῳ, τὸ δὲ μέγιστον ἴσον ᾖ τῷ εἰς τὸ τμᾶμα ἐγγραφομένῳ τριγώνῳ, τὰ σύμπαντα χωρία ἐλάσσονα ἐσσεῖται τοῦ τμάματος. οὐκ ἄρα τὸ ΑΔΒΕΓ τμᾶμα ἔλασσόν ἐστι τοῦ Κ χωρίου. ἐδείχθη δέ, ὅτι οὐδὲ μεῖζον. ἴσον ἄρα ἐστὶν τῷ Κ. τὸ δὲ Κ χωρίον ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ΑΒΓ. καὶ τὸ ΑΔΒΕΓ ἄρα τμᾶμα ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου.

---

3. *τμημα* F; corr. Torellius, ut lin. 8, 14, 15, 18, 19(?), 20, 23. 7. *ἕως κα γενήται*] scripsi; *ωστε καταγενηται* F, uulgo. 9. *ἔλασσον*] *ἔσχατον* Nizzius. *δή*] scripsi; *δε* F, uulgo. 11. *τῷ*] *το* F. 12. *τῶν*] *τω* F; corr. BC. 23. *ἄρα*] om. F; corr. Torellius. In fine F: *Αρχιμηδ^ε ουε τετραγωνισμος παραβολης· ευτυχοιης λεον γεωμετρα: — + πολλοὺς ἐσ λυκάβαντας ἴοισ πολὺ φίλτατε μούσαις.*

---

simul spatia minora esse quam tertia parte maiora maximo [prop. 23]. spatium autem K tertia parte maius est maximo spatio. itaque segmentum $A\Delta BE\Gamma$ maius non est spatio K. — sit autem, si fieri potest, minus. ponatur igitur $AB\Gamma = Z$[1]), $H = \frac{1}{4}Z$, $\Theta = \frac{1}{4}H$, et deinceps spatia ponantur, dum fiat ultimum spatium minus excessu, quo spatium K segmentum excedit [Eucl. X, 1], et [hoc excessu] minus sit I. sunt igitur

$$Z + H + \Theta + I + \tfrac{1}{3}I = \tfrac{4}{3}Z \text{ [prop. 23]};$$

sed erat etiam $K = \frac{4}{3}Z$. itaque

$$K = Z + H + \Theta + I + \tfrac{1}{3}I.$$

iam quoniam spatium K spatia Z, H, Θ, I excedit spatio minore, quam est spatium I, segmentum uero spatio maiore, quam est I, adparet, spatia Z, H, Θ, I maiora esse segmento; quod fieri non potest. nam demonstratum est, si spatia quotlibet deinceps data sint in quadrupla proportione, et maximum triangulo segmento inscripto aequale sit, omnia simul spatia minora fore segmento [prop. 22]. itaque segmentum $A\Delta BE\Gamma$ minus non est spatio K. demonstratum autem est, id ne maius quidem esse. itaque spatio K aequale est. sed spatium K tertia parte maius est triangulo $AB\Gamma$. itaque etiam segmentum $A\Delta BE\Gamma$ tertia parte maius est triangulo $AB\Gamma$.

---

1) Fortasse scribendum est lin. 4—5 κείσθω δὴ τῷ μὲν ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον τὸ Z.

DE IIS, QUAE IN HUMIDO UEHUNTUR,

LIBRI II.

Περὶ τῶν ὕδατι ἐφισταμένων ἢ περὶ τῶν ὀχουμένων.

Αἴτημα α΄.

Ὑποκείσθω τὸ ὑγρὸν τοιάνδε τινὰ φύσιν ἔχον, ὥστε τῶν μερῶν αὐτοῦ ἐξ ἴσου κειμένων καὶ ὠθεῖσθαι συνεχῶν ὄντων ἐλαύνεσθαι τὸ ἧττον ὠθούμενον ὑπὸ τοῦ μᾶλλον ὠθουμένου· καὶ πάντων αὐτοῦ μερῶν ὠθεῖσθαι ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ ὑπεράνω αὐτοῦ ὄντος κατὰ κάθετον, ἐὰν τὸ ὑγρὸν ᾖ καταβαῖνον ἔν τινι καὶ ὑπό τινος ἑτέρου πιεζόμενον.

Θεώρημα πρῶτον.

Ἐὰν ἐπιφάνειά τις ἐπιπέδῳ τμηθῇ διά τινος ἀεὶ σημείου, καὶ ἡ κοινὴ τομὴ ἀεὶ περιφέρεια ᾖ ἔχουσα κέντρον τὸ προειρημένον σημεῖον, σφαίρας ἐστὶν ἐπιφάνεια.

τετμήσθω γὰρ ἐπιφάνεια ἐπιπέδῳ διὰ τοῦ α΄ σημείου, καὶ ἀεὶ ἡ κοινὴ τομὴ ἔστω κύκλου περιφέρεια. λέγω, ὅτι σφαίρας ἐπιφάνειά ἐστιν, ἧς κέντρον τὸ α΄.

εἰ γὰρ μή, ἔσονταί τινες εὐθεῖαι ἀπὸ τοῦ α΄ ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν ἄνισοι. ἔστωσαν αἱ αβ΄, αγ΄. τὰ ἄρα β΄, γ΄ σημεῖα ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ. τετμήσθω ἡ ἐπιφά-

---

Hoc fragmentum edidit A. Mai: Classici auct. I p. 426—30, unde totidem litteris repetiui. usus est duobus codicibus Uaticanis, quos signaui a, b.

---

5. ὠθούμενον om. a. 6. τοὺς μᾶλλον ὠθουμένους a et b manu 1. 8. ᾖ] ἦν b. 14. α΄] πρῶτον a; et sic etiam infra.

νεια ἐπιπέδῳ διὰ τῶν β′, γ′, α′ σημείων. κύκλου δὴ ποιήσει περιφέρειαν ᾧ ὑποκείμενον, οὗ κέντρον τὸ α′. ἴσαι ἄρα αἱ αβ′, αγ′. ἀλλὰ καὶ ἄνισοι· ὅπερ ἀδύνατον. σφαίρας ἄρα ἐστὶν ἐπιφάνεια· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

β′.

Παντος ὕδατος ἡσυχάζοντος ὥστε ἀκίνητον μένειν ἡ ἐπιφάνεια σφαιροειδὴς ἔσται ἔχουσα τὸ αὐτὸ τῇ γῇ κέντρον.[1])

γ′.

Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ ἰσομεγέθη καὶ ὑποβαρῆ τῷ ὑγρῷ καθειμένα εἰς τὸ ὑγρὸν βαπτισθήσονται ὥστε τὴν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφάνειαν μὴ ὑπερβάλλειν, καὶ οὐκέτι οἰσθήσεται εἰς τὰ κατωτέρω.[2])

δ′.

Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ τοῦ ὑγροῦ κουφότερα, ἐὰν εἰς ὑγρὸν καθιῶνται, οὐχ ὅλα βαπτισθήσεται, ἀλλ' ἔσται τι αὐτῶν καὶ ἔξω τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

ε′.

Τῶν στερεῶν μεγεθῶν τὰ τοῦ ὑγροῦ κουφότερα εἰς τὸ ὑγρὸν καθειμένα ἐπὶ τοσοῦτον βαπτισθήσεται,

---

1) Strabo I p. 54: *τὴν Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκεῖνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχουμένων, παντὸς ὑγροῦ καθεστηκότος καὶ μένοντος τὴν ἐπιφάνειαν σφαιρικὴν εἶναι σφαίρας ταὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ γῇ.* Uitruuius VIII, 5, 3.

2) Hero pneumat. p. 151: *ἀπεδείχθη γὰρ Ἀρχιμήδει ἐν τοῖς ὀχουμένοις, ὅτι τὰ ἰσοβαρῆ τῷ ὑγρῷ σώματα ἀφεθέντα εἰς τὸ ὑγρὸν οὔτε ὑπερέξει τοῦ ὑγροῦ οὔτε καταδύσεται.*

---

2. ᾧ] ὡς? 10. ἰσοβαρῆ? 12. ἐπιβάλλειν b.

ἐφ' ὅσον τοσοῦτον τοῦ ὑγροῦ ὄγκον, ὅσος ἐστὶν ὁ τοῦ βαπτισθέντος μέρους, ἰσοβαρεῖ εἶναι τῷ ὅλῳ μεγέθει.

ς'.

Τὰ στερεὰ ὑγροῦ κουφότερα βίᾳ εἰς τὸ ὑγρὸν πιεσθέντα ἐπανιστάμενα φέρονται ἐπὶ τὰ ἄνω τοσαύτῃ δυνάμει, ὅσῳ τὸ ὑγρὸν ἰσομέγεθες τῷ μεγέθει βαρύτερόν ἐστι τοῦ μεγέθους.

ζ'.

Τὰ βαρύτερα τοῦ ὑγροῦ στερεὰ καθειμένα εἰς τὸ ὑγρὸν οἰσθήσεται κάτω, ἕως οὗ καταβαίνωσι, καὶ ἔσται τοσούτῳ κουφότερα ἐν τῷ ὑγρῷ, ὅσον ἔχει τὸ βάρος τὸ ὑγρὸν ἰσομέγεθες τῷ στερεῷ μεγέθει.

Λῆμμα ἢ ὑπόθεσις.

Ὑποκείσθω τῶν ἐν ὑγρῷ ἄνω φερομένων ἕκαστον ἄνω φέρεσθαι κατὰ κάθετον, ἥτις ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους αὐτῶν ἐκβάλλεται.

Θεώρημα η'.

Ἐὰν στερεῶν τι μέγεθος ἔχον σχῆμα τμήματος σφαίρας εἰς τὸ ὑγρὸν καθιῆται, ὥστε τὴν βάσιν τοῦ τμήματος μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τὸ σχῆμα ἐπισταθήσεται ὀρθόν, ὥστε τὸν ἄξονα τοῦ τμήματος κατὰ κάθετον εἶναι. καί ....

2. ἰσοβαρῆ? 16. βάρεος a et b manu 1. 18. στερεόν? 22. καί om. a.

De iis, quae in humido uehuntur.[1])

Liber I.

Suppositio prima.

Supponatur humidum habens talem naturam, ut partibus ipsius ex aequo iacentibus et existentibus continuis expellatur minus pulsa a magis pulsa; et unaquaeque autem partium ipsius pellitur humido, quod supra ipsius existente secundum perpendicularem, si humidum sit descendens in aliquo et ab alio aliquo pressum.

Theorema primum. Propositio prima.

Si superficies aliqua plane secta per aliquod signum semper idem signum sectionem facientem circuli

---

Librum I primus edidit N. Tartalea Uenetiis 1543. deinde ex schedis eius et primum et secundum librum edidit Troianus Curtius Uenetiis 1565. hanc interpretationem emendauit F. Commandinus (Bononiae 1565), quem sequitur Torellius (praef. p. XVIII). cum Tartalea solus Graecum codicem habuisse uideatur (Quaest. Arch. p. 101; cfr. p. 13; 23), eum secutus sum, ita ut soloece et barbare dicta intacta relinquerem, et ea tantum, quae in mathematicis peruersa erant, corrigerem cum

---

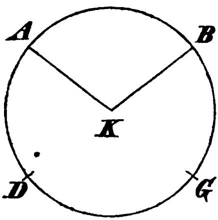
1) „De insidentibus aquae“ Tartalea. „De iis, quae in aqua uehuntur“ Commandinus; secutus sum Torellium p. XVIII.

---

8. „supra ipsam existente“ Comm. 9. et] „aut“ Comm. 12. „plano“ Comm. „per idem semper punctum, sitque sectio circuli circumferentia“ Comm.

periferiam centrum habentem signum, per quod plano secatur, sphaerae erit superficies.

sit enim superficies aliqua secta per signum *K* plano super sectionem facientes circuli periferiam, centrum autem ipsius *K*. si igitur ipsa superficies non est sphaerae superficies, non erunt omnes quae a centro ad superficiem occurrentes lineae aequales. sit itaque *A*, *B*, *G*, *D* signa in superficie, et inaequales quae *AK*, *KB*, per ipsas autem *KA*, *KB* planum educatur et faciat sectionem in superficie lineam *DABG*. circuli ergo est ipsa, centrum autem ipsius *K*, quoniam supponebatur superficies talis. non sunt ergo inaequales lineae *KA*, *KB*. necessarium igitur est, superficies esse sphaerae superficiem.



Theorema II. Propositio II.

Omnis humidi consistentis ita, ut maneat inmotum, superficies habebit figuram sphaerae habentis centrum idem cum terra.

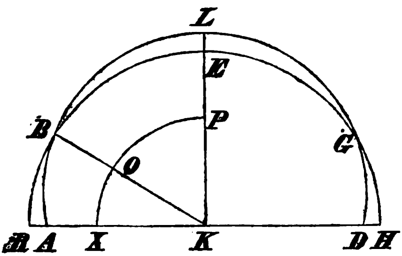
Intelligatur enim humidum consistens ita, ut ma-

Commandino et Nizzio, lectionibus Tartaleae in adnotationes reiectis. sed ubi Tartaleae uerba intellegi non posse uidebantur, in adnotatione adtuli emendatam Commandini scripturam. etiam interpunctionem peruersissimam Tartaleae et orthographiam parum constantem tacite mutaui.

---

3. sit] „si“ Tartalea. 4. super sectionem facientes] scrib. semper sectionem faciente; „et sit sectio semper“ Comm. 7. quae] hic, ut saepe, respondet articulo Graeco. 16. superficies] nominatiuus respondet Graeco ὅτι ἡ ἐπιφάνεια; cfr. p. 361 lin. 3.

neat non motum, et secetur ipsius superficies plano per centrum terrae. sit autem terrae centrum *K*, superficiei autem sectio linea *ABGD*. dico itaque, linea *ABGD* circuli esse periferiam, centrum autem ipsius *K*. si enim non est, rectae a *K* ad lineam *ABGD* occurrentes non erunt aequales. sumatur igitur aliqua recta, quae est quarundam quidem a *K* occurrentium ad lineam *ABGD* maior, quarundam autem minor, et centro quidem *K*, distantia autem sumptae lineae circulus describatur.



cadet igitur periferia circuli habens hoc quidem extra lineam *ABGD*, hoc autem intra, quoniam quae ex centro quorundam quidem a *K* occurrentium ad lineam *ABGD* est maior, quorundam autem minor. sit igitur descripti circuli periferia quae *RBH*, et ab *B* ad *K* recta ducatur, et copulentur quae *RK*, *KEL* aequales facientes angulos. describatur autem et centro *K* periferia quidem quae *XOP* in plano et in humido. partes itaque humidi quae secundum *XOP* periferiam ex aequo sunt positae continue in uicem. premuntur quae quidem secundum

---

7. quarundam] genetiuus ex Graeco translatus est (τῶν μέν — μείζων). 14. sumptae lineae] τῇ ληφθέντι εὐθείᾳ. 16. habens] om. Comm. hoc quidem] τὸ μέν — τὸ δέ. 19. „sint" Tartalea. 20. „ducantur" Tartalea. 21. *RK*] „*hK*" Tartalea; Comm. litteras prorsus mutauit. *KEL*] „*hel*" Tartalea. 23. quae secundum] τὰ κατά. 24. „perifariam" Tartalea.

XO periferiam *POBE* humido, quod secundum *AB* locum, quae autem secundum periferiam *OP* humido, quod secundum *BE* locum. inaequaliter igitur premuntur partes humidi, quae secundum periferiam *XO*, iis, quae secundum *OP*. quare expelletur minus pressa a magis pressis [hypoth. 1]. non etiam ergo constare fecimus aliquod humidum. supponebatur autem constans ita, ut maneret non motum. necessarium ergo linea *ABGD* est circuli periferiam, et centrum ipsius *K*. similiter autem demonstrabitur et, si superficies humidi plano secta fuerit per centrum terrae, quod sectio erit circuli periferia, et centrum ipsius erit, quod et terrae centrum. palam igitur, quod superficies humidi constantis non moti habet figuram sphaerae habentis centrum idem cum terra, quoniam talis est, ut secta per idem signum sectionem faciat circuli periferiam habentis signum, per quod secatur plano [prop. 1].

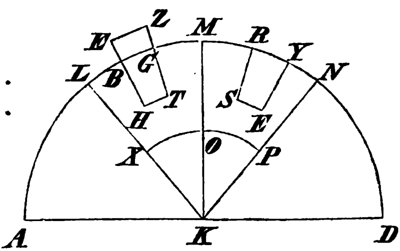
Theorema III. Propositio III.

Solidarum magnitudinum, quae aequalis molis et aequalis ponderis cum humido, dimissae in humidum demergentur ita, ut superficiem humidi non excedant nihil et non adhuc referentur ad inferius.

demonstratur enim aliqua magnitudo aeque grauium cum humido in humidum, et si possibile est,

1. *POBE*] om. Comm. quod] „quae“ Tartalea. *AB*] „2*b*“ Tartalea. 3. „aequaliter“ Tartalea; corr. Comm. 4. quae] „quod“ Tartalea. 5. iis] „ei“ Tartalea. „non expelletur“ Tartalea; corr. Comm. 6. „costare“ Tartalea. 10. si] om. Tartalea; „si quomodocunque aliter“ Comm. 17. „centrum habentis“ Comm. 21. non excedant nihil] *μὴ ὑπερβάλλειν μηδέν*. 23. demonstratur] scrib. demergatur.

excedat ipsa superficiem humidi. consistat autem humidum, ut maneat immotum. intelligatur autem aliquod planum eductum per centrum terrae et humidi et per solidam magnitudinem. sectio autem sit superficiei quidem humidi quae *ABGD*, solidae autem magnitudinis quae *EZHT* insidentia, centrum autem terrae *K*. sint autem solidae quidem magnitudinis quod quidem *BGHT* in humido, quod autem *BEZG* extra.. intelligatur et solida figura comprensa pyramide basem quidem habente parallelogrammum, quod



in superficie humidi, uerticem autem centrum terrae. sectio autem sit plani, in quo est quae *ABGD* periferia, et planorum pyramidis quae *KL*, *KM*. describatur autem quaedam alterius' sphaerae superficies circa centrum *K* in humido sub *EZHT*, quae *XOP*. secetur hoc a superficie plani. sumatur autem et quaedam alia pyramis aequalis et similis comprehendenti solidam, continua ipsi. sectio autem sit planorum ipsius quae *KM*, *KN*, et in humido intelligatur quaedam magnitudo humido assumpta quae *RSEY* aequalis et similis solidae, quae secundum *BHGT*, quod est ipsius in humido. partes autem humidi, quae sunt

5. „magnitudines" Tartalea. 6. „insidentis" Comm. 7. *K*] om. Tartalea. 12. „compressam" Tartalea. 13. „bassem" Tartalea. 14. „habentem paralelogrommum" Tartalea. 26. „*bheg*" Tartalea. 27. ipsius] sc. totius solidi *EZTH*. sunt] ·/· Tartalea.

in prima pyramide sub superficie, in qua est quae *XO*, et quae in altera, in qua quae *PO*, ex aequo sunt positae et continuae. similiter autem non premuntur. quae quidem etiam secundum *XO* premitur a solido *THEZ* et humido intermedio superficie, quae secundum *XO*, *LM*, et planorum pyramidis; quae autem secundum *PO* solido *RSEY* et humido intermedio superficierum, quae secundum *PO*, *MN*, et planorum pyramidis. minor autem erit grauitas humidi, quod secundum *MN*, *OP*, eo, quod secundum *LM*, *XO*. quod enim secundum *RSEY*, est minus solido *EZHT*. ipsius enim ei, quod secundum *HBGT*, est aequale, quia magnitudine aequale et aeque graue supponitur solidum cum humido. reliquum autem reliquo aequale est. palam igitur, quia expelletur pars, quae secundum periferiam *OP*, ab ea, quae secundum periferiam *OX*, et non erit humidum non motum [hypoth. 1]. supponitur autem non motum existens. non ergo excedet superficiem humidi aliquid solidae magnitudinis. demersum autem solidum non fertur ad inferiora. similiter enim prementur omnes partes humidi ex aequo positae, quia solidum est aeque graue.

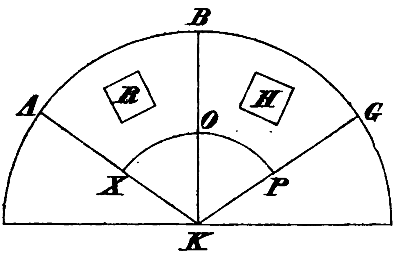
---

2. aequo] „quo“ Tartalea. 3. „non continuae“ Tartalea. non] om. Tartalea. 4. etiam] scrib. enim. 5. „*ther*“ Tartalea. superficie] *τὸ μεταξὺ τῶν ἐπιφανειῶν καὶ . . τῶν ἐπιπέδων*; cfr. lin. 8. 7. „*r ſcy*“ Tartalea, ut lin. 11. 11. enim] ·n· Tartalea. 14. aequale] scripsi; „inaequale“ Tartalea et Comm. 15. quia] *διότι*. 21. aequo] „quo“ Tartalea. 22. „graue atque humidum“ Comm.

Theorema IIII. Propositio IIII.

Solidarum magnitudinum quaecunque leuior fuerit humidi, dimissa in humidum non demergetur tota, sed erit aliquid ipsius extra superficiem humidi.

sit enim solida magnitudo leuior humido et dimissa in humidum. demergatur tota, si possibile est, et nihil ipsius sit extra superficiem humidi. consistat autem humidum ita, ut maneat non motum. intelligatur etiam aliquod planum eductum per centrum terrae et per humidum et per solidam magnitudinem.



secetur autem a plano hoc superficies quidem humidi secundum superficiem *ABGD*, solida autem magnitudo per figuram in *R*. centrum autem terrae sit *K*. intelligatur autem quaedam pyramis comprendens figuram *R*, secundum quod et prius, uerticem habens signum *K*. secentur autem ipsius plana a superficie plani *ABG* secundum *AK*, *KB*. accipiatur autem et aliqua alia pyramis aequalis et similis huic. secentur autem ipsius plana a plano *ABG* secundum *KB*, *KG*. describatur autem et quaedam alterius sphaerae superficies in humido circa centrum *K*, sub solida autem magnitudine. secetur ipsa ab eodem plano secundum *XOP*. intelligatur autem et magni-

3. dimissa] scrib. demissa, ut lin. 5 et p. 362, 20. 10. „magnitudinum“ Tartalea. 20. secundum quod et prius] κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ πρότερον.

tudo absumpta ab humido, quae secundum *H*, in posteriori pyramide aequalis solidae, quae secundum *R*. partes autem humidi, quod in prima pyramide, quae sub superficiebus, quae secundum superficiem *XO*, et quod in secunda, quae sub superficiebus, quae superficie *OP*, ex aequo sunt positae et continuae inuicem. non similiter autem premuntur. quae quidem in prima pyramide, premitur a solida magnitudine, quae secundum *R*, et ab humido continente ipsam et exsistente in loco pyramidis, quae secundum *ABOX*. quae autem in altera pyramide, premitur ab humido continente ipsam exsistente in loco pyramidis, qui secundum *POBG*. est autem et grauitas, quae secundum *R*, minor grauitate humidi, quod secundum *H*, quoniam magnitudinem quidem est aequalis, solida autem magnitudo supponitur esse leuior humido humidi continentis magnitudines *R*, *H*, eritque pyramidum aequalis. magis igitur premitur pars humidi, quod sub superficiebus, quae secundum periferiam *OP*. expellet ergo, quod minus premitur [hypoth. 1], et non manet humidum non motum. supponebatur autem non motum. non ergo demergetur tota, sed erit aliquid ipsius extra superficiem humidi.

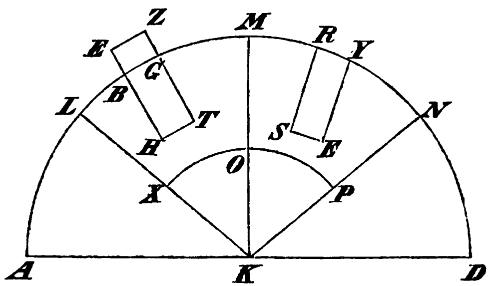
---

3. quae sub superficiebus] obscura; om. Comm.; cfr. lin. 5, 18. 6. aequo] „quo" Tartalea. 9. ipsam] „ipsas" Tartalea. 11. premitur] deest: „ab magnitudine *H* et". „continent" Tartalea. 14—17: „quoniam magnitudo solida mole quidem aequalis et humido leuior ponitur; grauitas autem humidi continentis magnitudines *R*, *H* est aequalis, cum pyramides aequales sint" Comm.

Theorema V. Propositio V.

Solidarum magnitudinum quaecunque fuerit leuior, dimissa in humidum in tanto demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est moles demersae, habeat aequalem grauitatem cum tota magnitudine.

disponantur autem eadem prioribus, et sit humidum non motum. sit autem magnitudo *EZHT* leuior humido. si igitur humidum est non motum, similiter



prementur partes ipsius ex aequo positae [hypoth. 1]. similiter ergo premetur humidum, quod sub superficiebus, quae secundum periferias *XO* et *PO*. quare aequalis est grauitas, quae premitur. est autem et humidi grauitas, quod in prima pyramide, sine *BHTG* solido aequalis grauitati humidi, quod in altera pyramide, sine *RSEY* humido. palam igitur, quod grauitas magnitudinis *EZHT* est aequalis grauitati humidi *RSEY*. manifestum igitur, quod tanta moles humidi, quanta est demersa pars solidae magnitudinis, habet grauitatem aequalem toti magnitudini.

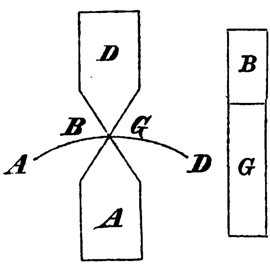
---

3. Scrib. demissa. 6. „eandem“ Tartalea. 12. quae premitur] „qua premuntur“ Comm. 15. „*rscy*“ Tartalea, ut lin. 17.

Theorema VI. Propositio VI.

Solida leuiora humido ui pressa in humidum surrexi feruntur tanta ui ad superius, quanto humidum habens molem aequalem cum magnitudine est grauius magnitudine.

sit enim magnitudo *A* leuior humido. sit autem magnitudinis quidem, in qua *A*, grauitas *B*, humidi autem habentis molem aequalem cum *A* grauitas *BG*. demonstrandum, quod magnitudo *A*, ubi pressa in humidum, refertur ad superius tanta ui, quanta est grauitas *G*. accipiatur enim quaedam magnitudo, in qua *D*, habens grauitatem aequalem ipsi *G*. magnitudo autem ex utrisque magnitudinibus, in quibus *A*, *D*, in eadem composita est leuior humido. est enim magnitudinis quidem ex utrisque grauitas *BG*, grauitas autem humidi habentis molem aequalem [ipsis *A*, *D* maior est quam *BG*, quoniam humidi molem habentis aequalem] cum *A* grauitas est *BG*. dimittatur igitur in humidum magnitudo ex utrisque *A*, *D* composita. ad tantum demergetur, donec tanta moles humidi, quantum est demersum magnitudinis, habeat grauitatem aequalem cum tota magnitudine. demonstratum est hoc [prop. 5]. sit autem superficies quaedam humidi alicuius quae *ABGD* periferia. quoniam igitur



2. surrexi] ἐπανιστάμενα p. 358, 5; om. Comm. 4. „mole" Tartalea, ut lin. 8, 17. 14. humido] sc. molem habenti aequalem magnitudini $A + D$. 17. ipsis — lin. 19: aequalem] om. Tartalea; suppleui ex Commandino.

tanta moles humidi, quanta est magnitudo *A*, habet grauitatem aequalem cum magnitudinibus *A*, *D*, palam est, quod demersum ipsius erit magnitudo *A*, reliquum autem, in quo *D*, erit totum desuper supra superficiem humidi. si enim †. palam igitur, quod quanta ui magnitudo *A* refertur ad superius, tanta ab eo, quod supra est, *D*, premitur ad inferius, quoniam neutra a neutra expellitur. sed *D* ad deorsum premit tanta grauitate, quanta est *G*; supponebatur enim grauitas eius, in quo *D*, esse aequalem ipsi *G*. palam igitur, quod oportebat demonstrare.

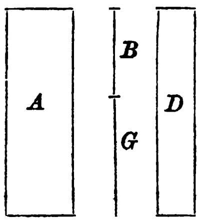
Theorema VII. Propositio VII.

Grauiora humido dimissa in humidum ferentur deorsum, donec descendant, et erunt leuiora in humido tantum, quantum habet grauitas humidi habentis tantam molem, quanta est moles solidae magnitudinis.

quod quidem feretur in deorsum, donec descendat, palam. partes enim humidi, quae sub ipsius, premuntur magis quam partes ex aequo ipsis iacentes, quoniam solida magnitudo supponitur grauior humido. quod autem leuiora erunt, ut dictum est, demonstrabitur. sit enim aliqua magnitudo quae *A*, quae est grauior humido, grauitas autem magnitudinis quidem, in qua *A*, sit quae *BG*, humidi autem habentis mo-

5. si enim] om. Comm.; lacuna uidetur esse. 7. est] ·ʃ· Tartalea. 8. neutra a neutra] h. e. quoniam aequilibritatem seruat $A + D$ ita positum, ut *A* in humido sit, *D* autem supra. male Nizzius: altera ab altera. 10. *D*] „*gd*“ Tartalea. 13. „ferrentur“ Tartalea. 16. „mole“ Tartalea, ut lin. 24. 17. „ferretur“ Tartalea. 18. sub ipsius] ὑπ᾽ αὐτοῦ. 19. quam] „quae“ Tartalea. aequo ipsis] „quo ipsas“ Tartalea. 24. sit quae] ἔστω ἡ; „sitque“ Tartalea.

lem aequalem ipsi *A* grauitas *B*. demonstrandum, quod magnitudo *A* in humido existens habebit grauitatem aequalem ipsi *G*. accipiatur enim aliqua alia magnitudo, in qua *D*, leuior humido molis aequalis cum ipsa. sit autem magnitudinis quidem, in qua *D*, grauitas aequalis grauitati *B*, humidi autem habentis molem aequalem magnitudini *D* grauitas sit aequalis grauitati *BG*. compositis autem magnitudinibus, in quibus



A, *D*, magnitudo simul utrarumque erit aeque grauis humido. grauitas enim magnitudinum simul utrarumque est aequalis ambabus grauitatibus, scilicet *BG* et *B*, grauitas humidi huius habentis molem aequalem ambabus magnitudinibus est aequalis eisdem grauitatibus. dimissis igitur magnitudinibus et proiectis in humidum aequerepentes erunt humido et nec ad sursum ferentur neque ad deorsum [prop. 3], quoniam magnitudo quidem, in qua *A*, exsistens grauior humido feretur ad deorsum et tanta ui a magnitudine, in qua *D*, retrahitur. magnitudo autem, in qua *D*, quoniam est leuior humido, eleuabitur sursum tanta ui, quanta est grauitas *G*; demonstratum est enim, quod magnitudines solidae leuiores humido impressae in humidum tanta ui referuntur ad sursum, quanto humidum aequae molis cum magnitudine est grauius magnitudine [prop. 6]. est autem humidum habens

6. „mole aequale" Tartalea. 14. huius habentis] τοῦ ἔχοντος. „mole" Tartalea. 18. „ferrentur" Tartalea, ut lin. 20. 19. quoniam] debebat esse: itaque. 20. tanta] ↄ: tantadem.

molem aequalem cum D [grauius quam D ipsa G grauitate]. Palam igitur, quod magnitudo, in qua A, fertur in deorsum tanta grauitate, quanta est G.

Suppositio II.

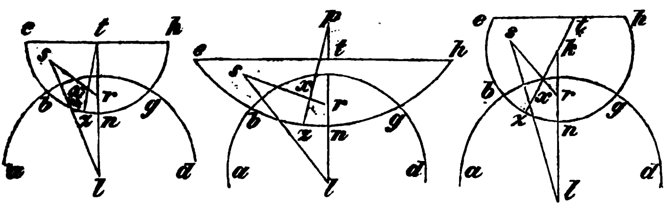
Supponatur, eorum, quae in humido sursum feruntur, unumquodque sursum ferri secundum perpendicularem, quae per centrum grauitatis ipsorum producitur.

Theorema VIII. Propositio VIII.

Si aliqua solida magnitudo habens figuram portionis sphaerae in humidum dimittatur ita, ut basis portionis non tangat humidum, figura insidebit recta ita ut axis portionis secundum perpendicularem sit. et si ab aliquo trahitur figura ita, ut basis portionis tangat humidum, non manet declinata, secundum dimittatur, sed recta restituatur.† [1])

---

1) Demonstratio huius propositionis apud Tartaleam deest (diserte ad eam respicitur prop. 9 p. 372, 15; 21); sed figurae cum



iis, quae ad prop. 9 pertinent, mixtae inueniuntur hae; demonstrationem de suo adiecit Commandinus.

---

1. grauius — grauitate lin. 2 om. Tartalea; suppleui ex Commandino. 3. „feri“ Tartalea. 13. secundum] „si“ Comm.

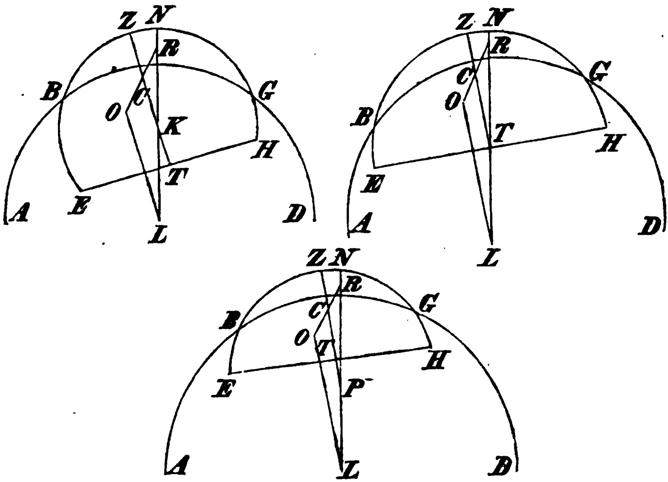
[Theorema IX. Propositio IX.]

Et igitur, si figura leuior exsistens humido dimittatur in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in humido, figura insidebit recta ita, ut axis ipsius sit secundum perpendicularem.

intelligatur enim aliqua magnitudo, qualis dicta est, in humidum dimissa. intelligatur etiam et planum productum per axem portionis et per centrum terrae. sectio autem sit superficiei quidem humidi quae *ABGD* periferia, figurae autem *EZH* periferia, et quae *EH* recta. axis autem portionis sit quae *ZT*. si igitur est possibile, non secundum perpendicularem sit quae *ZT*. demonstrandum igitur, quod non manet figura, secundum in rectum statuetur. est autem centrum sphaerae usque *ZT*. rursum enim sit figura maior emisperio, et sit centrum sphaerae usque ad emisperium scilicet *T*, in minori autem *P*, in maiori autem *K*. per *K* autem et per centrum terrae *L* ducatur *KL*. figura autem extra humidum assumpta a superficie humidi axem habet in perpendiculari, quae per *K*. propter eadem prioribus est centrum grauitatis ipsius in linea *NK*. sit enim *R*. totius autem portionis centrum grauitatis est in linea *ZT* inter *K*

1. Theorema cett. om. Tartalea, apud quem prop. 9 ita typis expressa est, quasi sit demonstratio propositionis 8. 11. sit quae] „sitque“ Tartalea. 14. secundum] „sed“ Comm. 15. usque] „in“ Comm. rursum] sc. ut in demonstratione prop. 8. 16. emisperio] ɔ: hemisphaerio; cfr. lin. 17. usque ad] „in dimidia sphaera“ Comm. 19. extra cett.] „quae est extra humidi superficiem“ Comm. 21. „eandem“ Tartalea. prioribus] in demonstr. prop. 8. 22. enim] δή?

et Z, et sit C. reliquae ergo figurae eius, quae in humido, centrum erit in recta CR inducta et absumpta, quae habebit ad CR eandem proportionem, quam habet grauitas portionis, quae extra humidum, ad gra-



uitatem figurae, quae in humido [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. sit autem O centrum dictae figurae, et per O perpendiculari[s ducatur LO]. feretur igitur grauitas portionis quidem, quae est extra humidum, secundum rectam RO ad deorsum, figurae autem, quae in humido, secundum rectam OL ad sursum [hypoth. 2]. non manet igitur figura, sed partes quidem figurae, quae uersus H, ferentur ad deorsum, quae autem uer-

1. inducta] διηγμένη. 6. „perpendiculari" Tartalea; cetera suppleuit Comm. 7. „ferretur" Tartalea, ut lin. 12.

sus *E*, ad sursum, et super hoc erit, donec quae *ZT* secundum perpendicularem fiat.[1])

---

1) Haec quoque propositio mutila ad nos peruenit. neque enim amplius quam primus casus pertractatus est, cum tamen de duobus ceteris promissum sit (p. 372, 15), et praeparatum (p. 372, 17). sed ne id quidem, quod exstat, satis perspicuum est.

---

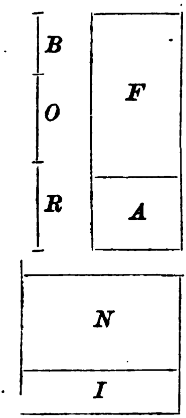
1. super] scrib. semper. In fine: „explicit de insidentibus aquae liber“ Tartalea.

Liber II.

I.

Si aliqua magnitudo existens leuior humido dimittatur in humidum, hanc habebit proportionem in grauitate ad humidum molis aequalis sibi, quam habet demersa magnitudo ad totam magnitudinem.

demittatur enim in humidum aliqua magnitudo solida, quae sit *FA*, leuior humido. sit autem quod quidem demersum ipsum *A*, quod autem extra humidum *F*. demonstrandum, quod magnitudo *FA* ad humidum aequalis molis in grauitate hanc habet proportionem, quam *A* ad *FA*. accipiatur enim aliqua humida magnitudo, quae sit *NI*, molis aequalis cum *FA*, et ipsi quidem *F* sit aequale *N*, ipsi autem *A I*. et adhuc grauitas quidem magnitudinis *FA* sit *B*, ipsius autem *NI* quae *RO*, ipsius autem *I R*. magnitudo igitur *FA* ad *NI* hanc habet proportionem, quam grauitas *B* ad grauitatem *RO*. sed quoniam magnitudo *FA* in humidum dimissa est leuior



5. molis] „mobilis“ Tartalea. 8. quae] „quam“ Tartalea, ut lin. 14. 9. ipsum] ipsius?

existens humido, palam, quod demersae magnitudinis moles humidi habet grauitatem aequalem cum magnitudine *FA*. demonstratum est enim hoc [I, 5]. et quoniam quod secundum *A* humidum est *I*, ipsius autem *I* grauitas est *R*, ipsius autem *FA* grauitas est *B*, grauitas *B*, quae est habentis aequalem molem totius magnitudinis *FA*, est aequalis grauitati humidi *I*, scilicet ipsi *R*; et quoniam est, ut magnitudo *FA* ad humidum, quod secundum ipsam, scilicet *NI*, ita *B* ad *RO*, aequale autem est *B* ipsi *R*, ut autem *R* ad *RO*, ita *I* ad *NI* et *A* ad *FA*, ut ergo *FA* ad humidum, quod secundum ipsam, in grauitate, magnitudo *A* ad *FA*. † factum est aequale demersae magnitudinis, scilicet *A*. habet ergo magnitudo *FA* in grauitate ad *NI*, ita *B* ad *RO*. quam autem proportionem habet *R* ad *RO*, hanc habet proportionem … ad *R*, … et *A* ad *FA*. demonstratum est enim.

II.

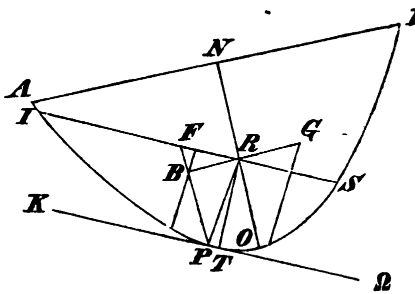
Recta portio rectanguli conoidalis quando axem habuerit non maiorem, quam emiolium eius, quae usque axem, omnem proportionem habens ad humidum in grauitate, dimissa in humido ita, ut basis ipsius non tangat humidum, posita inclinata, non manet in-

---

1. „demeraes" Tartalea; „tantam humidi molem, quanta est pars magnitudinis demersa" Comm. 4. quod secundum] τὸ κατὰ τὴν *A* ὑγρόν. 6. „aequalitate mole" Tartalea; „grauitatem aequalem" Nizzius male. 10. *B*] (prius) „*BO*" Tartalea. 12. „ipsa" Tartalea. 13. factum] sequentia uerba sensu carent, nec opus sunt; „quod demonstrare oportebat" Comm. ceteris omissis. 17. ad *R*] in media lacuna Tartalea. 20. non maiorem] Torellius p. XVIII; „maiorem" Tartalea; „minorem" Comm.

clinata, sed restituetur recta. rectam dico consistere talem portionem, quando quod secuit ipsam fuerit aequidistanter superficiei humidi.

sit portio rectanguli conoidalis, qualis dicta est, et iaceat inclinata. demonstrandum, quod non manet, sed restituetur recta. secta autem ipsa plano per



axem recte ad planum, quod in superficie humidi, portionis sectio sit quae $APOL$ rectanguli coni sectio [περὶ κων. 11], axis autem portionis et diameter sectionis quae NO, superficiei autem humidi quae IS. si igitur portio non est recta, non utique erit quae AL aequidistans ipsi IS. quare non faciet angulum rectum quae NO ad IS. ducatur ergo quae $K\Omega$ contingens sectionem coni penes P.† [1])

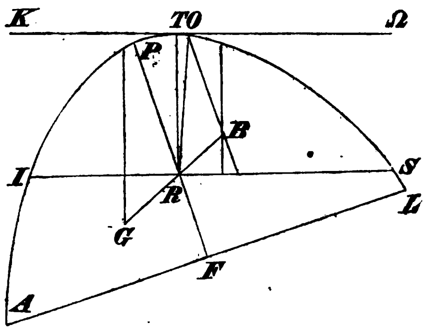
1) Pars extrema demonstrationis apud Tartaleam deest; de suo adiecit Commandinus.

8. quae $APOL$] „que apol." Tartalea. 10. superficiei] pendet ab „sectio" lin. 8. quae IS] „quam K". Tartalea. 12. IS] „is K" Tartalea.

III.

Recta portio rectanguli conoidalis, quando axem habuerit non maiorem quam emiolium eius, quae usque ad axem, omnem proportionem habens ad humidum in grauitate, dimissa in humido ita, ut basis ipsius tota sit in humido, posita inclinata, non manet inclinata, sed restituetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem sit.

dimittatur enim aliqua portio in humidum, qualis dicta est, et sit ipsius basis in humido. secta autem plano per axem recto ad superficiem humidi sectio sit quae *APOL* rectanguli coni sectio [*περὶ κων.* 11], axis autem portionis et diameter sectionis quae *PF*, superficiei autem humidi sectio sit quae *IS*; et si inclinata



iacet portio, non erit secundum perpendicularem axis. non ergo faciet quae *PF* angulos aequales ad *IS*. ducatur autem quaedam quae *KΩ* aequedistanter ipsi

3. non maiorem] Torellius p. XVIII; „maiorem" Tartalea; „minorem" Comm. 9. qualis] „aequalis" Tartalea. 13. sectionis] „sectio m, ƒ" Tartalea. 14. sit quae] „sitque" Tartalea.

IS contingens sectionem *APOL* penes *O*, et solidae quidem magnitudinis *APOL* centrum grauitatis sit *R*, ipsius autem *IPOS* solidi centrum *B*, et copulata quae *BR* educatur, et centrum grauitatis reliquae figurae, scilicet *ISLA*, sit *G* [cfr. ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. similiter[1]) demonstrabitur angulus quidem qui sub *ROK* acutus, perpendicularis quae ab *R*, *TR*, ad $K\Omega$ producitur, cadens inter *K* et Ω, sitque *RT*. si autem ab ipsis *G*, *B* ducantur aequedistanter ipsi *RT*, quod quidem in humido absumptum feretur sursum secundum productam per *G* [I hypoth. 2]. quod autem extra humidum secundum productam per *B* feretur deorsum, et non manet solidum *APOL* sic se habens in humido, sed quod quidem secundum *A* habebit lationem sursum, quod autem secundum *L* deorsum, donec fiat quae *PF* secundum perpendicularem.

IV.

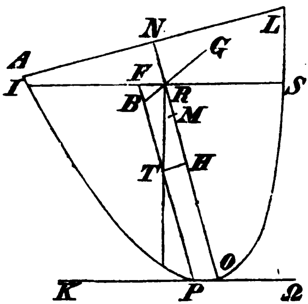
Recta portio rectanguli conoidalis quando fuerit leuior humido et axem habuerit maiorem quam emiolium eius, quae usque ad axem, si in grauitate ad humidum aequae molis non minorem proportionem habeat illa, quam habet tetragonum quod ab excessu, quo maior est axis quam emiolius eius, quae usque

1) Sc. ac supra in demonstratione prop. 2, quae intercidit; de re u. Nizze p. 234, η.

6. *ROK*] „*rωK*“ Tartalea. 7. perpendicularis] scrib. et perp. *TR*] om. Comm. „*ko*“ Tartalea. 8. Ω] „o“ Tartalea. 10. „ferret“ Tartalea. 12. „producta“ Tartalea. 21. aequae] ɔ: aequalis; „aeque“ Tartalea.

ad axem, dimissa in humido ita, ut basis ipsius non tangat humidum, posita inclinata, non manet inclinata, sed restituetur in rectum.

esto portio rectanguli conoidalis, qualis dicta est, et dimissa in humidum, si est possibile, sit non recta, sed sit inclinata. secta autem ipsa per axem plano recto ad superficiem humidi portionis quidem sectio sit rectanguli coni sectio [*κεϱὶ κων.* 11] quae *APOL*, axis autem portionis et diameter quae *NO*, superficiei autem humidi sectio sit *IS*. si igitur portio non est recta, non faciet quae *NO* ad *IS* angulos aequales. ducatur autem quae *KΩ* contingens sectionem rectanguli coni penes *P*, aequidistans autem ipsi *IS*. a *P* autem aequedistanter ipsi *ON* ducatur quae *PF*, et accipiantur centra grauitatum, et erit solidi quidem *APOL* centrum *R*, eius autem, quod inter humidum, centrum *B*, et copuletur *BR* et educatur ad *G*, et sit solidi, quod supra humidi, centrum grauitatis *G* [*ἐπιπ. ἰσοϱϱ.* I, 8]. et quoniam quae *NO* ipsius quidem *RO* est emiolia[1]), eius autem, quae usque ad axem, est maior



---

1) Nam centrum grauitatis conoidis rectanguli ita in axi

---

1. axem] addendum: ad tetragonum quod ab axe. 4. „rectangula“ Tartalea. 11. diameter] sc. sectionis. 19. quae] „que“ Tartalea. 20. „contra grauitum“ Tartalea. 21. inter] ɔ: intra. 22. *BR*] „*gtr*“ Tartalea. 23. quod supra humidi] *τὸ ὑπὲϱ τοῦ ὑγϱοῦ*.

quam emiolia, palam, quod quae *RO* est maior quam quae usque ad axem. sit igitur quae *RH* aequalis ei, quae usque ad axem, quae autem *OH* dupla ipsius *HM*. quoniam igitur sit quae quidem *NO* ipsius *RO* emiolia, quae autem *MO* ipsius *OH*, et reliqua quae *MN* reliquae, scilicet *RH*, emiolia est.[1]) ipsi *MO* est maior quam emiolius est axis eius, quae usque ad axem, scilicet *RH*.[2]) et quoniam supponebatur portio ad humidum in grauitate non minorem proportionem habens illa, quam habet tetragonum, quod ab excessu, quo axis est maior quam emiolius eius, quae usque ad axem, ad tetragonum quod ab axe, palam, quod non minorem proportionem habet portio ad humidum in grauitate illa proportione, quam habet tetragonum quod ab *MO* ad id quod ab *NO*. quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habet demersa ipsius portio ad totam solidam portionem. demonstratum est enim hoc [prop. 1]. sed quam habet proportionem demersa portio ad totam, hanc

positum est, ut pars ad uerticem sita duplo maior sit altera; Quaest. Arch. p. 33.

1) Nam $MN = NO \div MO = \frac{3}{2}(RO \div OH) = \frac{3}{2}RH$.

2) H. e. $NO = \frac{3}{2}RH + MO$. „quae usque ad axem" (ἡ μέχρι τοῦ ἄξονος; περὶ κων. 3 p. 304, 3) est dimidia parametrus (p); u. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 13. sed $RH = \frac{1}{2}p$ (Apollon. con. V, 13). est igitur

$$NO = MN + MO = \frac{3}{2}RH + MO.$$

2. *RH*] „*rm*" Tartalea. 3. *OH*] „*on*" Tartalea. 4. *HM*] „*rm*" Tartalea. 5. *OH*] sc. emiolia. 6. reliquae] „reliqua" Tartalea. est] (alt.) igitur? „ergo axis tanto maior est quam sesquialter eius, quae usque ad axem, quanta est linea *MO*" Comm. 8. *RH*] „*rm*" Tartalea. 9. „minuerem" Tartalea. 14. proportione] „proportionem" Tartalea. 19. portio] „proportio" Tartalea.

habet tetragonum quod ab PF ad tetragonum quod ab NO. demonstratum est enim in iis, quae de conoidalibus, quod, si a rectangulo conoidali duae portiones qualitercunque productis planis abscindantur portiones, adinuicem eandem habebunt proportionem, quam tetragona quae ab axibus ipsorum [περὶ κων. 24]. non minorem ergo proportionem habet tetragonum quod a PF ad tetragonum quod ab NO, quam tetragonum quod ab MO ad tetragonum quod ab NO. quare quae PF non est minor quam MO, neque quae BP quam HO.[1]) si igitur ab H ipsi NO recta ducatur, cadet intra B et P. quoniam igitur quae quidem PF est aequidistanter diametro, quae autem MT est perpendicularis ad diametrum, et quae RH aequalis ei, quae usque ad axem, ab R ad T copulata et educta facit angulos rectos ad contingentem secundum P.[2]) quare et ad IS et ad eam, quae per IS, superficiem humidi faciet aequales angulos.[3]) si autem per B, G ipsi RT aequedistantes ducantur, anguli recti erunt facti ad superficiem humidi, et quod quidem in humido assumitur

---

1) Nam $BP = \frac{2}{3} PF$ (p. 380 not. 1) et
$HO = \frac{2}{3} MO$ ↄ: $BP \geqq HO$.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 54 nr. 21.

3) Nam $IS \ddagger K\Omega$; tum u. Eucl. I, 29.

---

1. ab PF ad tetragonum quod ab NO] om. Tartalea lacuna relicta; corr. Comm. 6. ipsorum] post hoc uocabulum lacunam habet Tartalea. 10. HO] „*no*“ Tartalea. 11. H] „*m*“ Tartalea (et fortasse in figura permutandae M et H; nam in figura Tartaleae M loco litterae H positum est, sed praeterea inter M et O littera H). recta] πρὸς ὀρθάς. „cadent“ Tartalea. Post P desideratur: concidat in T; cfr. p. 385, 10. 14. RH] „*rm*“ Tartalea. 17. aequales] rectos? 18. autem] igitur? (δή).

solidum conoidalis sursum fertur secundum eam, quae per *B*, aequedistantem ipsi *RT*, quod autem extra humidum assumptum deorsum fertur in humidum secundum productam per *G* aequedistantem ipsi *RT* [I hypoth. 2], et per totum idem erit, donec utique conoidale rectum restituatur.

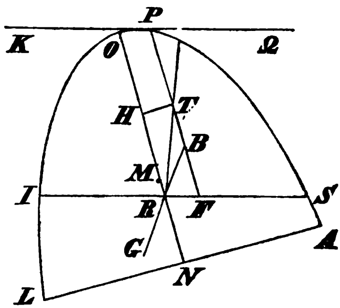
V.

Recta portio rectanguli conoidalis, quando leuior existens humido habuerit axem maiorem quam emiolium eius, quae usque ad axem, si ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habeat illa, quam habet excessus, quo maius est tetragonum quod ab axe tetragono, quod ab excessu, quo axis est maior quam emiolius eius, quae usque ad axem, ad tetragonum quod ab axe, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in humido, posita inclinata non manet inclinata, sed restituetur, ita ut axis ipsius secundum perpendicularem sit.

demittatur enim in humidum aliqua portio, qualis dicta est, et sit basis ipsius tota in humido. secta autem ipsa plano per axem recto ad superficiem humidi erit sectio rectanguli coni sectio [περὶ κων. 11]; et sit quae *APOL*, axis autem et diameter sectionis quae *NO*, superficiei autem humidi sectio quae *IS*. et quoniam non est axis secundum perpendicularem, non faciet quae *NO* ad *IS* angulos aequales. ducatur

1. „ea" Tartalea. 3. „assumpta" Tartalea. 10. quae] „que" Tartalea. 12. „tetragonam" Tartalea. 23. axis] sc. portionis. 24. quae] (prius) „quam" Tartalea.

autem quae *KΩ* contingens sectionem *APOL* secundum *P* aequidistans ipsi *IS*, et per *P* ipsi *NO* aequedistans quae *PF*, et accipiantur centra grauitatum, et



sit ipsius quidem *APOL* centrum *R*, eius autem, quod extra humidum, *B*, et copulata quae *BR* educatur ad *G*, et sit *G* centrum grauitatis solidi assumpti in humido [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. et accipiatur quae *RH* aequalis ei, quae usque ad axem, quae autem *OH* dupla ipsius *HM*, et alia fiant consimiliter superiori [prop. 4 p. 381, 4]. quoniam igitur supponitur portio ad humidum in grauitate non maiorem proportionem habens proportione, quam habet excessus, quo maius est tetragonum quod ab *NO* tetragono quod ab *MO*, ad tetragonum quod ab *NO*, sed quam proportionem habet in grauitate portio ad humidum aequalis molis, hanc proportionem habet demersa ipsius portio ad totum solidum (demonstratum est enim hoc in primo theoremate), non maiorem ergo proportionem habet demersa magnitudo portionis ad totam portionem, quam sit dicta proportio. quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam, quae extra humidum, portionem, quam habet tetragonum

---

2. „grauitatem" Tartalea. 12. *RH*] „*rm*" Tartalea; cfr. ad p. 382, 11. 13. axem] „axe" lacuna relicta Tartalea. 19. ad] om. Tartalea. 25. proportio] „portio" Tartalea. 27. portionem] „proportionem" Tartalea.

quod ab NO ad tetragonum quod ab MO.[1]) habet autem tota portio ad portionem quam extra humidum eandem proportionem, quam habet tetragonum quod ab NO ad id quod a PF [περὶ κων. 24]. non maiorem ergo proportionem habet quod ab NO ad id a PF, quam quod ab NO ad id quod ab MO. non minor ergo fit quae PF quam quae OM. quare nec quae PB quam HO [p. 382 not. 1]. quae ergo ab H producitur ipsi NO ad rectos angulos, concidet ipsi BP intra P et B. concidat secundum T. et quoniam in rectanguli coni sectione quae PF est aequidistanter diametro NO, quae autem HT perpendicularis super diametrum, quae autem RH aequalis ei, quae usque ad axem, palam, quod quae RT educta facit angulos rectos ad $KP\Omega$. quare et ad IS [p. 382 not. 2—3]. quae ergo RT est perpendicularis ad superficiem humidi. et per signa B, G aequedistanter ipsi RT productae erunt perpendiculares ad superficiem humidi. quae quidem igitur extra humidum portio deorsum feretur in humidum secundum productam per B perpendicularem, quae autem intra humidum sursum feretur secundum perpendicularem, quae

1) Est $ISAL : APOL \leqq NO^2 \div MO^2 : NO^2$ siue

$$APOL : ISAL \geqq NO^2 : NO^2 \div MO^2;$$

itaque ἀναστρέψαντι (Eucl. V, 19 πόρισμα et Pappus VII, 48 p. 686)

$$APOL : APOL \div ISAL \leqq NO^2 : MO^2.$$

1. MO] „*mt*“ Tartalea. 5. quod] „quae“ Tartalea. id] id quod? 8. HO] „*no*“ Tartalea. 9. H] „*m*“ Tartalea. NO ad rectos angulos] „*ro* aequidistans“ Tartalea. 12. NO] „*ro*“ Tartalea. HT] „*nt*“ Tartalea. 13. RH] „*rm*“ Tartalea. 20. „ferretur“ Tartalea, ut lin. 22. „producta“ Tartalea.

per G, et non manet solida portio $APOL$, sed intra humídum erit motum, donec utique quae NO fiat secundum perpendicularem.

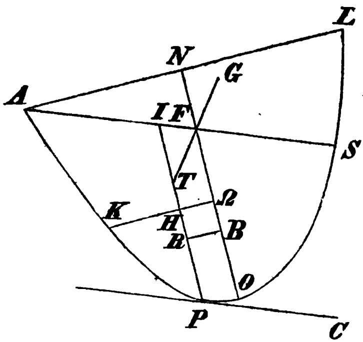
VI.

Recta portio rectanguli conoídalis quando humido leuior existens axem habuerit maiorem quidem quam hemiolium, minorem autem, quam ut habet hanc proportionem ad eam quae usque ad axem, quam habent quindecim ad quattuor, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius contingat humidum, numquam stabit inclinata ita, ut basis ipsius secundum unum signum contingat humidum.

sit portio, qualis dicta est, et dimissa in humidum consistat, sicut ostensum est, ita ut basis ipsius secundum unum signum contingat humidum. secta autem ipsa per axem plano recto ad superficiem humidi sectio superficiei portionis sit quae $APOL$ rectanguli coni sectio [περὶ κων. 11], superficiei autem humidi quae AS, axis autem portionis et diameter sit quae NO, et secetur secundum F quidem ita, ut quae OF sit quae dupla ipsius FN, secundum Ω autem ita, ut quae NO ad $F\Omega$ habeat proportionem quam quindecim ad quattuor, et ipsi NO adducatur quae ΩK. quae autem NO maiorem proportionem habet ad $F\Omega$, quam ad eam, quae usque ad axem. sit quae FB aequalis ei, quae usque ad axem, et ducatur quae qui-

2. „in motum" Tartalea (in motu?). 7. habet] habeat? 17. superficiei] deleo. 19. diameter] sc. sectionis. 20. ut] om. Tartalea. 21. quae] deleo. 23. adducatur] „ad rectos angulos ducatur" Comm. 25. „ea" Tartalea.

dem PC aequedistanter ipsi AS contingens sectionem $APOL$ secundum P, quae autem PI aequedistanter ipsi NO. secet autem quae PI prius ipsam $K\Omega$. quoniam igitur in portione $APOL$ contenta a recta et a sectione rectanguli coni quae quidem KH aequedistanter ipsi AL, quae autem PI aequedistanter diametro secta ipsa $K\Omega$, quae autem AS aequedistanter contingenti secundum P, necessarium est, ipsam PI autem eandem proportionem habere ad PH, quam habet quae $N\Omega$ ad ΩO, aut maiorem proportionem. demonstratum est enim hoc persumpta.[1]) quae autem ΩN est emiolia ipsius ΩO.[2]) et quae IP ergo aut emiolia est ipsius HP aut maior quam emiolia. quae ergo PH ipsius HI aut dupla est aut minor quam dupla.[3])



1) A quo, nescimus; cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 54 nr. 22.

2) Nam $FO = 2FN$; itaque $FN : NO = 1 : 3 = 5 : 15$, et ex hypothesi est $F\Omega : NO = 4 : 15$. quare addendo erit $FN + F\Omega : NO = 9 : 15 = N\Omega : NO$; unde $O\Omega : N\Omega = 6 : 9$.

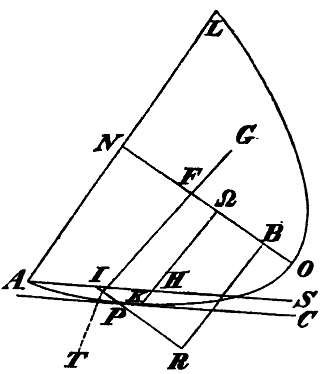
3) Erat $PI : PH \geqq N\Omega : O\Omega$ et $N\Omega = \frac{3}{2} O\Omega$; unde

$$PI \geqq \tfrac{3}{2} PH.$$

itaque $HI = PI \div PH \geqq \frac{1}{2} PH$, h. e. $PH \leqq 2HI$.

9. KH] $K\Omega$ Comm. 10. „ipsa AL quo" Tartalea. 14. P] hic lacunam habet Tartalea. 15. autem] aut? 17. aut] om. Tartalea. 18. persumpta] per sumpta? ΩN] „ωh" Tartalea. 19. IP] „ih" Tartalea.

sit autem quae *PT* ipsius *TI* dupla. centrum ergo grauitatis eius, quod in humido, est signum *T* [p. 380 not. 1]. et copulata quae *TF* educatur, et sit centrum grauitatis eius, quod extra humidum, *G* [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8], et a *B* ipsi *NO* recta quae *BR*. quoniam igitur est quae quidem *PI* aequedistanter diametro *NO*, quae autem *BR* perpendicularis super diametrum, quae autem *FB* aequalis ei, quae usque ad axem, palam, quod quae *FR* educta aequales angulos faciet ad contingentem sectionem *APOL* secundum *P* [p. 382 not. 2—3]. quare et ad *AS* et ad superficiem aquae. ductis autem per *T*, *G* aequedistanter ipsi *FB*, erunt et ipsae perpendiculares ad superficiem aquae, et magnitudo quidem inter humidum assumpta ex solido *APOL* sursum feretur secundum eam, quae per *T*, perpendicularem; quae autem extra humidum, deorsum feretur in humidum secundum eam, quae per *G*, perpendicularem. reuoluetur ergo solidum *APOL*, et basis ipsius non tanget superficiem humidi secundum unum signum. si autem quae *PI* non secuerit lineam *KΩ*, sicut in secunda figura descriptum est, manifestum, quod signum *T*, quod est centrum gra-



9. *FR*] „*tr*" Tartalea. aequales] h. e. rectos. faciet] om. Tartalea. 15. „ferretur" Tartalea. 18. „ferret" Tartalea. 27. secunda] „solida" Tartalea; corr. Comm.

uitatis demersae portionis cadet inter *P* et *I*, et reliqua similiter demonstrabuntur.

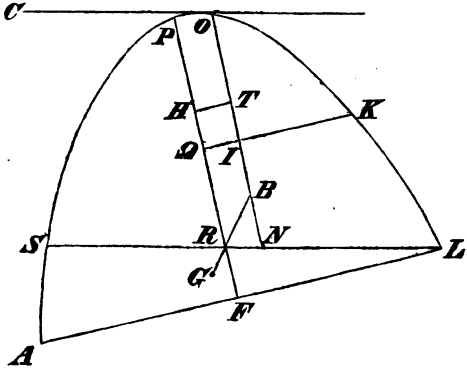
VII.

Recta portio rectanguli conoidalis quando humido leuior fuerit et axem habuerit maiorem quidem quam emiolium eius, quae usque ad axem, minorem autem quam ut proportionem habeat ad eam, quae usque ad axem, quam quindecim ad quattuor, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in humido, nunquam stabit ita, ut basis ipsius tangat superficiem humidi, sed ut tota sit in humido, nec secundum unum signum tangens superficiem.

sit portio, qualis dicta est, et dimissa in humidum, sicut dictum est, consistat ita, ut basis ipsius tangat superficiem humidi. demonstrandum, quod non manet, sed reuoluetur ita, ut basis ipsius tangat superficiem humidi non secundum unum signum. secta enim ipsa plano recto ad superficiem humidi sectio sit quae *APOL* rectanguli coni sectio [*περὶ κων.* 11]. sit autem et superficiei humidi sectio quae *SL*, axis autem portionis et diameter quae *PF*.† sit *I*. rursum autem secetur quae *PF* secundum *R* quidem ita, ut quae *RP* sit dupla ipsius *RF*, secundum *Ω* autem ita, ut quae *PF* ad *RΩ* proportionem habeat, quam quindecim ad quattuor, et quae *ΩK* recta ducatur super *PF*. erit autem minor quae *RΩ* quam ea quae

6. eius, quae] „eiusq′“ Tartalea. autem quam] „aut“ Tartalea. 18. recto] „recta“ Tartalea. 20. humidi] „humida“ Tartalea. *SL*] „*sa*“ Tartalea. 21. sit *I*] ? 24. *PF*] „*pω*“ Tartalea.

usque ad axem [cfr. p. 386, 24]. accipiatur igitur ei quae usque ad axem aequalis quae RH, et quae quidem CO ducatur contingens sectionem penes O existens

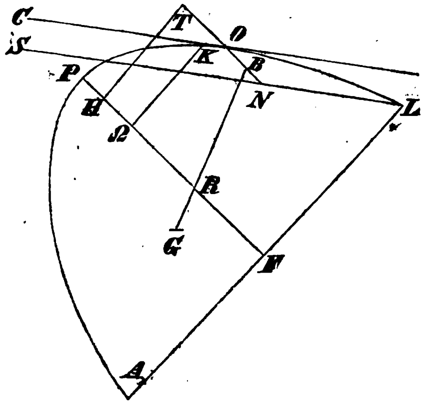


aequedistans ipsi SL, et quae NO et aequedistans ipsi PF. secet autem quae NO ipsam $K\Omega$ prius secundum I. consimiliter autem praecedenti demonstrabitur, quod quae NO aut hemiolia est ipsius OI aut maior quam hemiolia. erit autem quae OI ipsi IN minor quam dupla.[1]) sit igitur quae OB dupla ipsius BN, et disponantur eadem prioribus [p. 388, 1 sq.]. similiter igitur demonstrabitur quae RT faciens angulos rectos ad CO [p. 382 not. 2—3] et ad superficiem humidi, et ab ipsis B, G productae aequedistanter ipsi

1) $ON : OI \geqq F\Omega : P\Omega$ (p. 387 not. 3); $F\Omega = \frac{3}{2} P\Omega$; itaque $ON \geqq \frac{3}{2} OI$. et $IN = ON \div OI \geqq \frac{1}{2} OI$, h. e. $OI \leqq 2 IN$. — fig. 2 om. Tartalea.

3. sectionem] „sectiones" Tartalea. 4. SL] „*as*" Tartalea. et quae NO et] ἡ δὲ NO καί. 8. erit] „sit" Tartalea, Comm. OI] „*ot*" Tartalea. IN] „*tn*" Tartalea. 10. eadem] „tandem" Tartalea. „*rf*" Tartalea, ut p. 391 lin. 1.

RT erunt perpendiculares super superficiem humidi. portio igitur quae quidem extra humidum deorsum



feretur in humidum secundum eam, quae per B, perpendicularem, quae autem inter humidum, sursum feretur secundum eam, quae per G. manifestum igitur, quod uoluitur solidum ita, ut basis ipsius nec secundum unum contingat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tangens ad deorsum feretur ex parte A. — manifestum autem, quod et, si quae NO non secuerit ipsam ΩK, eadem demonstrabuntur.

VIII.

Recta portio rectanguli conoidalis quando axem habuerit maiorem quam hemiolium eius, quae usque ad axem, minorem autem quam ut ad eam, quae ad

3. „ferretur" Tartalea, ut lin. 4. 5. „quam" Tartalea. manifestum] „maximum" Tartalea. 6. „aduoluit" Tartalea. nec] οὐδέ. 8. „ferret" Tartalea. 10. „eandem" Tartalea. 14. quam] om. Tartalea.

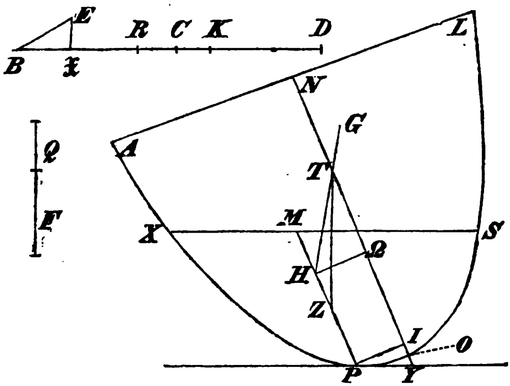
axem, habeat proportionem, quam habet quindecim ad quattuor, si grauitate ad humidum habeat proportionem minorem proportione, quam habet tetragonum quod ab excessu, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem, ad tetragonum quod ab axe, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat humidum, nec in rectum restituetur nec manebit inclinata, nisi quando axis ipsius ad superficiem humidi fecerit angulum aequalem ei, qui dicendus est.

sit portio, qualis dicta est, et sit quae BD aequalis axi, et quae quidem BK sit dupla ipsius KD, quae autem RK aequalis ei, quae usque ad axem. sit autem et quae quidem CB hemiolia ipsius BR. quam autem proportionem habet portio in grauitate ad humidum, hanc habeat quod ab FQ tetragonum ad id, quod a DB. sit autem et quae F dupla ipsius Q. palam igitur, quod quae FQ ad ipsam DB proportionem habet minorem proportione, quam habet quae CB ad ipsam BD.[1]) excessus enim quod CB est, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem. quae ergo FQ erit minor ipsa BC. quare et quae F minor ipsa BR. sit autem ipsi F aequalis quae $R\mathfrak{X}$, et super ipsa BD recta ducatur quae

1) Erat $CB = \frac{3}{2}BR$. sed
$$CD = BD \div BC = \tfrac{3}{2}(BK \div BR) = \tfrac{3}{2}RK.$$
et $CB = BD \div CD = BD \div \frac{3}{2}RK =$ excessui. et ex hypothesi est $CB^2 : BD^2 >$ sectio : humidum, h. e.
$$CB^2 : BD^2 > FQ^2 : BD^2 \text{ (ex hypothesi).}$$

2. grauitate] „grauis“ Tartalea. 13. CB] „*eb*“ Tartalea. 15. habeat] om. Tartalea. 17. „*fg*“ Tartalea. 19. CB] „*tb*“ Tartalea. quod] ? CB] „*gd*“ Tartalea. 22. quae] „quam“ Tartalea.

𝔛E, quae possit dimidium eius, quod sub *KR*, *B𝔛*, et copuletur quae *BE*. demonstrandum, quod portio di-

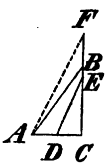


missa in humidum, ut dictum est, consistet inclinata ita, ut axis ad superficiem humidi faciat angulum aequalem angulo *EB𝔛*. — demittatur enim aliqua portio in humidum, et basis ipsius non tangat superficiem humidi. et si possibile est, axis ipsius ad superficiem humidi non faciat angulum aequalem angulo *B*, sed primo maiorem. secta autem portione per axem plano recto ad superficiem humidi sectio erit quae *APOL* rectanguli coni sectio [περὶ κων. 11], superficies autem humidi quae *XS*, axis autem et diameter portionis quae *NO*. ducatur autem et quae quidem *PY* aequedistanter ipsi *XS* contingens sectionem *APOL* secundum *P*, quae autem *PM* aequedistanter ipsi *NO*, quae autem *PI* perpendicularis super *NO*,

1. *B𝔛*] „*x*“ Tartalea. 5. „demonstratur“ Tartalea. aliqua] delet Nizzius. 10. erit] sit? 11. „quam“ Tartalea. 12. superficiei? (sc. sectio). *XS*] „*xs*“ Tartalea, qui omnino litteras *X* et *𝔛* confundit.

et quae quidem BR sit aequalis ipsi $O\Omega$, quae autem RK ipsi $T\Omega$, et quae ΩH recta super axem. quoniam igitur supponitur axis portionis ad superficiem humidi facere angulum maiorem angulo B, palam, quod angulo PIN angulus qui ad PYI est maior angulo B. maiorem igitur proportionem habet tetragonum quod a PI ad tetragonum quod ab IY, quam tetragonum quod ab $E\mathfrak{X}$ ad tetragonum quod a $\mathfrak{X}B$.[1]) sed quam quidem proportionem habet tetragonum quod a PI ad id, quod ab IY, hanc habet quae KR ad YI[2]); quam autem proportionem habet tetragonum quod ab $E\mathfrak{X}$ ad tetragonum a $\mathfrak{X}B$, hanc habet medietas ipsius KR ad $\mathfrak{X}B$.[3]) maiorem ergo proportionem habet quae KR ad YI, quam medietas ipsius KR ad $\mathfrak{X}B$. minor ergo est quam dupla quae IY ipsius $\mathfrak{X}B$. ipsius autem OI dupla est quae IY propter septimum theorema primi libri elementorum conicorum Apollonii.[4]) est ergo quae OI minor quam

---



1) Sit $\angle ACB = 90^0$ et $\angle EDC > BAC$; ducatur $AF \# DE$. erit $CF : AC > CB : AC$; sed $CF : AC = CE : CD$; h. e. $CE : CD > CB : AC$. cfr. Zeitschr. f. Math. XXIV p. 179 nr. 8.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 nr. 13.

3) Nam ex hypothesi: $E\mathfrak{X}^2 = \frac{1}{2} KB \times B\mathfrak{X}$, h. e. $E\mathfrak{X}^2 : B\mathfrak{X}^2 = \frac{1}{2} KB : B\mathfrak{X}$.

4) Zeitschr. f. Math. XXV p. 53 nr. 16. Apollonii I, 7, quae

---

1. $O\Omega$] „$i\omega$" Tartalea. 2. $T\Omega$] „no" Tartalea. „rectam" Tartalea. 5. angulo PIN] ? PYI] „pim" Tartalea. 7. IY] „i" ante lacunam Tartalea, ut lin. 10. 8. $\mathfrak{X}B$] „xo" Tartalea. 11. YI] „i" post lacunam Tartalea, ut lin. 14. 12. medietas] ɔ: dimidium. 15. IY] „i" Tartalea. 16. $\mathfrak{X}B$] „cd" Tartalea. IY] „ω" Tartalea; om. Comm. 18. „conoycorum" Tartalea.

$\mathfrak{X}B$; quare quae $I\Omega$ est maior quam $\mathfrak{X}R$.[1]) quae autem $\mathfrak{X}R$ est aequalis ipsi F. maior ergo est quae $I\Omega$ quam F. et quoniam supponitur portio ad humidum in grauitate habere proportionem, quam tetragonum quod ab FQ ad tetragonum quod a BD, quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habet proportionem pars ipsius demersa ad totam portionem [prop. 1], quam autem pars demersa ad totam, hanc habet tetragonum quod a PM ad tetragonum quod ab ON [περὶ κων. 24], quam ergo proportionem habet tetragonum quod ab FQ ad tetragonum quod a BD, hanc proportionem habet tetragonum quod ab MP ad tetragonum quod ab ON. aequalis ergo est quae FQ ipsi PM.[2]) quae autem PH demonstrata est esse maior quam F.[3]) palam ergo, quod quae PM est minor quam hemiolia ipsius PH, et PH maior quam dupla ipsius HM.[4]) sit igitur quae PZ dupla ipsius ZM. erit autem T quidem centrum grauitatis solidi[5]), eius autem, quod intra humidum, Z, reliquae autem magnitudinis centrum

hic locum non habet, Archimedes certe non citauerat; om. Comm.

1) Nam ex hypothesi est $RB = O\Omega$.

2) Nam ex hypothesi est $BD = ON$.

3) Nam $PH = I\Omega$.

4) $PM = FQ = \frac{3}{2}F$, sed $PH > F$; itaque $PM < \frac{3}{2}PH$. et $HM = PM \div PH < \frac{3}{2}PH \div PH$, h. e. $PH > 2HM$.

5) Nam $T\Omega = RK$, $O\Omega = BR$; ergo $BK = TO$; sed $BK = 2KD$, et $BD = NO$; quare $TO = 2NO$; tum u. p. 380 not. 1.

4. „perportionem" Tartalea. 6. portio] „proportio" Tartalea. 10. ad] „a" Tartalea. 13. MP] „*mh*" Tartalea. 16. hemiolia ipsius PH, et PH maior quam] om. Tartalea; suppleui ex Comm. 19. solidi] „totius solidi" Comm. 20. „reliquam" Tartalea.

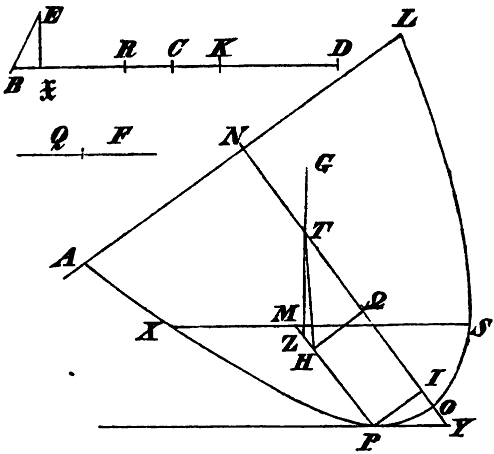
grauitatis erit in linea ZT copulata et educta, et educatur ad G [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. demonstrabitur autem similiter quae TH perpendicularis existens ad superficiem humidi [p. 382 not. 3]. et portio quidem quae intra humidum fertur ad extra humidi secundum perpendicularem ductam per Z ad superficiem humidi; quae autem extra humidum feretur intra humidum secundum eam, quae per G. non manet autem portio secundum suppositam inclinationem nec etiam in rectum restituetur. palam enim propter hoc, quoniam quae producuntur per Z, G perpendiculares quae quidem per Z perducit ipsi GL ad easdem partes cadit, ad quas est L et secundum G, quae autem per G ad easdem ipsi A. palam, quod propter praedicta Z quidem centrum sursum feretur, G autem deorsum. quare totius magnitudinis quae ex parte A deorsum feretur. hoc autem erat inutile ad demonstrandum.

supponatur rursum alia quidem eadem, axis autem portionis ad superficiem humidi faciat angulum minorem eo, qui apud B; minorem autem proportionem habet tetragonum quod a PI ad tetragonum quod ab $\dot{I}Y$, quam quod ab $E\mathfrak{X}$ ad id quod a $\mathfrak{X}B$ [p. 394 not. 1]. et quae KR ergo ad YI minorem propor-

---

3. similiter] sc. ac antea. 5. ad extra humidi] ἐπὶ τὰ ἔξω τοῦ ὑγροῦ. 6. „ducta" Tartalea. ad] om. Tartalea. 7. „ferretur" Tartalea. 8. „ea" Tartalea. autem] δή? 11. Ante alt. „quae" lacunam habet Tartalea. 12. „perducit ipsi GL" et lin. 13: „et secundum G" om. Comm.; locus corruptissimus. 13. L] om. Tartalea. 14. A] „zg" Tartalea. 15. „ferretur" Tartalea, ut lin. 17. 17. hoc autem] cet. om. Comm. haec tota conclusio omnino obscurior est. 20. autem] δή? 22. IY] „$i\omega$" Tartalea, ut p. 397 lin. 2. quod ab $E\mathfrak{X}$] „ad abx" Tartalea. 23. YI] „ωi" Tartalea.

tionem habet, quam medietas ipsius KR ad $\mathfrak{X}B$. est ergo quae IY maior quam dupla ipsius $\mathfrak{X}B$. ergo quae ΩI minor. ipsius autem OI dupla. maior ergo



est quae OI ipsius $\mathfrak{X}B$. est autem et tota quae $O\Omega$ aequalis ipsi RB, et reliqua minor est quam $\mathfrak{X}R$.[1]) erit ergo et quae PH minor quam F. quae autem MP ipsi FQ est aequalis. palam, quod PM est maior quam emiolia ipsius PH, quae autem PH minor quam dupla ipsius HM. sit igitur quae PZ ipsius ZM dupla. igitur rursum totius quidem centrum grauitatis erit T, eius autem, quod intra humidum, Z. copulata autem ZT inuenietur centrum eius, quod

1) Et haec omnia et sequentia satis adparent ex iis, quae dicta sunt p. 394—95 cum notis. fig. 2 om. Tartalea.

2. „maiorem" Tartalea. ergo—minor] om. Comm. 3. maior] om. Tartalea lacuna relicta. ergo] „ergo ω" Tartalea. 4. $O\Omega$] „ωt" Tartalea. 5. $\mathfrak{X}R$] „ψr" Tartalea.

extra humidum, in educta, et sit G, et ducatur perpendicularis ad superficiem humidi per Z, G aequedistanter ipsi NO. palam igitur, quod non manet tota portio, sed reuoluetur ita, ut axis ad superficiem humidi faciat angulum maiorem illo, quem nunc facit. quoniam nec axe faciente ad humidum angulum maiorem quam B consistit portio neque minorem, manifestum, quod tantum angulum faciente consistet. sic enim erit quae IO aequalis ipsi $\mathfrak{X}B$, et quae ΩI ipsi $\mathfrak{X}R$, et quae PH ipsi F.[1]) erit igitur MP emiolia ipsius PH, quae autem PH ipsi HM dupla. quod autem †. ergo eius quod in humido centrum grauitatis est H. quare secundum eandem perpendicularem sursum feretur, et quod extra deorsum feretur. manebit ergo. contra pellentur enim ad inuicem.

IX.

Recta portio rectanguli conoidalis quando axem habuerit maiorem quidem quam hemiolium eius, quae usque ad axem, minorem autem quam ut hanc habeat proportionem, quam habent quindecim ad quattuor,

1) Nam $BE\mathfrak{X} \sim PYI$; itaque (Eucl. VI, 4)

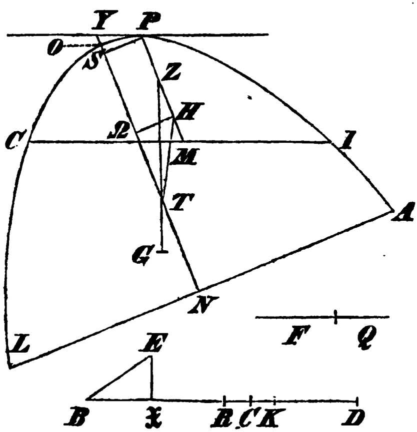
$$RI^2 : YI^2 = E\mathfrak{X}^2 : \mathfrak{X}B^2,$$

h. e. $KR : YI = \frac{1}{2}KR : \mathfrak{X}B$, et $YI = 2\mathfrak{X}B = 2OI$; $\mathfrak{X}B = OI$. sed $BR = O\Omega$; itaque subtrahendo $\mathfrak{X}R = \Omega I$ siue $PH = F$. et $MP = FQ = \frac{3}{2}F = \frac{3}{2}PH$ siue $PH = 2HM$. tum u. p. 380 not. 1.

1. ducantur perpendiculares? 5. maiorem] cum Comm.; „minorem quam“ Tartalea. 9. ΩI] „ω“ Tartalea. 10. MP] „mh“ Tartalea. 11. HM] „$h\omega$“ Tartalea. quod autem] lacuna relicta Tartalea; om. Comm. 12. H] om. Tartalea. 13. „ferretur“ Tartalea, ut lin. 14. 14. contra cet.] „quoniam altera pars ab altera non repelletur“ Comm. 19. quam] om. Tartalea. 20. „proportione“ Tartalea.

et in grauitate ad humidum habeat proportionem maiorem proportione, quam habet excessus, quo tetragonum quod ab axe est maius tetragono, quod ab excessu, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem, ad tetragonum quod ab axe, demissa in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in humido, posita inclinata nec ut axis ipsius secundum perpendicularem sit nec manebit inclinata, nisi quando axis ipsius ad superficiem humidi fecerit angulum aequalem accepto similiter ut prius [prop. 8].

esto portio, qualis dicta est, et ponatur quae DB aequalis axi portionis, et quae quidem BK sit dupla ipsius KD, quae autem KR aequalis ei, quae usque ad axem, quae autem CB hemiolia ipsius BR. quam



autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habeat excessus, quo excedit tetragonum quod a BD tetragonum quod ab FQ, ad tetragonum quod a BD. sit autem quae F dupla ipsius Q. pa-

lam igitur, quod excessus, quo excedit tetragonum quod a BD tetragonum quod a BC, ad tetragonum quod a BD minorem habere proportionem quam excessus, quo tetragonum quod a BD excedit tetragonum quod a FQ, ad tetragonum quod a BD. est enim BC excessus, quo axis portionis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem [u. p. 392, 19 et not. 1]. minor est in †. maiori ergo tetragonum quod a BD excedit id, quod ab FQ, quam tetragonum quod a BD excedat tetragonum quod a BC. quare quae FQ est minor quam BC. ergo et quae F quam BR.[1]) sit igitur ipsi F aequalis quae $R\mathfrak{X}$, et quae $\mathfrak{X}E$ recta ducatur super BD potens medietatem eius, quod continetur sub KR, $\mathfrak{X}B$. dico, quod portio demissa in humidum ita, ut basis ipsius tota sit in humido, consistat ita, ut axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum aequalem angulo B.

demittatur quidem enim portio in humidum, ut dictum est, et non faciat axis ad superficiem humidi angulum aequalem B, sed maiorem primo. secta autem ipsa plano recto ad superficiem humidi portionis sectio sit quae $APOL$ rectanguli coni sectio [περὶ κων. 11], superficiei autem humidi quae CI, axis autem portionis et diameter sectionis sit quae NO, et sit secta secundum Ω, T ut et prius [u. prop. 8 p. 394, 1—2]. ducatur autem quae quidem YP aequedistanter ipsi

1) Nam ex hypothesi est $F = \frac{2}{3} FQ$ et $BR = \frac{2}{3} BC$.

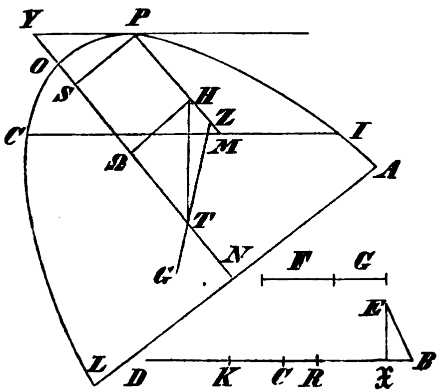
1. excedit] „excidit“ Tartalea. 3. „minorem habere“ usque ad „est enim BC excessus“ lin. 6 (incl.) om. Tartalea; suppleui ex Comm.; cfr. p. 392, 17 sq. 8. minor est in] ?; om. Comm. 10. excedit? 14. $\mathfrak{X}B$] „et iungatur BE“ addit Nizzius collato p. 393, 2.

CI contingens sectionem secundum *P*, quae autem *MP* aequedistanter ipsi *NO*, quae uero *PS* perpendicularis super axem. quoniam igitur axis portionis ad superficiem humidi facit angulum maiorem angulo *B*, erit utique et angulus qui sub *SYP* maior angulo *B*. tetragonum ergo quod a *PS* ad tetragonum quod ab *SY* habet proportionem maiorem, quam tetragonum quod a *𝔛E* ad tetragonum quod a *𝔛B*.[1]) ergo et quae *KR* ad *SY* habet proportionem maiorem, quam medietas ipsius *KR* ad *𝔛B*. minor ergo quae *SY* quam dupla ipsius *𝔛B*, et quae *SO* quam *𝔛B* minor. quae *SΩ* ergo maior quam *R𝔛*, et quae *PH* quam *F*. et si portio in grauitate ad humidum habet proportionem, quam excessus, quo tetragonum quod a *BD* est maius tetragono quod ab *FQ*, ad tetragonum quod a *BD*, quam autem proportionem habet portio in grauitate ad humidum, hanc proportionem habet demersa ipsius portio ad totam [prop. 1], palam, quod eandem habebit proportionem demersa ipsius portio ad totam portionem, quam excessus, quo tetragonum quod a *BD* excedit tetragonum quod ab *FQ*, ad tetragonum quod a *BD*. habebit igitur et tota portio ad eam, quae extra humidum, proportionem, quam tetragonum quod a *BD* ad id, quod ab *FQ*.[2]) quam autem proportionem habet tota

1) De hoc et de sequentibus u. p. 394, 6 seqq. cum notis.
2) Erat tota portio: pars demersa $= BD^2 : BD^2 \div FQ^2$; tum ἀναστρέψαντι sequitur, quod quaerimus.

3. igitur] „egit“ Tartalea. 17. portio] „proportio“ Tartalea, ut p. 402 lin. 1. 19. quod] om. Tartalea.

portio ad eam, quae extra humidum, hanc habet quod ab *NO* ad id, quod a *PM* [περὶ κων. 24]. aequalis ergo quae *MP* ipsi *FQ* [p. 395, 14]. quae autem *PH* demonstrata est maior quam quae *F*. ergo *MH* est minor quam *Q*. ergo quae *PH* est maior quam dupla ipsius *HM*.[1]) sit igitur quae *PZ* dupla ipsius *ZM*, et copulata quae *ZT* educatur ad *G*. erit ergo totius quidem portionis centrum grauitatis *T*, eius autem, quae extra humidum, *Z* [p. 395 not. 5], eius uero, quae intra, in linea *TG* [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. sit autem *G*. demonstrabitur autem similiter prioribus quae *TH* perpendicularis ad superficiem humidi [p. 382 not. 2], et quae per *Z*, *G* aequedistanter ipsi *TH* productae perpendiculares et ipsae super superficiem humidi. fere-



tur ergo quae quidem extra humidum portio deorsum

1) U. p. 395 not. 4.

1. quae] „quam“ Tartalea. 4. *F*] om. Tartalea. 5. *PH*] „*pm*“ Tartalea. 13. *TH*] „*tn*“ Tartalea. 14. „ferretur“ Tartalea, ut p. 403 lin. 6.

secundum eam, quae per Z, quae autem intra secundum eam, quae per G, eleuabitur. non manet ergo tota portio sine inclinatione, nec etiam conuertetur ita, ut axis sit perpendicularis super superficiem humidi, quoniam quae ex parte L deorsum, quae autem ex parte A ad superiora ferentur propter proportionalia dictis in praecedenti [p. 396, 10 sq.].

si autem axis ad humidum faciat angulum minorem angulo B, consimiliter prioribus demonstrabitur, quod non manebit portio, sed inclinabitur, donec utique axis ad superficiem humidi faciat angulum aequalem angulo B [prop. 8 p. 396, 18 sq.].

X.

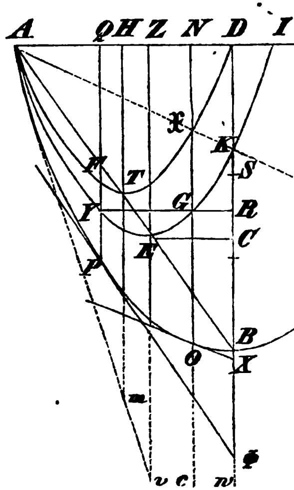
Recta portio rectanguli conoidalis quando leuior existens humido habuerit axem maiorem, quam ut habeat proportionem ad eam, quae usque ad axem, quam habent quindecim ad quattuor, demissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat humidum, quandoque quidem recta consistet, quandoque autem inclinata, et quandoque quidem ita inclinata, ut basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi, et hoc in duabus dispositionibus faciet[1]), et quandoque ita inclinata consistet, ut basis ipsius secundum ampliorem locum humefiat, quandoque autem ita, ut basis ipsius nec se-

1) U. pars III; errat Nizze; idem infra p. 404 lin. 1 addi potuit (pars II et V).

4. super] om. Tartalea. 5. deorsum, quae autem ex parte A] om. Tartalea; suppl. Comm. 16. quae] „quam" Tartalea. 18. quandoque] „nonnunquam" Comm. 19. quandoque] „quinque" Tartalea.

cundum unum tangat superficiem humidi; quam autem proportionem habeant ad humidam in grauitate, singula horum demonstrabuntur.

sit portio, qualis dicta est, et secta ipsa plano recto ad superficiem humidi sectio in superficie sit quae *APOL* rectanguli coni sectio [περὶ κων. 11], axis autem et diameter sectionis sit quae *BD*. secetur autem quae *BD* secundum *K* ita, ut dupla sit quae *BK* ipsi *KD*, secundum *C* autem, ut quae *BD* ad *KC*



habeat proportionem, quam habent quindecim ad quattuor. palam igitur, quod quae *KC* est maior ea, quae usque ad axem [ex hypothesi]. sit quae *KR* aequalis ei, quae usque ad axem, ipsius autem *KR* sit hemiolia

2. singula horum] καθ' ἕκαστον τούτων, quod interpretandum erat: in singulis. 9. *BK*] „*bd*" Tartalea. 12. „sit quae *KR*" ad „axem" lin. 13 om. Tartalea; corr. Comm.

quae *DS*. est autem et quae *SB* hemiolia ipsius *BR*.[1]) copuletur autem ipsa *AB*, et ipsa *CE* recta producta ducatur quae *EZ* aequedistanter ipsi *BD*, et rursum ipsa *AB* secta in duo aequalia penes *T* ducatur aequedistanter ipsi *BD* quae *TH*, et accipiatur rectanguli coni sectio quae *AE* circa diametrum *EZ*, et quae *AT* circa diametrum *TH*, ita ut similis sit quae *AEI*, *ATD* portioni *ABL*.[2]) describetur autem quae *AEI* coni sectio per *K*[3]); quae autem ab *R* recta producta ipsi *BD* secat ipsam *AEI*.[4]) secet secundum *Y*, *G*. cum per *Y*, *G* ducantur aequedistanter ipsi *BD* quae *OGN*, *PYQ*; secent autem ipsae sectionem *ATD* penes *X*, *F*. ducantur autem et quae *PΦ*, *OX* contingentes sectionem *APOL* secundum *O*, *P*. sunt tres quaedam portiones quae *APOL*, *AEI*, *ATD* contentae a rectis et a sectionibus rectangulorum co-

---

1) Nam $SB = BD \div SD = \frac{3}{2}BK \div \frac{3}{2}KR$
$= \frac{3}{2}(BK \div KR) = \frac{3}{2}BR.$

2) H. e. $BD : EZ = AD : AZ$ et $EZ : HT = AI : AD$. cfr. Zeitschrift f. Math., hist. Abth. XXV p. 46 nr. 3.

3) Nam $BK = 2KD$; unde $BC + CK = 2(CD \div CK)$; et $CK = \frac{1}{3}(2CD \div BC)$. uerum
$$BD : KC = 15 : 4 = BC + CD : \tfrac{1}{3}(2CD \div BC),$$
unde $2CD = 3BC$. sed $BC : CD = BE : EA = DZ : ZA$, quia $EC \ddagger AL$ et $EZ \ddagger BD$. itaque
$$DZ : ZA = 2 : 3 = BK : BD;$$
tum u. τετϱ. παϱαβ. 4 conuersa; Zeitschr. f. Math. XXV p. 58 nr. 2.

4) Nam ex hypothesi est $KR < KC$, quare $DR < DC$.

---

1. *DS*] om. lacuna relicta Tartalea. autem] δή? 2. recta] ɔ: ad *BD* perpendicularis. 3. quae] „que" Tartalea. figura et ordo litterarum apud Tartaleam corrupta sunt. 8. *ATD*] „*ath*" Tartalea. 11. cum] „et" Comm. 12. *OGN*] om. Tartalea. „secet" Tartalea. „ipse" Tartalea. 13. *ATD*] „*aod*" Tartalea. 14. *PΦ*, *OX*] „*pxo*" ante lacunam Tartalea.

norum rectae et similes et inaequales et tangentes super unamquanque basem, ab N autem sursum ducta est quae $N\mathfrak{X}GO$ et a Q quae $QFYP$, OG ergo ad $G\mathfrak{X}$ habet proportionem compositam ex proportione, quam habet quae IL ad LA, et quam habet quae AD ad DI.[1]) habet autem et quae LI ad LA, quam duo ad quinque; quae enim CB ad BD habet proportionem, quam sex ad quindecim[2]), hoc est quam duo ad quinque, et est, ut quae CB ad BD, ita quae EB ad BA, et quae DZ ad DA. harum autem DZ, DA duplae sunt ipsae LI, LA.[2]) quae autem AD ad DI proportionem habet, quam quinque ad unum.[3]) pro-

1) Ducatur Aw contingens ABL in A, et secet lineas NO, ZE, HT productas in c, v, m; erit (p. 405 not. 2)

$$BD : EZ = AD : AZ = Dw : Zv;$$

sed $Dw = 2BD$ (τετραγ. παραβ. 2); itaque $Zv = 2EZ$, et Aw tangens AEI; eodem modo etiam ATD tangit. quare (τετρ. παραβ. 5) $LN : AN = NO : Oc$, et συνθέντι

$$AL : AN = Nc : Oc;$$

unde $Oc = AN \times Nc : AL$; eodem modo

$$Gc = AN \times Nc : AI$$

et

$$\mathfrak{X}c = AN \times Nc : AD.$$

et $OG = Gc \div Oc = AN \times Nc \times (AL \div IA) : IA \times AL$, et $G\mathfrak{X} = \mathfrak{X}c \div Gc = AN \times Nc \times (IA \div AD) : AD \times IA$. itaque $OG : G\mathfrak{X} = AD \times (AL \div IA) : AL \times (IA \div AD) = AD \times LI : AL \times ID$.

2) Nam $BD : KC = 15 : 4$, et $KC = \frac{2}{3}CD \div \frac{1}{3}BC = \frac{2}{3}BC$ (p. 405 not. 3). itaque $BD : \frac{2}{3}BC = 15 : 4$, h. e. $BC : BD = 6 : 15 = 2 : 5 = EB : BA = DZ : DA$ (p. 405 not. 3) $= LI : LA$. nam $LA = 2DA$,

et $$LI = AL \div AI = 2(AD \div AZ) = 2DZ.$$

3) Nam $BD : BC = 5 : 2$ (not. 2); quare ἀναστρέψαντι $BD : DC = 5 : 3$ siue

$$DC : \tfrac{1}{2}BD = 6 : 5 = EZ : HT = AI : AD;$$

et διελόντι $DI : AD = 1 : 5$.

2. unamquanque] ? ab N] post lacunam Tartalea. 3. „*nxpno*" Tartalea. et a Q quae $QFYP$] om. Tartalea; corr. Comm. 10. harum] „habeant" Tartalea; corr. Comm. 11. sunt ipsae] om. Tartalea, lacuna relicta.

portio autem composita ex proportione, quam habent duo ad quinque, et ex proportione, quam habent quinque ad unum, est eadem cum proportione, quam habent duo ad unum. dupla ergo est quae *GO* ipsius *GX*. propter eadem autem et quae *PY* ipsius *YF*. quoniam igitur quae *DS* est hemiolia ipsius *KR*, palam, quod quae *BS* est excessus, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem.[1])

Pars I.

Si quidem igitur portio ad humidum in grauitate hanc habet proportionem, quam tetragonum quod a *BS* ad id, quod a *BD*, aut maiorem hac proportione, portio demissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat humidum, recta consistet. demonstratum est enim prius, quod si portio habens axem maiorem quam hemiolium eius, quae usque ad axem †minorem proportione, si ad humidum in grauitate non minorem proportionem habeat proportione, quam habet tetragonum quod ab excessu, quo axis est maior quam hemiolium eius, quae ad axem, ad tetragonum quod ab axe, demissa in humidum ita, ut dictum est, recta consistet [prop. 4].

---

1) $DS = \frac{3}{2} KR$; sed *KR* ea est, quae ad axem (p); quare $BS = BD \div DS = BD \div \frac{3}{2} p$.

---

3. „eandem" Tartalea, ut lin. 5. 9. Pars I] addidit Nizzius. 15. enim] „ei" Tartalea. 16. minorem proportione] om. Comm. 17. non] „*n*, *o*" Tartalea.

Pars II.

Si autem portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionem habeat proportione, quam habet tetragonum quod ab SB ad tetragonum quod a BD, maiorem autem proportionem, quam habet tetragonum quod ab $\mathfrak{X}O$ ad id, quod a BD, demissa in humidum inclinata ita, ut basis contingat humidum, consistet inclinata ita, ut basis ipsius nihil tangat superficiei humidi, et axis ipsius faciat ad superficiem humidi angulum maiorem angulo X.

Pars III.

1. Si autem portio ad humidum in grauitate hanc habet proportionem, quam habet tetragonum quod ab $\mathfrak{X}O$ ad id, quod a BD, demissa in humidum inclinata ita, ut basis ipsius non tangat humidum, consistet et manebit ita, ut basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi, et axis cum superficie humidi angulum faciat angulo X aequalem.

2. Si uero portio ad humidum in grauitate hanc proportionem habet, quam habet tetragonnm quod a PF ad tetragonum quod a BD, demissa in humidum et posita inclinata ita, ut basis ipsius non tangat humidum, consistet inclinata ita, ut basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi, et axis ipsius faciat angulum aequalem angulo Φ.

---

1. Pars II] addidit Comm., et sic etiam infra. 2. minorem] „maiorem“ Tartalea. 6. „*xt*“ et „*b*“ Tartalea. 10. X] „*m*“ Tartalea. 14. inclinata] u. infra p. 413 not. 2. 15. „tangunt“ Tartalea. 16. unum signum tangat superficiem humidi] „ampliorem locum humectetur ab humido“ Tartalea. 17. „et axis“ ad 18: „aequalem“ om. Tartalea; corr. Comm. 25. „ipsi“ Tartalea. Φ] „*x*“ Tartalea.

Pars IV.

Si portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quam quadratum *FP* ad quadratum *BD*, minorem uero, quam quadratum *ΧO* ad *BD* quadratum, in humidum demissa et inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum, consistet et manebit ita, ut basis in humidum magis demergatur.[1])

Pars V.

Si autem portio ad humidum in grauitate habeat proportionem minorem proportione, quam habet tetragonum quod ab *FP* ad tetragonum quod a *BD*, dimissa in humidum et posita inclinata ita, ut basis ipsius non tangat humidum, consistet inclinata ita, ut axis quidem ipsius ad superficiem humidi faciat angulum minorem angulo *Φ*, basis autem ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi.

Demonstrabitur itaque haec deinceps.

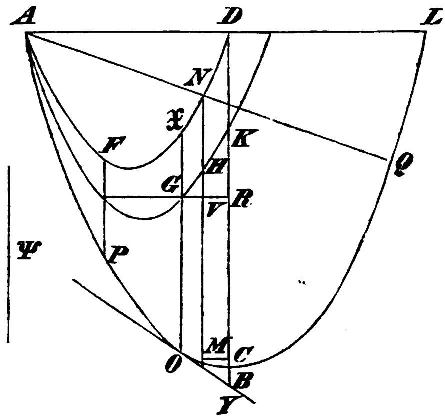
Demonstratio partis II.

Habeat itaque primo portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem ea, quam habet tetragonum quod ab *ΧO* ad id, quod a *BD*, minorem autem ea, quam habet tetragonum quod ab excessu, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque

1) Tota pars IV lin. 1—8 a Tartalea omissa est (cfr. uestigium eius p. 408, 16 not.); suppleuit Comm.

16. *Φ*] „*x*" Tartalea. 19. Titulum hic et infra addidit Comm. 22. „minore" Tartalea.

ad axem, ad tetragonum quod a BD[1]), et supponatur ut prius disposita figura. quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc tetragonum quod a Ψ ad id, quod a BD. est autem quae Ψ maior quidem quam $\mathfrak{X}O$, minor autem excessu, quo axis est maior quam hemiolius eius, quae usque ad axem. inaptetur autem quaedam intermedia conicarum sectionum $APOL$, $A\mathfrak{X}D$ quae MN aequalis ipsi Ψ[2]), et secet ipsa reliquam coni sectionem penes



H, ipsam autem RG rectam penes V. demonstrabitur autem quae MH dupla ipsius HN, sicut demonstra-

1) Nam $BS > O\mathfrak{X}$, quia $OG = 2G\mathfrak{X}$, $O\mathfrak{X} = \frac{2}{3}OG$; sed $BS = \frac{2}{3}BR$ et $BR > OG$.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 54 nr. 20.

2. ut] om. Tartalea. 3. hanc] „eam habeat" Comm. 4. Ψ] cum Comm.; „x" Tartalea; sic etiam infra. autem] δή? 5. „xp" Tartalea. 8. $A\mathfrak{X}D$] „azd" Tartalea. MN] „uo" Tartalea. 10. H] om. Tartalea (lacuna). „ipsa" Tartalea. „rs" et „b" Tartalea. 11. autem] δή? MH] „ou" Tartalea. dupla] om. Tartalea. „an" Tartalea.

tum est quae *OG* ipsius $G\mathfrak{X}$ dupla [p. 407, 4]. ab *M* autem ducatur quae *MY* contingens sectionem *APOL*, quae autem *MC* perpendicularis super *BD*. et ab *A* ad *N* copuletur. erunt autem quae *AN*, *QN* aequales inuicem. quoniam enim in similibus sectionibus *APOL*, $A\mathfrak{X}D$ productae sunt a basibus ad sectiones quae *AN*, *AQ* aequales angulos facientes ad bases, eandem proportionem habebunt quae *QA*, *AN* cum ipsis *LA*, *AD*[1]) propter secundam figuram praescriptarum. aequalis ergo quae *AN* ipsi *QN*, et aequedistans ipsi *MY*.[2]) demonstrandum, quod demissa in humidum ita, ut basis ipsius non secundum unum tangit † axis ad superficiem humidi angulum acutum faciat maiorem angulo *X* [u. figura p. 404]. dimittatur enim, et consistat ita, ut basis ipsius tangat secundum unum signum superficiem humidi. secta autem portione per axem plano recto ad superficiem humidi superficiei quidem portionis sectio sit quae *APOL* rectanguli coni sectio [*περὶ κων.* 11], superficiei autem

1) Ducatur in figura p. 404 linea $A\mathfrak{X}Q$; erit (*τετρ. παραβ.* 5) $LN : NA = NO : Oc$ et *συνθέντι* $LA : NA = Nc : Oc$; similiter erit $DA : NA = Nc : \mathfrak{X}c$; unde $LA : AD = \mathfrak{X}c : Oc$; sed eodem modo est $Q\mathfrak{X} : \mathfrak{X}A = \mathfrak{X}O : Oc$, siue

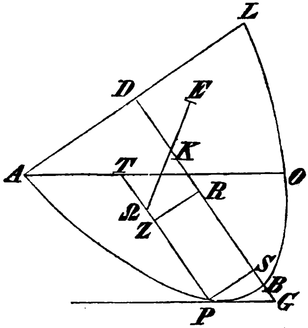
$$QA : \mathfrak{X}A = \mathfrak{X}c : Oc,$$

h. e. in nostra fig. $LA : AD = QA : NA$.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 52 nr. 14.

1. „*ps*“ et „*sx*“ Tartalea. 2. *M*] „*o*“ Tartalea. *MY*] „*os*“ Tartalea, ut lin. 11. 3. *APOL*] sc. in *M*. *MC*] „*oc*“ Tartalea. 4. *QN*] „*qu*“ Tartalea. 5. sectionibus] Nizze; „portionibus“ Tartalea; sic etiam lin. 7. 6. „producto“ Tartalea. a basibus] „ab axibus“ Tartalea. 13. Ante „axis“ lacunam Tartalea. 14. angulo *X*] „excessu“ ante lacunam Tartalea. 17. „recta“ Tartalea. 18. „sitque“ Tartalea.

humidi quae OA, axis autem portionis et diameter sectionis quae BD, et secetur quae BD penes K, R, ut dictum est [p. 404, 7 sq.]. ducatur autem et quae



quidem PG aequedistanter ipsi AO recta† et contingat sectionem $APOL$ secundum P, quae autem PT aequedistanter ipsi BD, quae autem PS perpendicularis super BD. quoniam igitur portio ad humidum in grauitate proportionem habet, quam tetragonum quod a Ψ ad id, quod a BD, quam autem proportionem habet portio ad humidum, hanc habet demersa ipsius portio ad totam [prop. 1], quam autem demersa ad totam, tetragonum quod a TP ad id, quod a DB [περὶ κων. 24], erit quae Ψ ipsi TP aequalis; et quae NM ergo ipsi TP aequalis est. quare et portiones AMQ, APO inuicem sunt aequales [περὶ κων. 20]. quoniam autem in portionibus aequalibus et similibus $APOL$, $AMQL$ ab extremitatibus basium productae sunt quae OA, AQ, et portiones ablatae faciunt ad diametros angulos aequales propter tertiam figuram praescriptarum[1]), quare anguli qui apud Y, G sunt aequales; et

1) Quae sit haec figura, nescio. res ipsa satis inde ad-

1. portionis] scripsi; „sectionis“ Tartalea. 2. sectionis] om. Tartalea. secetur quae] „secetque“ Tartalea. 5. recta] om. Comm. et] om. Tartalea. „contingent“ Tartalea. 18. *NM*] „*no*“ Tartalea; et fortasse in figura p. 410 litterae *M*, *O* permutandae erant; Tartaleae figura corrupta est. 19—20. „*apq*, *apf*“ Tartalea. 22. *AMQL*] „*ablk*“ Tartalea. 23. *OA*] „*ra*“ Tartalea.

quae YB, GB ergo aequales sunt. quare et quae SR, CR, et quae PZ, MV, et quae ZT, VN. quoniam minor quam dupla quae MV ipsius VN[1]), palam, quod quae PZ ipsius ZT est minor quam dupla. sit igitur quae $P\Omega$ ipsius ΩT dupla, et copulata quae $K\Omega$ educatur ad E. totius quidem igitur centrum grauitatis erit K, eius autem portionis, quae inter humidum, centrum Ω [p. 380 not. 1], eius autem, quae extra, in linea KE, et sit E [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. quae autem KZ perpendicularis erit super superficiem humidi [p. 382 not. 3]; quare et quae per signa E, Ω aequedistanter ipsi KZ. non ergo manet portio, sed inreclinabitur, ut basis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi, quoniam nunc secundum unum tacta ipsa † reclinatur. manifestum ergo, quod portio consistet ita, ut axis ad superficiem humidi faciat angulum maiorem angulo X.

Demonstratio partis III.[2])

1. Habeat autem portio ad humidum in grauitate proportionem, quam habet tetragonum quod ab $\mathfrak{X}O$ ad id, quod a BD, et dimittatur in humidum ita in-

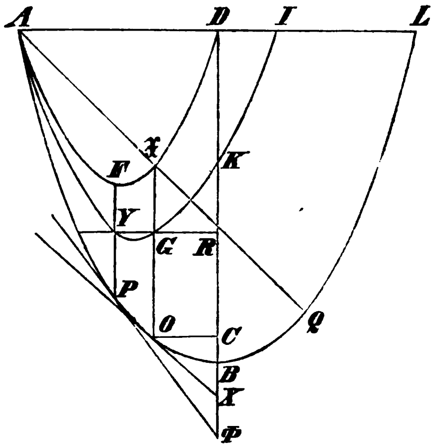
paret, quod segmenta a portionibus aequalibus et similibus similiter abscisa sunt (nam AO, AQ ab eodem puncto ductae sunt et aequalia segmenta abscindunt). tum reliqua per se intelleguntur.

1) Nam $MH = 2HN$; u. p. 407, 4.

2) Figura 2 huius partis apud Tartaleam in demonstratione

2. MV] „*ou*“ Tartalea. VN] „*skn*“ Tartalea. 3. „minorem“ Tartalea. MV] „*o*“ Tartalea. VN] „*sau*“ Tartalea. 15. ipsa reclinatur] „sursum fertur a parte A“ Comm. 17. X] cum Comm.; „*y*“ Tartalea. 21. inclinata] sc. ut basis eius non contingat humidum, quod addidit Comm.

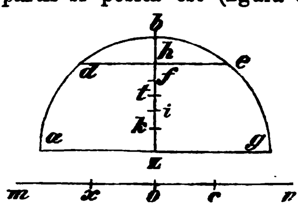
clinata. secta autem ipsa per axem plano recto ad superficiem humidi, solidi quidem sectio sit quae *APOL* rectanguli coni sectio, superficiei autem humidi quae *OI*, axis autem portionis et diameter sectionis quae *BD*, et secetur quae *BD* ut prius [p. 404, 7 sq.],



ét ducatur quae quidem *PN* aequedistanter ipsi *IO*

---

partis II posita est (figura 3 omissa est). sed praeterea huc pertinent duae figurae, quae ad partem III (p. 408) positae sunt, quarum altera similis est figurae p. 404, alteram hic adposui. infra hanc apud Tartaleam legitur: „diuersimode figuratur“ et tum inter „inclinata“ et „ita“ p. 408, 14 haec leguntur ad figuram pertinentia: „*hz* uult diuidi in quinque aequalia, media quinta pars sit *t*, *k*, *t*, *i*. *mn* uult esse aequalis *on* et *nx*.“



---

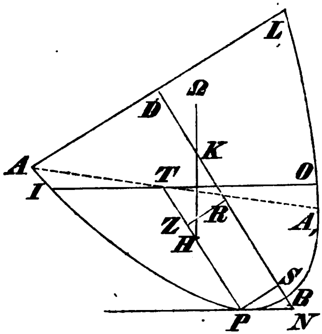
2. *APOL*] in fig. 2; „*APML*“ Comm., qui in fig. 2 *M* pro *O* posuit; cum figura Tartaleae hoc loco satis perspicua sit, eum secutus sum. 4. diameter] „diametris“ Tartalea.

contingens sectionem secundum P, quae autem PT aequedistanter ipsi BD, quae autem PS perpendicularis super BD. demonstrandum, quod portio non manet inclinata sic, sed inclinatur, donec utique basis secundum unum signum tangat superficiem humidi. praeiaceant autem et quae in superiori figura prius disposita sunt [p. 410], et quae CO perpendicularis ducatur super BD, et quae $A\mathfrak{X}$, copulata educatur ad Q. erit autem $A\mathfrak{X}$ ipsi $\mathfrak{X}Q$ aequalis [p. 411 not. 1]; et ducatur ipsi AQ quae OX aequedistans. et quoniam supponitur portio ad humidum in grauitate hanc habere proportionem, quam habet tetragonum quod ab $\mathfrak{X}O$ ad id, quod a BD, habet autem hanc proportionem et demersa portio ad totam [prop. 1], hoc est quod a TP ad id, quod a BD [περὶ κων. 24], aequalis utique erit quae PT ipsi $\mathfrak{X}O$. et quoniam portionum IBO, ABQ axes sunt aequales, aequales et portiones [περὶ κων. 24]. rursum quoniam in portionibus aequalibus et similibus $APOL$, $AOQL$ productae sunt AQ, IO aequales portiones auferentes, hoc quidem ab extremitate basis, hoc autem non ab extremitate, palam, quod minorem facit acutum angulum ad axem totius portionis, quae ab extremitate basis producta est.[1]) et quoniam angulus qui apud

1) Nam ducatur AA_1; cum sectiones aequales sint, etiam axes aequales erunt; itaque et AA_1 et IO per T cadet; iam adparet $\angle ATP > ITP$; sed $ATP = A\mathfrak{X}O$ (p. 412 not. 1).

10. OX] „oy“ Tartalea. 13. $\mathfrak{X}O$] „xa“ Tartalea. 17. axes] Nizzius; „diametri“ Tartalea, Comm.; sic etiam lin. 23; sed fort. potius scrib. „sectionum“ pro „portionum“. 18. aequales] alterum om. Tartalea.

X est minor quam qui apud N, maior est quae BC quam BS, quae autem CR minor quam RS.[1]) quare et quae OG minor quam PZ. † maior est quam dupla. et quoniam quae OG dupla est ipsius $G\mathfrak{X}$[2]), palam, quod quae PZ maior est quam dupla ipsius ZT. sit igitur quae PH dupla ipsius HT, et copuletur quae HK et educatur ad Ω. erit autem totius quidem portionis centrum grauitatis K, eius autem, quae intra humidum, H [p. 380 not. 1], eius autem, quae extra, in linea $K\Omega$, et sit Ω [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. demonstrabitur autem similiter [p. 382 not. 3] quae KZ perpendicularis super superficiem humidi, et quae per signa H, Ω aequedistanter ipsi KZ. manifestum igitur, quod non manebit portio, sed inclinabitur, donec utique basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem

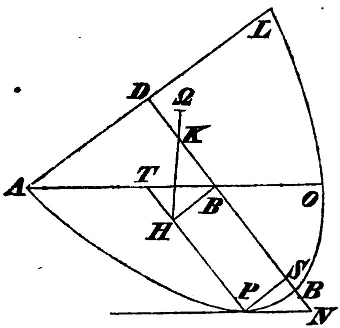


1) Nam $BC = BX$ et $BS = BN$ (τετραγ. παραβ. 2); si $\angle X = N$, erit $BX = BN$ (p. 412, 25); et quo minor est $\angle X$, eo maior erit BX; itaque si $X < N$, erit $BX > BN$ siue $BC > BS$. et $CR = BR \div BC$, $RS = BR \div BS$.

2) U. p. 411, 1.

1. X] „y“ Tartalea. quam] om. Tartalea. N] „h“ Tartalea. 2. CR] „er“ Tartalea. 3. OG] „oy“ Tartalea, ut lin. 5. PZ] „pn“ Tartalea. 4. maior est quam dupla] „et $G\mathfrak{X}$ maior quam ZT“ Comm.; ante „maior“ apud Tartaleam lacuna est. 6. $G\mathfrak{X}$] „$s\omega$“ Tartalea. 7. „pa“ et lin. 8 „at“ Tartalea. 8. „ipsis“ Tartalea. 12. autem] δή? 16. $K\Omega$] h. e. HK producta.

humidi, sicut demonstrabitur in tertia figura, quomodo se habet in tertio theoremate, et manebit portio ita consistens. in portionibus enim aequalibus $APOL$, $AOQL$ productae erunt ab extremitatibus basium quae AQ, AO aequales auferentes. demonstrabitur enim APQ aequalis ipsi APO similiter prioribus [p. 412, 19 sq.]. aequales igitur facient acutos angulos quae AO, AQ ad axes portionum [p. 412 not. 1]. quoniam aequales sunt qui apud N, X anguli † et ZT. copulata autem ipsa HK et educta ad Ω erit totius quidem portionis centrum grauitatis K, eius autem quae intra humidum H [p. 380 not. 1], eius autem, quae extra, in linea $K\Omega$, et sit Ω [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. et quae KH perpendicularis est super superficiem humidi [p. 382 not. 3]. secundum easdem igitur rectas quod quidem in humido sursum feretur, et quod extra humidum deorsum feretur. manebit autem portio, et basis et † magnitudo et secundum unum signum tanget superficiem humidi, et axis portionis ad superficiem humidi faciet angulum aequalem praescripto.



2. in tertio theoremate]? immo in demonstratione partis II. 3. enim] „h“ Tartalea, ut etiam lin. 5. 4. „erit“ Tartalea. 8. axes] Nizze; „diametros“ Tartalea; cfr. p. 415, 17 not. 9. et ZT] lacuna aperta est, quae ex p. 413, 1 sq. supplenda est. 10. „ipsi *zk*“ Tartalea. 11. quae] „quidem“ Tartalea. 23. autem] δή? „cuius basis humidi superficiem in uno puncto continget“ Comm.

2. similiter autem demonstrabitur, et si portio ad humidum in grauitate habeat proportionem eandem, quam tetragonum quod ab FP ad id, quod a BD, dimissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat superficiem humidi, consistet inclinata ita, ut basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi, et axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum aequalem angulo, qui apud Φ [u. fig. p. 414].

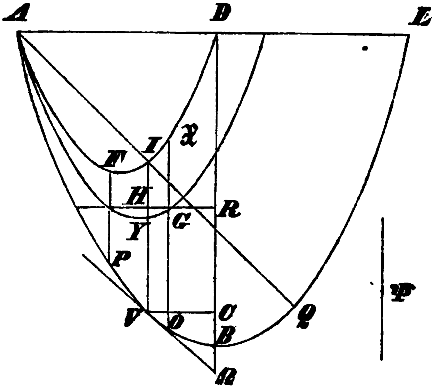
Demonstratio partis IV.

Sit autem rursum portio ad humidum in grauitate habens quidem proportionem maiorem illa, quam habet tetragonum quod a FP ad id, quod a BD, minorem autem proportionem, quam habet tetragonum quod ab $\mathfrak{X}O$ ad id, quod a BD.[1]) quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habeat tetragonum quod a Ψ ad id, quod a BD, palam igitur, quod quae Ψ est quidem maior quam FP, minor autem quam $\mathfrak{X}O$. inaptetur autem intermedia sectionum $APOL$, $A\mathfrak{X}D$ aequalis ipsi Ψ, aequedistans autem ipsi BD quae VI secans sectionem intermediam coni penes Y. rursum autem quae VY

1) Hoc fieri potest, quia $FP < \mathfrak{X}O$, (u. fig. p. 404). nam $PY = 2YF$ (p. 407, 5), h. e. $PF = \frac{3}{2}PY$; et $O\mathfrak{X} = \frac{3}{2}GO$ (p. 407, 4); sed $GO > PY$.

3. ab FP] „hp“ Tartalea. 8. „quae“ Tartalea. Φ] „f“ Tartalea. 12. FP] „zp“ Tartalea. minorem] „maiorem“ Tartalea. 16. „habet“ Tartalea. Ψ] hic et infra cum Comm.; „x“ Tartalea. 17. quod] om. Tartalea. Ψ] „xo“ Tartalea. 18. „zp“ et „xt“ Tartalea. „intermedio“ Tartalea. 19. „portionum“ Tartalea; corr. Nizzius. $A\mathfrak{X}D$] „ad“ Tartalea. 20. VI] „fi“ Tartalea, qui etiam infra semper pro V habet „f“.

dupla ipsius *YI* demonstrabitur, sicut quae *OG* ipsius *G𝔛*, ut et prius demonstratum est [p. 407, 4]. ducatur autem ab *V* sectionem *APOL* contingens quae

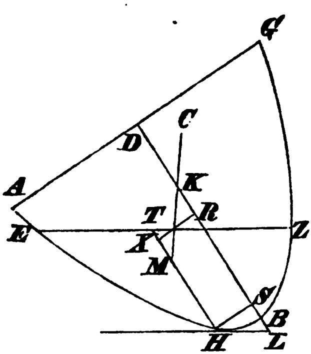


VΩ. similiter autem prioribus demonstrabitur quae quidem *AI* ipsi *QI* aequalis [p. 411 not. 1], quae autem *AQ* ipsi *VΩ* aequedistans [p. 411 not. 2]. demonstrandum autem, quod portio demissa in humidum ita, ut basis ipsius non tangat humidum, et posita inclinata, ita inclinabitur, ut basis ipsius secundum ampliorem locum humectetur ab humido. demittatur enim in humidum, ut dictum est, et iaceat primo sic inclinata, ut basis ipsius neque secundum unum tangat superficiem humidi. secta autem ipsa per axem plano recto ad superficiem humidi in superficie quidem portionis sit sectio quae *ABG*, in superficie autem humidi quae *EZ*, axis autem portionis et diameter sec-

---

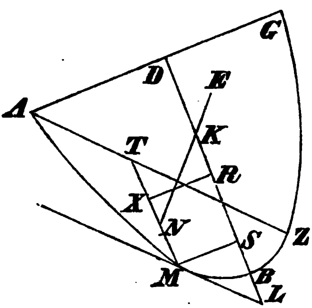
1. *OG* ipsius *G𝔛*] „*t* (lacun.) ipsi *xy*“ Tartalea. 11. enim] „*h*“ Tartalea. 16. „sectionis“ et „portionis“ permutauit Tartalea. „dynametrum“ Tartalea.

tionis sit quae *BD*, et secetur quae *BD* penes signum *K*, *R* similiter prioribus [p. 404, 7 sq.]. ducatur autem et quae quidem *HL* aequedistanter ipsi *EZ* contingens sectionem *ABG* penes *H*, quae autem *HT* aequedistanter ipsi *BD*, quae autem *HS* perpendicularis super *BD*. quoniam portio ad humidum in grauitate proportionem habet, quam tetragonum quod a Ψ ad id, quod a *BD*, palam, quod quae Ψ est aequalis ipsi *HT*; demonstrabitur enim similiter prioribus [per prop. 1; cfr. p. 412, 15 sq.]. quare et quae *HT* et aequalis ipsi *VI*. et portiones ergo *AVQ*, *EBZ* sunt aequales inuicem. quoniam in aequalibus et similibus portionibus *APOL*, *ABG* sunt productae quae *AQ*, *EZ* aequales portiones auferentes, et hoc quidem ab extremitate basis, hoc autem non ab extremitate, minorem faciet acutum angulum ad axem portionis, quae ab extremitate basis producta est [p. 415 not. 1]. et quoniam trigoni *HLS* angulus est maior angulo Ω, palam, quod minor est quae *BS* quam *BC*, quae autem *SR* maior quam *RC* [p. 416 not. 1], et quae *HX* maior quam *VH*, quae autem *XT* minor est quam *HI*. et quoniam dupla est quae *VY* ipsius *YI*, pa-



12. enim] „*h*“ Tartalea. 20. axem] Nizzius; „diametrum“ Tartalea. 22. *HLS*] „*hle*“ Tartalea. 23. palam] post lacunam Tartalea. 24. *HX*] „*hl*“ Tartalea. 25. autem] lacunam Tartalea. *XT*] „*at*“ Tartalea, ut p. 421 lin. 1.

lam, quod quae *HX* est maior quam dupla ipsius *XT*.[1]) sit igitur quae *HM* dupla ipsius *MT*. palam autem ex hiis, quod non manebit portio, sed inclinabitur, donec utique basis ipsius tangat secundum unum signum superficiem humidi [cfr. p. 416, 19 seq.]. tangat autem secundum unum signum, ut in tertia figura scriptum est, et alia eadem disponantur. demonstrabitur autem rursum quae *TM*[2]) aequalis existens ipsi *VI*, et portiones *AVQ*, *ABZ* aequales inuicem, et quoniam in portionibus aequalibus et similibus *APOL*, *ABG*[2]) sunt productae quae *AQ*, *AZ* aequales portiones auferentes, aequales faciunt angulos ad axes portionum [p. 412 not. 1]. triangulorum igitur *VCΩ*, *MSL* qui apud signa *L*[2]), *Ω* anguli sunt aequales, et quae *BS* recta[2]) ipsi *BC* aequalis, et quae *SR*[2]) ipsi *RC*, et quae *MX*[2]) ipsi *VH*, et quae *XT*[2]) ipsi *HI* [cfr. p. 413, 1 sq.]. et quoniam dupla est quae *VY* ipsius *YI*, manifestum, quod quae *MX*[2]) est maior



1) Nam cum $VY = 2\,YI$, erit $VH > 2HI$, et $HX > VH$, $HI > XT$.

2) In fig. 3.

1. *HX*] „*ha*“ Tartalea. 2. „*hl*“ et „*lt*“ Tartalea. 8. „aequales“ Tartalea. 12. axes] Nizzius; „dyametros“ Tartalea. 14. triangulorum] Comm.; om. Tartalea. „*ahbzafq*“ Tartalea (retulit ad „portionum“). 19. *MX*] „*ha*“ Tartalea, ut lin. 23. 20. *XT*] „*at*“ Tartalea, ut p. 422 lin. 1. 22. „*fx* ipsi“ Tartalea.

quam dupla ipsius XT.[1]) sit igitur quae MN[2]) ipsius NT[2]) dupla. rursum autem ex hiis palam, quod non manet portio, sed inclinabitur ex parte A [cfr. p. 413, 5 sq.]. quoniam supponebatur portio secundum unum signum tangere humidum, palam, quod secundum ampliorem locum basis ab humido comprehendetur.

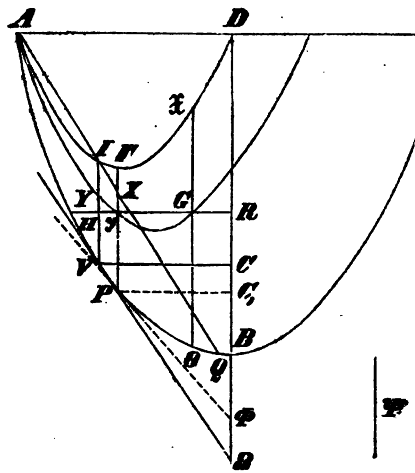
Demonstratio partis V.

Habeat etiam rursum portio ad humidum in grauitate proportionem minorem ea, quam habet tetragonum quod ab FP ad id, quod a BD. quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habeat tetragonum quod a Ψ ad tetragonum quod a BD. minor autem est quae Ψ quam FP. rursum igitur inaptetur quaedam intermedia portionum $A\mathfrak{X}D$, $APOL$ quae VI aequedistanter ipsi BD producta aequalis ipsi Ψ [p. 410 not. 2]. secet autem ipsa intermediam coni sectionem penes Y, ipsam autem XR rectam penes H. demonstrabitur autem quae VY dupla ipsius YI, sicut demonstrata est quae GO ipsius $G\mathfrak{X}$ [p. 407, 4]. ducatur autem et quae quidem $V\Omega$ contingens sectionem $APOL$ secundum V, quae autem VC perpendicularis super BD, et AI co-

1) Nam $VH > 2HI$, et $MX = VH$, $XT = HI$.
2) In fig. 3.

1. „*ha* ipsi *lt*“ Tartalea. 10. FP] „*no*“ Tartalea. 12. Ψ] „*x*“ Tartalea (sic etiam infra). ad tetragonum quod a BD] om. Tartalea. 13. „minorem“ Tartalea. autem] δή? FP] „*on*“ Tartalea. 15. „*amd*“ Tartalea. VI] „*pi*“ Tartalea (et per totam hanc partem P pro V). 17. „intermedia coni sectione“ Tartalea. 18. XR] „*xr*“ Tartalea. 20. $G\mathfrak{X}$] „*gh*“ Tartalea. 22. VC] „*pe*“ Tartalea.

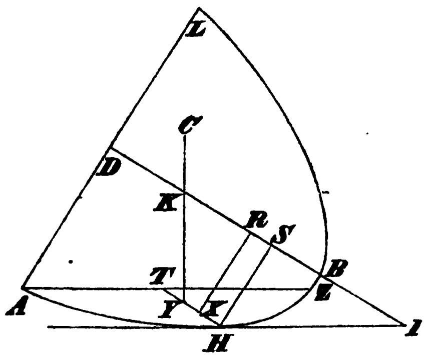
pulata ducatur ad Q. erit autem quae AI ipsi IQ aequalis, et quae AQ ipsi $V\Omega$ aequedistans [p. 411



not. 1—2]. demonstrandum est autem, quod portio demissa in humidum posita inclinata ita, ut basis ipsius non tangat humidum inclinata consistet ita, ut axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum minorem angulo Φ [u. fig. p. 404], basis autem ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi. demittatur enim in humidum et consistat ita, ut basis ipsius secundum unum signum tangat superficiem humidi. secta autem portione per axem plano recto ad superficiem humidi sectio sit superficiei quidem portionis quae $AHBL$ rectanguli coni sectio [περὶ κων. 11], superficiei autem humidi quae AZ, axis autem portionis et diameter

4. „ipsis“ Tartalea. 8. enim] „h“ Tartalea. 14. „portioni“ Tartalea.

sectionis quae *BD*, et secetur quae *BD* penes signa *K*, *R* consimiliter superioribus [p. 404, 7]. ducatur autem et quae *HI* aequedistanter ipsi *AZ* contingens sectionem coni penes *H*, quae autem *HT* aequedistanter ipsi *BD*, quae autem *HS* perpendicularis super *BD*. quoniam igitur portio ad humidum in grauitate



hanc habet proportionem, quam tetragonum a Ψ ad id, quod a *BD*, quam autem proportionem habet portio ad humidum in grauitate, hanc habet tetragonum quod ab *HT* ad id, quod a *BD* propter eadem prioribus [prop. 1; cfr. p. 412, 18], palam, quod quae *HT* est aequalis ipsi Ψ. quare et portiones *AHZ*, *APQ* sunt aequales [περὶ κων. 24]. et quoniam in portionibus aequalibus et similibus *APOL*, *AHL* ab extremitatibus basium sunt productae quae *AQ*, *AZ* aequales portiones auferentes, palam, quod aequales

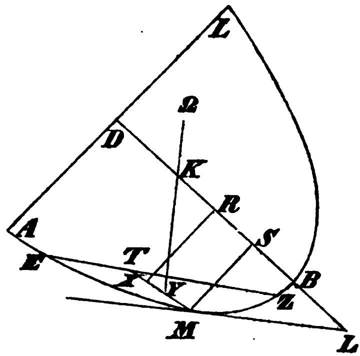
4. *HT*] „habet" Tartalea, ut lin. 11. 5. „quam" Tartalea. 8. portio] „proportio" Tartalea. 10. „eandem" Tartalea. 12. *AHZ*] „*amz*" Tartalea. 14. *AHL*] „*akhlk*" Tartalea.

faciunt angulos ad axes portionum [p. 412 not. 1]. adhuc autem et trigonorum *HIS*, *VΩC* aequales sunt anguli, qui apud *I*, *Ω*. erunt et *SB*, *CB* aequales. quare et quae *SR*, *CR* aequales, et quae *HX*, *VH*, et quae *XT*, *HI* [cfr. p. 413, 1 sq.]. et quoniam est dupla quae *YV* ipsius *YI*, manifestum, quod minor est quam dupla quae *HX* ipsius *XT*.[1]) sit igitur *HY* dupla ipsius *YT*, et copulata protrahatur quae *YKC*. sunt autem centra grauitatum totius quidem *K*, eius autem, quod intra humidum, *Y* [p. 380 not. 1], eius autem, quod extra, in linea *KC*, et sit *C* [ἐπιπ. ἰσορρ. I, 8]. erit autem propter praecedens theorema hoc manifestum, quod non manet portio, sed inclinabitur ita, ut basis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi [cfr. p. 413, 9 sq.]. quod autem consistet ita, ut axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum minorem angulo *Φ*, demonstrabitur. consistat enim, si possibile est, ita, ut faciat angulum non minorem angulo *Φ*, et alia disponantur eadem hiis, quae in tertia figura. similiter autem demonstrabitur quae *TM* aequalis ipsi *Ψ* [cfr. p. 412, 18 sq.], quare et ipsi *TH*. et quoniam *L* non minor est quam

1) Nam $VH < 2HT$, et $HX = VH$, $XT = HI$.

1. angulos] om. Tartalea. axes] Nizzius; „dyametros" Tartalea. 2. „***hlspwe***" Tartalea. 3. *I*] „*l*" Tartalea. „***eb***" et lin. 4: „***er***" Tartalea, et fort. in fig. p. 423 pro *C* ponendum *E*. 4. *HX*] „***ha***" Tartalea, ut lin. 7. 5. *XT*] „***at***" Tartalea, ut lin. 7. 7. quam] „quae" Tartalea. 8. *HY*] „***ny***" Tartalea. 9. „***yht***" Tartalea. 17. *Φ*] „*f*" Tartalea, ut lin. 19. 18. enim] „*h*" Tartalea. 19. „eandem" Tartalea. 22. *TH*] „***ih***" Tartalea. *L*] „***hl***" Tartalea. non] om. Tartalea.

Φ, non ergo maior est BS quam BC_1, neque minor quae SR quam C_1R neque MX quam † OG, et quoniam quae IH est hemiolia ipsius PY, minor autem quae PY quam GO, et quae quidem habet aequalis



ipsi PC est, quae autem HA non est minor quam OG, maior ergo quae AH quam PY.[1]) quae ergo MX est maior quam dupla ipsius TX. sit autem MY dupla ipsius YT, et copulata quae YK educatur. palam autem similiter prioribus [p. 413, 6 sq.], quod non manet portio, sed uoluetur ita, ut axis ipsius ad superficiem humidi faciat angulum minorem angulo Φ.

---

1) Locus corruptissimus inde ab lin. 2. res satis patet ex figura p. 428. nam $PF = \frac{3}{2} Py$; $Py = RC$, siue $MX \gtreqless Py$. et $PF > VI$, h. e. $PF > TM$. ergo $TM < \frac{3}{2} Py$, h. e. $TM < \frac{3}{2} MX$, siue $MX > 2\,TX$.

---

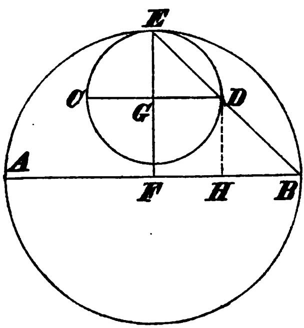
1. „f“ Tartalea, ut lin. 11. BS quam BC_1] lacunam Tartalea. minor] om. Tartalea. 2. C_1R] „sr“ Tartalea. 7. „ha“ et „ta“ Tartalea. 8. MY] „hy“ Tartalea.

LEMMATA.

Liber Assumptorum.

I.

Si mutuo se tangant duo circuli, ut duo circuli *AEB*, *CED* in *E*, fuerintque eorum diametri parallelae, ut sunt duae diametri *AB*, *CD*, et iungantur duo puncta *B*, *D* et contactus *E* [lineis] *DE*, *BD*, erit linea *BE* recta.



sint duo centra *G*, *F*, et iungatur *GF*, et producamus ad *E* [Eucl. III, 12], et educamus *DH* parallelam ipsi *GF*. et quia *HF* aequalis est ipsi *GD*, suntque *GD*, *EG* aequales, ergo ex aequalibus *FB*, *FE* remanebunt *GF*, nempe *DH*,

---

Hunc libellum primus edidit S. Foster: Miscellanea (Lond. 1659) ex interpretatione I. Grauii, qui usus erat codice Arabico; neque enim Graecus exstat. deinde eum e codice Mediceo denuo Latine uertit Abrahamus Ecchellensis, quam interpretationem cum Apollonii libb. V—VII edidit I. A. Borellus (Florentiae 1661). Arabice exstat in tribus codd. Mediceis, sed cum cod. CCLXXV (u. Catalog. codd. oriental. bibl. Medic. Laur. ed. S. E. Assemanus, Florent. 1742 p. 385) solus nostrum libellum et Apollonii libb. V—VII continet, sine dubio hoc ipso codice usus est Borellus (cfr. praeterea Assemanus p. 383 nr. CCLXXI et p. 392 nr. CCLXXXVI). recepi interpretationem Borelli. apud eum titulus hic est: liber assumptorum Archimedis interprete Thebit ben Kora et exponente Doctore Almochtasso

et *HB*, quae erunt aequales, atque duo anguli *HDB*, *HBD* aequales. et quia duo anguli *EGD*, *EFB* sunt recti, atque duo anguli *EGD*, *DHB* sunt aequales, remanebunt duo anguli *GED*, *GDE*, qui inter se et duobus angulis *HDB*, *HBD* aequales erunt. ergo angulus *EDG* aequalis est angulo *DBF*, et com-

---

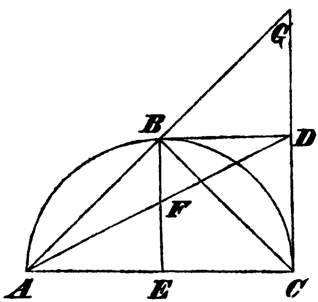
Abilhasan Hali ben Ahmad Nosuensi. propositiones sexdecim („quindecim" Foster, ut re uera sunt; Borellus male adiecit fragmentum Archimedis apud Eutocium seruatum). Thebit ben Kora hanc praefationem praemisit (Borellus p. 385): „Asserit Doctor Almochtasso hunc librum referri ad Archimedem, in quo sunt propositiones pulcherrimae paucae numero, utilitatis uero maximae de principiis geometriae, optimae atque elegantissimae, quas adnumerant professores huius scientiae summae intermediorum, quae legi oportet inter librum Euclidis et Almagestum; at uero quaedam illius propositionum loca indigent aliis propositionibus, quibus propositiones illae clariores euadant. et quidem ipse Archimedes has indicauit propositiones easque retulit in aliis suis operibus, dum dixit: quemadmodum demonstrauimus in propositionibus rectangulorum; item et: quemadmodum demonstrauimus in nostra expositione agentes de triangulis; rursus: quemadmodum demonstrauimus in propositionibus quadrilaterum; et retulit in propositione quinta demonstrationem hac de re magis peculiarem. deinde composuit Abusahal Alkuhi librum, quem inscripsit: ordinationem libri Archimedis de assumptis, et tractauit demonstrationem huius propositionis via universaliori ac meliori, nec non ea quae dependent ex compositione proportionis. quod quidem, cum id comperi, attexui locis obscurioribus huius libri expositionem seu marginales postillas et confirmaui, quod ille indicauerat, propositionibus, uti iudicaueram, et retuli ex propositionibus Abihasal duas propositiones, quibus opus est ad propositionem quintam declarandam, reliqua omittens breuitatis gratia, et eo quod non sint necessariae." cfr. Wenrich: de auct. Graec. vers. Arab. p. 192 sq. ex his Arabum commentariis usus sum, quae mihi utilia uisa sunt, ceteris abiectis. — Sicut dubitari nequit, librum ipsum, qualem nunc habeamus, ab Archimede profectum non esse, ita ueri simile est, aliquas tamen proportionum eius, quae fere satis scite et inuentae et demonstratae sunt, re uera, ut prae se ferunt, Archimedeas esse, sed quantum ei tribuendum sit, nondum satis exploratum est. cfr. Quaest. Arch. p. 24—25.]

prehensus angulus *GDB* est communis. ergo erunt duo anguli *GDB*, *FBD* (qui sunt pares duobus rectis) [Eucl. I, 29] aequales duobus angulis *GDB*, *GDE*. igitur ipsi quoque sunt aequales duobus rectis. ergo linea *EDB* est recta, et hoc est, quod uoluimus.[1])

II.

Sit *CBA* semicirculus, quem *DC*, *DB* tangant, et *BE* perpendicularis super *AC*, et iungamus *AD*; erit *BF* aequalis ipsi *FE*.

Demonstratio. iungamus *AB* eamque producamus in directum, et educamus *CD*, quousque illi occurrat in *G*, et iungamus *CB*. et quia angulus *CBA* est in semicirculo, erit rectus [Eucl. III, 31]. remanet *CBG* rectus, et *DBEC* est parallelogrammum rectangulum.[2]) ergo in triangulo *GBC* rectangulo educitur perpendicularis



BD ex *B* erecta super basim, et *BD*, *DC* erunt aequales eo, quod tangunt circulum [Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 181 nr. 15]. ergo *CD* est etiam aequalis ipsi *DG*, quemadmodum ostendimus in pro-

---

1) Utitur hac propositione Pappus IV, 23 p. 214, 5. idem fit, ut recte adnotauit Almochtasso, si circuli sese extrinsecus contingunt; demonstrat Pappus VII, 175 p. 840.

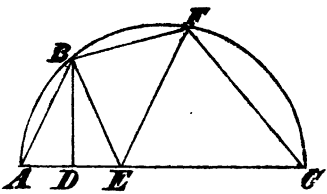
2) Error apertissimus est. neque enim necesse est, lineas *BD*, *DC* inter se perpendiculares esse, neque esse $BD \mp AC$ et $DC \mp BE$. propositio tamen ipsa per se uera est; demonstrat Torellius p. 355. errorem iam Foster notauit p. 18; contra Arabes fugit.

positionibus, quas confecimus de rectangulis.[1]) et quia in triangulo GAC linea BE educta est parallela basi, et iam educta est ex D semipartitione basis linea DA secans parallelam in F, erit BF aequalis ipsi FE [ib. p. 178 nr. 3], et hoc est, quod uoluimus.

III.

Sit CA segmentum circuli, et B punctum super illud ubicunque, et BD perpendicularis super AC, et segmentum DE aequale DA, et arcus BF aequalis arcui BA, utique iuncta CF erit aequalis ipsi CE.[2])

Demonstratio. iungamus lineas AB, BF, FE, EB.



et quia arcus BA aequalis est arcui BF, erit AB aequalis BF. et quia AD aequalis est ED, et duo anguli D sunt recti, et DB communis, ergo AB aequalis est BE [Eucl. I, 4], et propterea BF, BE sunt aequales, et duo anguli BFE, BEF sunt aequales. et quia quadrilaterum $CFBA$ est in circulo, erit angulus CFB cum angulo CAB ipsi opposito, immo cum angulo BEA, aequalis duobus rectis [Eucl. III, 22]. sed angulus CEB cum angulo BEA aequales sunt duobus rectis. ergo duo anguli CFB, CEB

1) Talem librum Archimedes non scripsit. rem ipsam sic demonstrat Almochtasso: quia $BD = DC$, erit $\angle DCB = DBC$; sed $DBC + DBG = 90^0 = DCB + CGB$. itaque

$$DBG = CGB \text{ siue } BD = DG = DC.$$

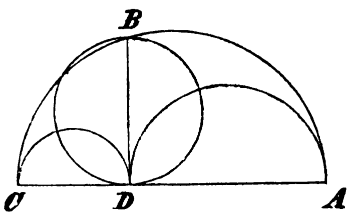
2) Cfr. Ptolemaeus σύντ. I, 9 p. 31 ed. Halma. in figura codicis $ABFC$ semicirculus est, sed proportio de quauis arcu circuli uera est.

sunt aequales. et remanent *CFE*, *CEF* aequales. ergo *CE* aequalis est *CF*, et hoc est, quod uoluimus.

IV.

Sit *ABC* semicirculus, et fiant super *AC* diametrum duo semicirculi, quorum unus *AD*, alter uero *DC*, et *DB* perpendicularis, utique figura proueniens, quam uocat Archimedes Arbelon (est superficies comprehensa ab arcu semicirculi maioris et duabus circumferentiis semicirculorum minorum), est aequalis circulo, cuius diameter est perpendicularis *DB*.[1])

Demonstratio. quia linea *DB* media proportionalis est inter duas lineas *DA*, *DC* [Eucl. VI, 13; Zeitschrift f. Math., histor. Abth. XXIV p. 181 nr. 16], erit planum *AD* in *DC* aequale quadrato *DB* [Eucl. VI, 17]. et ponamus *AD* in *DC* cum duobus quadratis *AD*, *DC* communiter; fiet planum *AD* in *DC* bis cum duobus quadratis *AD*, *DC*, nempe quadratum *AC* [Eucl. II, 4], aequale duplo quadrati *DB* cum duobus quadratis *AD*, *DC*. et proportio circulorum eadem est ac proportio quadratorum [Eucl. XII, 2]. ergo circulus, cuius diameter est *AC*, aequalis est duplo circuli, cuius diameter est *DB*, cum duobus circulis, quorum dia-



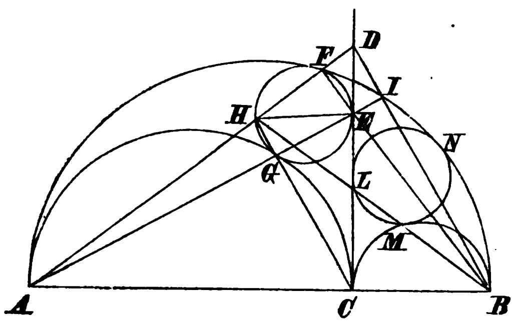
1) Has propositiones de arbelo (4, 5, 6 et 1) non dubito Archimedi tribuere. proprietates arbeli antiquitus tractatas esse, testatur Pappus IV, 19 p. 208, 9: ἀρχαία πρότασις. nomen accepit ex similitudine cultelli sutorii (schol. ad Nicandri Theriac. 423).

metri sunt AD, DC [Quaest. Arch. p. 48], et semicirculus AC aequalis est circulo, cuius diameter est DB, cum duobus semicirculis AD, DC. et auferamus duos semicirculos AD, DC communiter; remanet figura, quam continent semicirculi AC, AD, DC (et est figura, quam uocauit Archimedes Arbelon) aequalis circulo, cuius diameter est DB; et hoc est, quod uoluimus.

V.

Si fuerit semicirculus AB, et signatum fuerit in eius diametro punctum C ubicunque, et fiant super diametrum duo semicirculi AC, CB, et educatur ex C perpendicularis CD super AB, et describantur ad utrasque partes duo circuli tangentes illam et tangentes semicirculos, utique illi duo circuli sunt aequales.

Demonstratio. sit alter circulorum tangens DC in E et semicirculum AB in F et semicirculum AC in G.



et educamus diametrum HE; erit parallela diametro AB eo, quod duo anguli HEC, ACE sunt recti [Eucl. I, 28]. et iungamus FH, HA. ergo linea AF est recta, uti dictum est in propositione I. et occur-

rent *AF*, *CE* in *D* eo, quod egrediuntur ab angulis *A*, *C* minoribus duobus rectis [Eucl. I αἰτ. 5]. et iungamus etiam *FE*, *EB*; ergo *EFB* est etiam recta, uti diximus [prop. 1], et est perpendicularis super *AD* eo, quod angulus *AFB* est rectus, quia cadit in semicirculum *AB* [Eucl. III, 31]. et iungamus *HG*, *GC*; erit *HC* etiam recta. et iungamus *EG*, *GA*; erit *EA* recta [u. p. 430 not. 1]; et producamus eam ad *I* et iungamus *BI*, quae sit etiam perpendicularis super *AI* [Eucl. III, 31]. et iungamus *DI*. et quia *AD*, *AB* sunt duae rectae, et educta ex *D* ad lineam *AB* perpendicularis *DC* et ex *B* ad *DA* perpendicularis *BF*, quae se mutuo secant in *E*, et educta *AE* ad *I* est perpendicularis super *BI*, erunt *BID* rectae, quemadmodum ostendimus in propositionibus, quas confecimus in expositione tractatus de triangulis rectangulis.[1]) et quia duo anguli *AGC*, *AIB* sunt recti, utique *BD*, *CG* sunt parallelae [Eucl. I, 28], et proportio *AD* ad *DH*, quae est ut *AC* ad *HE*[2]), est ut proportio *AB* ad *BC*.[3]) ergo rectangulum *AC* in *CB* aequale est rectangulo *AB* in *HE* [Eucl. VI, 16]. et similiter demonstratur in circulo *LMN*, quod rectangulum *AC*

---

1) Uidetur significari commentarium nescio cuius in Archimedis librum de triangulis rectangulis ab Arabibus solis commemoratum (Quaest. Arch. p. 30); idem fortasse significatur in prop. 2. demonstrationem dedit Almochtasso praemissa propositione notissima, altitudines trianguli acutianguli in eodem puncto concurrere. ne sit igitur *BID* recta; ducatur alia linea, quae *AI* in *m* secet; erit $\angle AmD = 90^0$; sed $\angle AID = 90^0$; itaque $AmD = AID$, quod fieri non potest; demonstrationem eandem de quouis triangulo ualere, ostendit Nizzius p. 257.

2) Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 178 nr. 4.

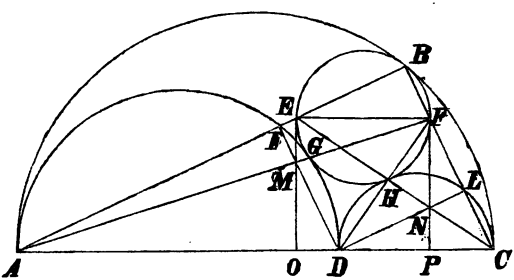
3) Ex Eucl. VI, 2 componendo.

in *CB* aequale sit rectangulo *AB* in suam diametrum, et demonstratur inde etiam, quod duae diametri circulorum *EFG*, *LMN* sint aequales. ergo illi duo circuli sunt aequales; et hoc est, quod uoluimus.[1])

VI.

Si fuerit semicirculus *ABC*, et in eius diametro sumatur punctum *D*, et fuerit *AD* ipsius *DC* sesquialtera, et describantur super *AD*, *DC* duo semicirculi, et ponatur circulus *EF* inter tres semicirculos tangens eos, et educatur diameter *EF* in illo parallela diametro *AC*, reperiri debet proportio diametri *AC* ad diametrum *EF*.[2])

iungamus enim duas lineas *AE*, *EB* et duas lineas *CF*, *FB*. erunt *CB*, *AB* rectae, uti dictum est



in prima propositione. describamus etiam duas lineas *FGA*, *EHC*, ostendeturque esse quoque rectas [p. 430 not. 1]; similiter duas lineas *DE*, *DF*, et iungamus *DI*, *DL* et *EM*, *FN* et producamus eas ad *O*, *P*. et

1) Plura de arbelo habet Pappus IV, 19 p. 208 sq. duas propositiones hoc loco addidit Alkauhi, mathematicus Arabs; u. Borellus p. 393—95, Nizze p. 257.

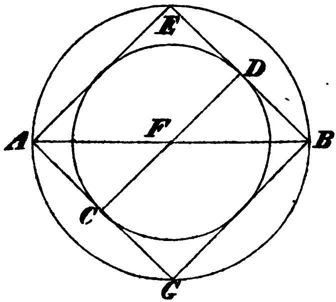
2) Cfr. Pappus IV, 26 p. 224 sq.

quia in triangulo *AED AG* est perpendicularis ad *ED*, et *DI* est quoque perpendicularis ad *AE*, et iam se mutuo secuerunt in *M*, ergo *EMO* erit etiam perpendicularis, quemadmodum ostendimus in expositione, quam confecimus de proprietatibus triangulorum, et cuius demonstratio iam quidem praecessit in superiori propositione [p. 434 not. 1]. similiter quoque erit *FP* perpendicularis super *CA*, et quia duo anguli, qui sunt apud *L* et *B*, sunt recti, erit *DL* parallela ipsi *AB*, et pariter *DI* ipsi *CB*. igitur proportio *AD* ad *DC* est ut proportio *AM* ad *FM* [Eucl. VI, 2], immo ut proportio *AO* ad *OP*, et proportio *CD* ad *DA* ut proportio *CN* ad *NE*, immo ut proportio *CP* ad *PO*. et erat *AD* sesquialtera *DC*; ergo *AO* est sesquialtera *OP* et *OP* sesquialtera *CP*. ergo tres lineae *AO*, *OP*, *PC* sunt proportionales, et in eadem mensura, in qua est *PC* quattuor, erit *OP* sex, et *AO* nouem, et *CA* nouendecim. et quia *PO* aequalis est *EF*, erit proportio *AC* ad *EF* ut nouendecim ad sex. igitur reperimus dictam proportionem. etiam si fuerit *AD* ad *DC* qualiscunque, ut sesquitertia aut sesquiquarta aut alia, erit iudicium et ratio, uti dictum est. et hoc est, quod uoluimus.

VII.

Si circulus circa quadratum descriptus fuerit, et alius intra illum, utique erit circumscriptus duplus inscripti. sit itaque circulus comprehendens quadratum *AB* circulus *AB*, et inscriptus *CD*, et sit diameter quadrati *AB*, et est diameter circuli circumscripti, et educamus *CD* diametrum circuli inscripti parallelam

ipsi AE, quae est ei aequalis. et quia quadratum AB duplum est quadrati AE [Eucl. I, 47] siue DC, et proportio quadratorum ex diametris circulorum est

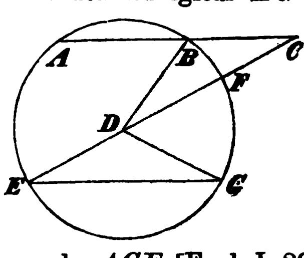


eadem proportioni circuli ad circulum [Eucl. XII, 2], igitur circulus AB duplus est circuli CD; et hoc est, quod uoluimus.

VIII.

Si egrediatur in circulo linea AB ubicunque, et producatur in directum, et ponatur BC aequalis semidiametro circuli, et iungatur ex C ad centrum circuli, quod est D, et producatur ad E, erit arcus AE triplus arcus BF.

educamus igitur EG parallelam ipsi AB, et iungamus DB, DG. et quia duo anguli DEG, DGE sunt aequales, erit angulus GDC duplus anguli DEG [Eucl. I, 32]. et quia angulus BDC aequalis est angulo BCD, et angulus CEG aequalis est angulo ACE [Eucl. I, 29], erit angulus GDC duplus

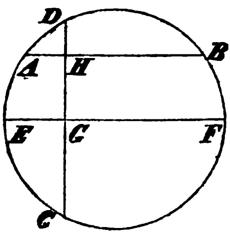


anguli CDB, et totus angulus BDG triplus anguli BDC, et arcus BG aequalis arcui AE triplus est arcus BF [Eucl. III, 26]. et hoc est, quod uoluimus.[1])

IX.

Si mutuo se secuerint in circulo duae lineae AB, CD (sed non in centro) ad angulos rectos, utique duo arcus AD, CB sunt aequales duobus arcubus AC, DB.

educamus diametrum EF parallelam ipsi AB, quae secet CD bifariam in G; erit EC aequalis ipsi ED



[Eucl. III, 3]. et quia tam arcus EDF, quam ECF est semicirculus, et arcus ED aequalis arcui EA cum arcu AD, erit arcus CF cum duobus arcubus EA, AD aequalis semicirculo. et arcus EA aequalis arcui BF; ergo arcus CB cum arcu AD aequalis est semicirculo. et remanent duo arcus EC, EA, nempe arcus AC, cum arcu DB aequales illi. et hoc est, quod uoluimus.

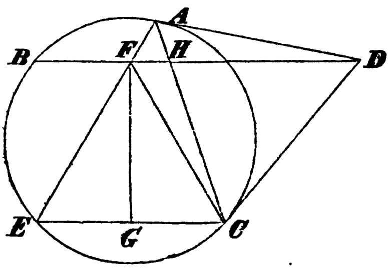
X.

Si fuerit circulus ABC, et DA tangens illum, et DB secans illum, et DC etiam tangens, et educta fuerit CE parallela ipsi DB, et iuncta fuerit EA secans DB in F, et educta fuerit ex F perpendicularis FG super CE, utique bifariam secabit illam in G.

iungamus AC, et quia DA est tangens et AC secans circulum, erit angulus DAC aequalis angulo

1) Apte monuit Mauritius Cantor (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 169), hanc propositionem uere Archimedeam esse. breuiorem demonstrationem dedit Borellus.

cadenti in alterno segmento *AC*, nempe angulo *AEC* [Eucl. III, 32], et est aequalis angulo *AFD* eo, quod *CE*, *BD* sunt parallelae [Eucl. I, 29]. ergo anguli *DAC*, *AFD* sunt aequales, et in duobus triangulis



DAF, *AHD* sunt duo anguli *AFD*, *HAD* aequales, et angulus *D* communis. propterea erit rectangulum *FD* in *DH* aequale quadrato *DA*[1]), immo quadrato *DC* [p. 430, 22]. et quia proportio *FD* ad *DC* est eadem proportioni *CD* ad *DH* [Eucl. VI, 17], et angulus *D* communis, erunt triangula *DFC*, *DCH* similia [Eucl. VI, 6], et angulus *DFC* aequalis *DCH*, qui aequalis est angulo *DAH*; et hic est aequalis angulo *AFD*. ergo duo anguli *AFD*, *CFD* sunt aequales, et *DFC* aequalis angulo *FCE* [Eucl. I, 29]; et erat *DFA* aequalis angulo *AEC*. ergo in triangulo *FEC* sunt duo anguli *C*, *E* aequales, et duo anguli *G* recti, et latus *GF* commune. propterea erit *CG* aequalis ipsi *GE* [Eucl. I, 26]. ergo *CE* bifariam secatui in *G*. et hoc est, quod uoluimus.

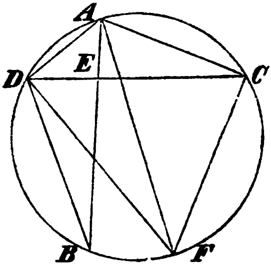
XI.

Si mutuo se secuerint in circulo duae lineae *AB*, *CD* ad angulos rectos in *E*, quod non sit in centro,

1) Nam $ADH \sim ADF$ (Eucl. VI def. 1); ergo
$FD : DA = DA : DH$ (Eucl. VI, 4);
tum u. Eucl. VI, 17.

utique omnia quadrata *AE*, *BE*, *EC*, *ED* aequalia quadrato diametri.

educamus diametrum *AF*, et iungamus lineas *AC*, *AD*, *CF*, *DB*. et quia angulus *AED* est rectus, erit aequalis angulo *ACF* [Eucl. III, 31], et angulus *ADC* aequalis *AFC* eo, quod sunt super arcum *AC* [Eucl. III, 27]; et remanent in duobus triangulis *ADE*, *AFC* duo anguli *CAF*, *DAE* aequales. erunt pariter duo arcus *CF*, *DB* aequales [Eucl. III, 26], immo et duae chordae eorum aequales [Eucl. III, 29]; et duo quadrata *DE*, *EB* aequantur quadrato *BD* [Eucl. I, 47], nempe *CF*, et duo quadrata *AE*, *EC* aequantur quadrato *CA*, et duo quadrata *CF*, *CA* aequantur quadrato *FA*, nempe diametri. igitur quadrata *AE*, *EB*, *CE*, *ED* omnia sunt aequalia quadrato diametri. et hoc est, quod uoluimus.

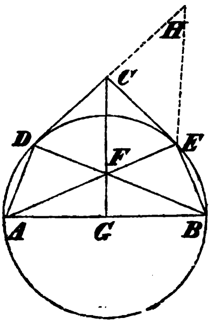


XII.

Si fuerit semicirculus super diametrum *AB*, et eductae fuerint ex *C* duae lineae tangentes illum in duobus punctis *D*, *E*, et iunctae fuerint *EA*, *DB* se mutuo secantes in *F*, et iuncta fuerit *CF*, et producatur ad *G*, erit *CG* perpendicularis ad *AB*.

iungamus *DA*, *EB*. et quia angulus *BDA* est rectus [Eucl. III, 31], erunt duo anguli *DAB*, *DBA* reliqui in triangulo *DAB* aequales uni recto; et angulus *AEB* rectus. igitur sunt aequales ei. et ponamus angulum *FBE* communem; ambo anguli *DAB*,

ABE sunt aequales *FBE*, *FEB*, immo angulo *DFE* externo in *FBE* [Eucl. I, 32]. et quia *CD* est tangens circulum, et *DB* secans illum, angulus *CDB* aequatur angulo *DAB*, et pariter angulus *CEF* aequatur angulo *EBA* [Eucl. III, 32]. ergo duo anguli *CEF*, *CDF* simul aequales sunt angulo *DFE*. et iam quidem planum fit ex nostro tractatu de figuris quadrilateris[1]), quod, si educantur inter duas lineas aequales sibi occurrentes in aliquo puncto, uti sunt duae lineae *CD*, *CE* [cfr. p. 430, 22], duae lineae se mutuo secantes, uti sunt duae lineae *DF*, *EF*, et fuerit angulus ab illis contentus, ut est angulus *F*, aequalis duobus angulis, qui occurrunt duabus lineis se inuicem secantibus, uti sunt duo anguli *E*, *D*, simul, erit linea egrediens a puncto concursus ad punctum sectionis, uti est linea *CF*, aequalis cuilibet linearum sibi occurrentium, ut *CD* uel *CE*.[2]) propterea erit *CF* aequalis ipsi *CD*. ergo angulus *CFD* est aequalis angulo *CDF*, nempe angulo *DAG*. sed angulus *CFD* cum angulo *DFG* est aequalis duobus rectis. ergo angulus *DAG* cum angulo *DFG*



1) De eiusmodi libro Archimedis nemo praeterea uerbum fecit.

2) Demonstrationem indirectam dedit Almochtasso. Borellus propositionem ita demonstrat: producatur *DC*, et sit $CH = CE$. iam cum $\angle H = CEH$ et ex hypothesi

$$DFE = CDF + CEF,$$

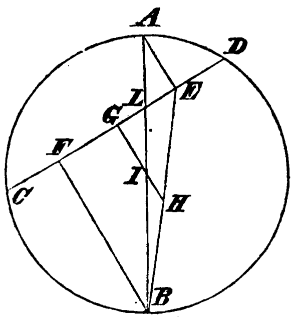
erit $DFE + H = CDF + FEH = 180^0$. itaque *DFEH* circulo inscribi potest (Eucl. III, 22), et centrum erit *C*, cum $CH = DC = CE$. itaque erit $CF = CD$.

aequalis est duobus rectis: et remanent in quadrilatero $ADFG$ duo anguli ADF, AGF aequales duobus rectis. sed angulus ADB rectus est; ergo angulus AGC est rectus, et CG perpendicularis ad AB. et hoc est, quod uoluimus.

XIII.

Si mutuo se secent duae lineae AB, CD in circulo, et fuerit AB diameter illius, at non CD, et educantur ex duobus punctis A, B duae perpendiculares ad CD, quae sint AE, BF, utique abscindent ex illa CF, DE aequales.

iungamus EB et educamus ex I, quod est centrum,



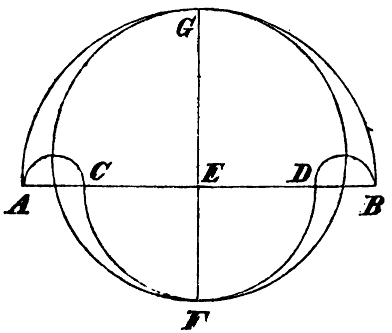
perpendicularem IG super CD et producamus eam ad H in EB. et quia IG est perpendicularis ex centro ad CD, illam bifariam diuidet in G [Eucl. III, 3]; et quia IG, AE sunt duae perpendiculares super illam, erunt parallelae [Eucl. I, 28]. et quia BI aequalis est IA, erit BH aequalis ipsi HE [Eucl. VI, 2], et propter earum aequalitatem, et quia BF est parallela ipsi HG, erit FG aequalis ipsi GE, et ex GC, GD aequalibus remanent FC, ED aequales. et hoc est, quod uoluimus.

XIV.

Si fuerit AB semicirculus, et ex eius diametro AB dissectae sint AC, BD aequales, et efficiantur super

lineas AC, CD, DB semicirculi, et sit centrum duorum semicirculorum AB, CD punctum E, et sit EF perpendicularis super AB, et producatur ad G, utique circulus, cuius diameter est FG, aequalis est superficiei contentae a semicirculo maiori et a duobus semicirculis, qui sunt intra illum, et a semicirculo medio, qui est extra illum, et est figura, quam uocat Archimedes Salinon.[1])

quia DC bifariam secatur in E, et addita est illi CA, erunt duo quadrata DA, CA dupla duorum quadratorum DE, EA [Eucl. II, 10]. sed FG aequalis est ipsi DA.[2]) ergo duo quadrata FG, AC dupla sunt duorum quadratorum DE, EA. et quia AB dupla est AE, et CD dupla quoque ED, erunt duo quadrata AB, DC quadrupla duorum quadratorum DE, EA, immo dupla duorum quadratorum GF, AC. similiter etiam duo circuli, quorum diametri sunt AB, DC, dupli sunt eorum, quorum diametri sunt GF, AC [p. 433, 1], et dimidii eorum, quorum diametri sunt AB, CD, aequales duobus circulis, quo-



1) Haec propositio fortasse re uera Archimedis est. quid Salinon sit, uerbum sine dubio ab Arabibus deprauatum, dubito. pro σελίνιον accepit Barrowius p. 275. contra Mauritius Cantor l. c. ab σάλος deriuat („Wellenlinie"). ipse de uerbo σέλινον cogitaui (ex similitudine frondis apii).

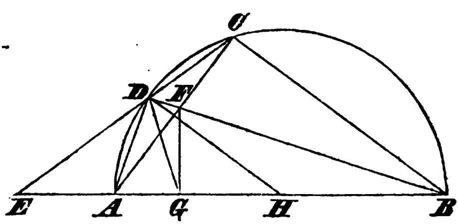
2) Nam $GF = GE + EF = AE + ED = AD$.

rum diametri sunt *GF*, *AC*. sed circulus, cuius diameter *AC*, est aequalis duobus semicirculis *AC*, *BD*. ergo si auferamus ex illis duos semicirculos *AC*, *BD*, qui sunt communes, remanet figura contenta a quattuor semicirculis *AB*, *CD*, *DB*, *AC* (quae ea est, quam uocat Archimedes Salinon) aequalis circulo, cuius diameter est *FG*. et hoc est, quod uoluimus.

XV.

Si fuerit *AB* semicirculus, et *AC* chorda pentagoni, et semissis arcus *AC* sit *AD*, iungatur *CD* et producatur, ut cadat super *E*, et iungatur *DB*, quae secet *CA* in *F*, et ducatur ex *F* perpendicularis *FG* super *AB*: erit linea *EG* aequalis semidiametro circuli.

iungamus itaque lineam *CB*, et sit centrum *H*, et iungamus *HD*, *DG* et *AD*. et quia angulus *ABC*,



cuius basis est latus pentagoni, est duae quintae partes recti [Eucl. III, 20], quilibet duorum angulorum *CBD*, *DBA* est quinta pars recti. et angulus *DHA* duplus est anguli *DBH* [Eucl. III, 20]; ergo angulus *DHA* est duae quintae partes recti. et quia in duobus triangulis *CBF*, *GBF* duo anguli *B* sunt aequales, et *G*, *C* recti, et latus *FB* commune, erit *BC*

aequale ipsi BG [Eucl. I, 26]. et quia in duobus triangulis CBD, GBD duo latera CB, BG sunt aequalia, et similiter duo anguli ad B, et latus BD commune, erunt duo anguli BCD, BGD aequales [Eucl. I, 4], et quilibet eorum est sex quintae partes recti[1]), et est aequalis angulo DAE externo quadrilateri $BADC$, quod est in circulo.[2]) ergo remanet angulus DAB aequalis angulo DGA, et erit DA aequalis ipsi DG. et quia angulus DHG est duae quintae partes recti, et angulus DGH sex quintae partes recti, remanet angulus HDG duae quintae partes recti, et erit DG aequalis GH. et quia ADE externus quadrilateri $ADCB$, quod est in circulo, est aequalis angulo CBA [not. 2], et est duae quintae partes recti et aequalis angulo GDH. et quia in duobus triangulis EDA, HDG sunt duo anguli EDA, HDG aequales, et pariter duo anguli DGH, DAE, et duo latera DA, DG, erit EA aequale HG [Eucl. I, 26]. et ponamus AG commune; erit EG aequale AH. et hoc est, quod uoluimus.

Et hinc patet, quod linea DE aequalis sit semidiametro circuli, quia angulus A aequalis est angulo DGH[3]); ideo erit linea DH aequalis lineae DE. et dico, quod EC diuiditur media et extrema proportione[4]) in D, et maius segmentum est DE, et hoc quia ED

1) Nam $DCA = \frac{1}{2} DHA$ (Eucl. III, 20) et $FCB = 90^\circ$.

2) Nam
$$BCD + DAB = 180^\circ \text{ (Eucl. III, 22)} = DAE + DAB.$$

3) Fort. scribendum: „quia angulus E aequalis est angulo DHG“.

4) H. e. ἄκρον καὶ μέσον λόγον, siue $EC : ED = ED : DC$ (Eucl. VI def. 3).

est chorda hexagoni [Eucl. IV, 15 πόρ.] et *DC* decagoni, et hoc iam demonstratum est in libro elementorum.[1]) et hoc est, quod uoluimus.

1) H. e. *ἐν τῇ στοιχειώσει*, Eucl. elem. XIII, 9: *ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμά ἐστιν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρα.*

PROBLEMA BOUINUM.

Antiquitus clarum erat problema Archimedis de numero boum Solis (*πρόβλημα βοεικόν*); u. Scholia ad Platonis Charmid. 165 e: *θεωρεῖ* (*ἡ λογιστική*) *οὖν τοῦτο μὲν τὸ κληθὲν ὑπ' Ἀρχιμήδους βοεικὸν πρόβλημα, τοῦτο δὲ μηλίτας καὶ φιαλίτας ἀριθμούς* (cfr. Anthol. Palat. XIV, 3 et 12); cfr. Anonymus Hultschii (Heron) 9 p. 248 et Cicero ad Attic. XII, 4; XIII, 28: *πρόβλημα Ἀρχιμήδειον*(?). epigramma infra adlatum problema eiusmodi tractans e codice Guelferbytano (77 Gud. Graec.), primus edidit G. E. Lessingius (Sämmtliche Schriften ed. Lachmann IX p. 285 sq.), addito scholio et disputatione mathematica Chr. Leistii (ib. p. 297). deinde id ediderunt I. et K. L. Struuii (Altes griechisches Epigramm mathematischen Inhalts, Altona 1821. 8), G. Hermannus (De Archimedis problemate bouino. Lipsiae 1828. 4. cfr. Opuscula IV p. 228 et recensio I. F. Wurmii in Jahns Jahrbücher XIV p. 194, ad quam respicit Hermannus Opusc. IV praef. p. III), Terquem (Bulletin de bibliogr., d'histoire et de biogr. mathématiques I p. 121; cfr. ibid. p. 113 sq., p. 130), B. Krumbiegel (Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 121 sq.). problema ipsum praeterea tractauerunt Nesselmannus: Algebra der Griechen p. 481 sq., A. I. H. Vincentius: Bulletin Terquem I p. 165 sq., II p. 39, A. Amthor: Zeitschr. f. Math. u. Physik, hist. litt. Abth. XXV p. 153 sq., quamquam nondum satis constat

quomodo Archimedes hoc problema soluerit, tamen plerique consentiunt (uelut Hermannus, Libri: hist. des mathém. en Italie I p. 206, Cantor: Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXIV p. 169), eos, qui Archimedi abiudicant, quod soluere non potuerit, nimis inconsiderate egisse (uelut Struuii, Nesselmannus, Vincentius); cfr. Quaest. Arch. p. 66—68.

epigramma et scholium edidi Lessingium secutus. in notis adieci coniecturas omnes Hermanni, Struuii, Vincentii, Krumbiegelii. scripturas cod. Parisiensis nr. 2448, quas mecum communicauit Henricus Lebègue, qui meo rogatu beneuolentissime hunc codicem inuestigauit et contulit, in praefatione huius uoluminis rettuli.

Πρόβλημα,

ὅπερ Ἀρχιμήδης ἐν ἐπιγράμμασιν εὑρὼν τοῖς ἐν Ἀλεξανδρείᾳ περὶ ταῦτα πραγματευομένοις ζητεῖν ἀπέστειλεν ἐν τῇ πρὸς Ἐρατοσθένην τὸν Κυρηναῖον ἐπιστολῇ.

Πληθὺν Ἠελίοιο βοῶν, ὦ ξεῖνε, μέτρησον
φροντίδ' ἐπιστήσας, εἰ μετέχεις σοφίης,
πόσση ἄρ' ἐν πεδίοις Σικελῆς ποτ' ἐβόσκετο νήσου
Θρινακίης τετραχῇ στίφεα δασσαμένη
χροιὴν ἀλλάσσοντα· τὸ μὲν λευκοῖο γάλακτος,
κυανέῳ δ' ἕτερον χρώματι λαμπόμενον,
ἄλλο γε μὲν ξανθόν, τὸ δὲ ποικίλον. ἐν δὲ ἑκάστῳ
στίφει ἔσαν ταῦροι πλήθεσι βριθόμενοι
συμμετρίης τοιῆσδε τετευχότες· ἀργότριχας μέν
κυανέων ταύρων ἡμίσει ἠδὲ τρίτῳ
καὶ ξανθοῖς σύμπασιν ἴσους, ὦ ξεῖνε, νόησον,
αὐτὰρ κυανέους τῷ τετράτῳ τε μέρει
μικτοχρόων καὶ πέμπτῳ, ἔτι ξανθοῖσί τε πᾶσιν
τοὺς δ' ὑπολειπομένους ποικιλόχρωτας ἄθρει
ἀργεννῶν ταύρων ἕκτῳ μέρει ἑβδομάτῳ τε
καὶ ξανθοῖς αὖτις πᾶσιν ἰσαζομένους.
θηλείαισι δὲ βουσὶ τάδ' ἔπλετο· λευκότριχες μέν
ἦσαν συμπάσης κυανέης ἀγέλης
τῷ τριτάτῳ τε μέρει καὶ τετράτῳ ἀτρεκὲς ἶσαι·

In titulo: πραγματουμένοις cod. Guelferb.; corr. Struuius. 1. Ἠελίοιο] cfr. Homeri Od. XII, 127 sq. 2. σωφίης Les-

Problema,

quod Archimedes inuenit et in epigrammate ad eos, qui Alexandriae eiusmodi rebus studebant, misit in epistula ad Eratosthenem Cyrenensem.

Multitudinem boum Solis, hospes, computato diligentiam adhibens, si sapientiae particeps es, quanta quondam in campis Thrinaciae Siculae insulae pasceretur in quattuor greges diuisa colore diuersos, unum lactis albi colore, alterum caeruleo nitentem, tertium flauum, quartum uarium. in singulis autem gregibus tauri erant numero praeualidi, hanc rationem seruantes: finge, hospes, albos numero aequales dimidiae et tertiae partibus taurorum caeruleorum et simul omnibus flauis, caeruleos autem quartae et quintae partibus uariorum et praeterea flauis omnibus. reliquos autem uarios uide sextae et septimae partibus alborum et rursus omnibus flauis aequales. in uaccis autem hae erant rationes: albae tertiae et quartae partibus totius gregis caerulei aequales erant, caeruleae autem quartae et quintae simul partibus uariorum si-

singius. 8. πλήθει Struuius. 12. τετάρτῳ cod. Guelferb.; corr. Lessingius. τε om. cod. Guelferb.; corr. Hermannus. 13. στικτοχρόων Struuius. πᾶσι Lessingius cum Guelferb.; corr. Hermannus. 14. ποικιλόχροας Lessingius. 16. αὖτις] Hermannus; αὐτούς Lessingius cum Guelferb. 17—26 delet Vincentius. 19. τετάρτῳ cod. Guelferb.; corr. Lessingius; item lin. 20.

αὐτὰρ κυάνεαι τῷ τετράτῳ τε πάλιν
μικτοχρόων καὶ πέμπτῳ ὁμοῦ μέρει ἰσάζοντο
σὺν ταύροις· πάσης δ' εἰς νομὸν ἐρχομένης
ξανθοτρίχων ἀγέλης πέμπτῳ μέρει ἠδὲ καὶ ἕκτῳ
ποικίλαι ἰσάριθμον πλῆθος ἔχον τετραχῆ.
ξανθαὶ δ' ἠριθμεῦντο μέρους τρίτου ἡμίσει ἶσαι
ἀργεννῆς ἀγέλης ἑβδομάτῳ τε μέρει.
ξεῖνε, σὺ δ' Ἠελίοιο βοῶν πόσαι ἀτρεκὲς εἰπών,
χωρὶς μὲν ταύρων ζατρεφέων ἀριθμόν,
χωρὶς δ' αὖ θήλειαι ὅσαι κατὰ χρῶμα ἕκασται,
οὐκ ἄιδρίς κε λέγοι' οὐδ' ἀριθμῶν ἀδαής,
οὐ μὴν πώ γε σοφοῖς ἐναρίθμιος. ἀλλ' ἴθι φράζευ
καὶ τάδε πάντα βοῶν Ἠελίοιο πάθη.
ἀργότριχες ταῦροι μὲν ἐπεὶ μιξαίατο πληθύν
κυανέοις, ἵσταντ' ἔμπεδον ἰσόμετροι
εἰς βάθος εἰς εὖρός τε, τὰ δ' αὖ περιμήκεα πάντη
πίμπλαντο πλίνθου Θρινακίης πεδία.
ξανθοὶ δ' αὖτ' εἰς ἓν καὶ ποικίλοι ἀθροισθέντες
ἵσταντ' ἀμβολάδην ἐξ ἑνος ἀρχόμενοι
σχῆμα τελειοῦντες τὸ τρικράσπεδον οὔτε προσόντων
ἀλλοχρόων ταύρων οὔτ' ἐπιλειπομένων.
ταῦτα συνεξευρὼν καὶ ἐνὶ πραπίδεσσιν ἀθροίσας
καὶ πληθέων ἀποδοὺς, ὦ ξένε, πάντα μέτρα
ἔρχεο κυδιόων νικηφόρος, ἴσθι τε πάντως
κεκριμένος ταύτῃ ὄμπνιος ἐν σοφίῃ.

---

21. *στικτοχρόων* Struuius. *ἰσάζοντο. σὺν ταύροις πάσης* Vincentius; *ἰσάζοντο, σὺν ταύροις πάσης* Lessingius. 22. *πάσης — ἐρχομένης*] Lessingius; *πάσαις — ἐρχομέναις* cod. Guelferb. *πασῶν — ἐρχομένων* Struuius. *δ' εἰς*] Hermannus, *εἰς* cod. Guelferb., uulgo. 24. *τετραχῆ*] corruptum; *ἀτρεκές* Struuius; *ἔχοντ' ἀτρεκές* Vincentius. *τελέως* Krumbiegel. *ἔχον. τετραχῆ* Lessingius. 27. *πόσοι* Vincentius. *βοῶν*] Her-

mul cum tauris aequales erant, uariae numerum habebant aequalem quintae et sextae partibus totius flauorum gregis pascentis; flauae autem aequales sextae et septimae partibus gregis albi numerabantur. tu uero, hospes, diligenter indicato numero boum Solis, quot tauri robusti quotque uaccae essent singulis coloribus, non imperitus rudisque numerorum uoceris, neque tamen inter sapientes numereris. at dic age has quoque omnes boum Solis rationes: sicubi tauri albi suam multitudinem cum caeruleis coniungebant, stabant firmiter aequali in altitudinem et latitudinem mensura, et longi latique campi Thrinaciae undique solido quadrangulo complebantur. rursus autem flaui et uarii coniuncti ita stabant, ut numerus sensim ex uno adcresceret, figuram trilateram efficientes tauris ceterorum colorum neque praesentibus neque desideratis. haec si simul inueneris et mente complexus eris, hospes, omnes multitudinum mensuras indicans, uictoria gloriatus abito et putato, te ita demum sapientia praestantem esse iudicatum.

---

mannus; *βόες* cod. Guelferb., Lessingius. 28—29 delet Vincentius. 29. *χρῶμα*] Struuius; *χροίαν* cod. Guelferb., Lessingius. 31—44 delet Vincentius. *ἐναρίθμιος*] Struuius; *ἐν ἀριθμοῖς* cod. Guelferb., Lessingius. 32. *τάδε πάντα*] *τάδ' ἔτ' ἄλλα* Struuius. Wurmius has emendationes superuacuas censet, mutato *εἰπών* u. 27 in *εἶπον* (imperat.). 34. *ἔμβαδον* Vincentius. 35. *πέρι μήκεα* Hermannus. 36. *πλίνθου*] fortasse corruptum; *πλῆθος* Vincentius. *πλήθους* Krumbiegel. 39. *οὔτε — οὔτε*] *εἴτε — εἴτε* Hermannus. 44. *ταύτῃ γ'* Hermannus.

Σχόλιον.

Τὸ μὲν οὖν πρόβλημα διὰ τοῦ ποιήματος ὁ Ἀρχιμήδης ἐδήλωσε σαφῶς. ἰστέον δὲ τὸ λεγόμενον, ὅτι τέσσαρας ἀγέλας εἶναι δεῖ βοῶν· λευκοτρίχων μὲν μίαν ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθος ὁμοῦ συνάγει μυριάδας διπλᾶς ιδʹ καὶ ἁπλᾶς φπβʹ καὶ μονάδας ͵ζτξʹ· κυανοχρόων δ' ἄλλην ὁμοῦ ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθός ἐστι μυριάδων διπλῶν ἐννέα καὶ ἁπλῶν ͵ηωλʹ καὶ μονάδων ωʹ. μιξοτρίχων δ' ἄλλην ταύρων καὶ θηλειῶν, ὧν τὸ πλῆθός ἐστι μυριάδων διπλῶν ηʹ καὶ ἁπλῶν ͵ϛϡϙαʹ καὶ μονάδων υʹ· τῆς δὲ λοιπῆς ἀγέλης τῶν ξανθοχρόων[1] *συνάγει τὸ πλῆθος διπλᾶς μυριάδας ζʹ καὶ ἁπλᾶς ͵ϛψηʹ, μονάδας δὲ ͵ηʹ. ὥστε συνάγεσθαι ὁμοῦ τὸ πλῆθος τῶν δʹ ἀγελῶν μυριάδας διπλᾶς μʹ καὶ ἁπλᾶς ͵γριβʹ καὶ μονάδας ͵ϛφξʹ. καὶ ἡ μὲν ἀγέλη τῶν λευκοτρίχων ταύρων ἔχει μυριάδας διπλᾶς ηʹ καὶ ἁπλᾶς ͵βϡλαʹ καὶ μονάδας ͵ηφξʹ, θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς εʹ καὶ ἁπλᾶς ͵ζχνʹ καὶ μονάδας ͵ηωʹ· ἡ δὲ ἀγέλη τῶν κυανοχρόων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς εʹ καὶ ἁπλᾶς ͵θχπδʹ καὶ μονάδας ͵αρκʹ, θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς γʹ καὶ ἁπλᾶς ͵θρμεʹ καὶ μονάδας ͵θχπʹ· ἡ δ' ἀγέλη τῶν ποικιλοτρίχων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς εʹ καὶ ἁπλᾶς ͵ηωξδʹ καὶ μονάδας ͵δωʹ, θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς βʹ καὶ ἁπλᾶς ͵ηρκϛʹ καὶ μονάδας ͵εχʹ·*[2] *ἡ δ' ἀγέλη τῶν ξανθοχρωμάτων ταύρων ἔχει μὲν μυριάδας διπλᾶς γʹ καὶ ἁπλᾶς ͵γρϙεʹ καὶ μονάδας ϡξʹ, θηλειῶν δὲ μυριάδας διπλᾶς δʹ καὶ*

1) *ξανθοτρίχων* Hermannus.
2) ͵εχʹ] ͵θχʹ cod. Guelferb.; corr. Lessingius.

ἁπλᾶς ,γφιγ' καὶ μονάδας ,ξμ'. καί ἐστι τὸ πλῆθος τῶν λευκοτρίχων ταύρων ἴσον τῷ ἡμίσει καὶ τρίτῳ μέρει τοῦ πλήθους τῶν κυανοχρόων ταύρων καὶ ἔτι ὅλῃ τῇ τῶν ξανθοχρωμάτων ἀγέλῃ, τὸ δὲ πλῆθος τῶν κυανοχρωμάτων ἴσον τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ μέρει τῶν ποικιλοτρίχων[1]) ταύρων καὶ ὅλῳ τῷ πλήθει τῶν ξανθοχρωμάτων, τὸ δὲ πλῆθος τῶν ποικιλοτρίχων ταύρων ἴσον τῷ ἕκτῳ καὶ ἑβδόμῳ μέρει τῶν λευκοτρίχων ταύρων καὶ ἔτι τῷ πλήθει ὅλῳ ξανθοχρωμάτων ταύρων, καὶ πάλιν τὸ πλῆθος τῶν λευκῶν θηλειῶν ἴσον τῷ τρίτῳ καὶ τετάρτῳ μέρει ὅλης τῆς ἀγέλης τῶν κυανοχρόων, τὸ δὲ τῶν κυανοχρόων ἴσον τῷ τετάρτῳ καὶ πέμπτῳ μέρει τῆς ὅλης ἀγέλης τῶν ποικιλοτρίχων, τὸ δὲ τῶν ποικιλοτρίχων ἴσον τῷ πέμπτῳ καὶ ἕκτῳ μέρει τῆς ὅλης τῶν ξανθῶν βοῶν. πάλιν δὲ τὸ τῶν ξανθῶν θηλειῶν πλῆθος ἦν ἴσον τῷ ἕκτῳ τε[2]) καὶ ἑβδόμῳ μέρει τῆς ὅλης ἀγέλης τῶν λευκῶν βοῶν. καὶ ἡ μὲν ἀγέλη τῶν λευκοτρίχων ταύρων καὶ ἡ τῶν κυανοχρόων ταύρων συντεθεῖσα ποιεῖ τετράγωνον ἀριθμόν, ἡ δ' ἀγέλη τῶν ξανθοτρίχων ταύρων μετὰ τῆς ἀγέλης τῶν ποικιλοχρόων συντεθεῖσα ποιεῖ τρίγωνον, ὡς ἔχει τὰ τῶν ὑποκειμένων κανόνων καθ' ἕκαστον χρῶμα.

---

1) ποικιλοχρόων Hermannus.
2) τε om. Hermannus.

FRAGMENTA.

Omissis libris, qui ab Arabibus solis commemorantur, de quibus u. Quaest. Arch. p. 29—30, hoc loco omnia testimonia et fragmenta librorum Archimedis, qui interciderunt, quae quidem inuenire potuerim, collegi; pleraque indicaui Quaest. Arch. p. 30 sq.

De polyedris.

1 Pappus V, 34 p. 352: *ταῦτα δ' ἐστὶν οὐ μόνον τὰ παρὰ τῷ θειοτάτῳ Πλάτωνι πέντε σχήματα, τουτέστιν τετράεδρόν τε καὶ ἑξάεδρον, ὀκτάεδρόν τε καὶ δωδεκάεδρον, πέμπτον δ' εἰκοσάεδρον, ἀλλὰ καὶ τὰ ὑπὸ Ἀρχιμήδους εὑρεθέντα τρισκαίδεκα τὸν ἀριθμὸν ὑπὸ ἰσοπλεύρων μὲν καὶ ἰσογωνίων, οὐχ ὁμοίων δὲ πολυγώνων περιεχόμενα.*

τὸ μὲν γὰρ πρῶτον ὀκτάεδρόν ἐστιν περιεχόμενον ὑπὸ τριγώνων δ' καὶ ἑξαγώνων δ'.

τρία δὲ μετὰ τοῦτο τεσσαρεσκαιδεκάεδρα, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η' καὶ τετραγώνοις ς', τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις ς' καὶ ἑξαγώνοις η', τὸ δὲ τρίτον τριγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ς'.

μετὰ δὲ ταῦτα ἑκκαιεικοσάεδρά ἐστιν δύο, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η' καὶ τετραγώνοις ιη', τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις ιβ', ἑξαγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ς'.

μετὰ δὲ ταῦτα δυοκαιτριακοντάεδρά ἐστιν τρία, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις κ' καὶ πενταγώ-

νοις ιβ', τὸ δὲ δεύτερον πενταγώνοις ιβ' καὶ ἑξαγώνοις κ', τὸ δὲ τρίτον τριγώνοις κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ'.

μετὰ δὲ ταῦτα ἕν ἐστιν ὀκτωκαιτριακοντάεδρον περιεχόμενον ὑπὸ τριγώνων λβ' καὶ τετραγώνων ς'.

μετὰ δὲ τοῦτο δυοκαιεξηκοντάεδρά ἐστι δύο, ὧν τὸ μὲν πρῶτον περιέχεται τριγώνοις κ' καὶ τετραγώνοις λ' καὶ πενταγώνοις ιβ', τὸ δὲ δεύτερον τετραγώνοις λ' καὶ ἑξαγώνοις κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ'.

μετὰ δὲ ταῦτα τελευταῖόν ἐστιν δυοκαιενενηκοντάεδρον, ὃ περιέχεται τριγώνοις π' καὶ πενταγώνοις ιβ'.

ὅσας δὲ γωνίας ἕκαστον ἔχει στερεὰς τῶν ιγ' τούτων σχημάτων πολυέδρων καὶ ὅσας πλευράς, διὰ τοῦδε τοῦ τρόπου θεωρεῖται· ὅσων μὲν γὰρ ἁπλῶς πολυέδρων αἱ στερεαὶ γωνίαι τρισὶν ἐπιπέδοις περιέχονται γωνίαις, ἐξαριθμηθεισῶν τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν, ἃς ἔχουσιν πᾶσαι αἱ ἕδραι τοῦ πολυέδρου, δῆλον, ὡς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸς τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ· ὅσων δὲ πολυέδρων ἡ στερεὰ γωνία περιέχεται τέσσαρσιν ἐπιπέδοις, ἐξαριθμηθεισῶν πασῶν τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν, ἃς ἔχουσιν αἱ ἕδραι τοῦ πολυέδρου, τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ τὸ τέταρτον μέρος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς ὁ τῶν στερεῶν γωνιῶν τοῦ πολυέδρου. ὁμοίως δὲ καὶ ὅσων πολυέδρων ἡ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ ε' γωνιῶν ἐπιπέδων, τὸ πέμπτον τοῦ πλήθους τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν ἐστιν ὁ ἀριθμὸς τοῦ πλήθους τῶν στερεῶν γωνιῶν.

τῶν δὲ πλευρῶν τὸ πλῆθος, ἃς ἕκαστον ἔχει τῶν πολυέδρων, τόνδε τὸν τρόπον εὑρήσομεν. ἐξαριθμηθεισῶν γὰρ πασῶν τῶν πλευρῶν, ἃς ἔχει τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα τὸ πολύεδρον, ὁ ἀριθμὸς αὐτῶν δῆλον ὡς ἴσος ἐστὶν τῷ πλήθει τῶν ἐπιπέδων γωνιῶν. ἀλλ'

ἐπειδὴ δύο ἐπιπέδων ἑκάστη τῶν πλευρῶν αὐτοῦ κοινή ἐστιν, δῆλον, ὅτι τοῦ πλήθους τὸ ἥμισυ αἱ πλευραί εἰσι τοῦ πολυέδρου.

τὸ μὲν οὖν πρῶτον τῶν ἀνομοιογενῶν ιγ′ πολυέδρων ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις δ′ καὶ ἑξαγώνοις δ′, γωνίας μὲν ἔχει στερεὰς ιβ′, πλευρὰς δὲ ιη′. τῶν μὲν γὰρ τεσσάρων τριγώνων αἵ τε γωνίαι ιβ′ εἰσιν καὶ αἱ πλευραὶ ιβ′, τῶν δὲ δ′ ἑξαγώνων αἵ τε γωνίαι κδ′ εἰσιν καὶ αἱ πλευραὶ κδ′. γενομένου δὴ τοῦ ἀριθμοῦ παντὸς λϛ′ ἀναγκαῖόν ἐστιν τὸν μὲν τῶν στερεῶν γωνιῶν ἀριθμὸν τρίτον μέρος εἶναι τοῦ προειρημένου ἀριθμοῦ, ἐπεὶ καὶ ἑκάστη τῶν στερεῶν αὐτοῦ γωνιῶν ἐπιπέδοις γωνίαις περιέχεται γ′, τὸ δὲ τῶν πλευρῶν πλῆθος τὸ ἥμισυ τοῦ ἀριθμοῦ τουτέστιν τοῦ λϛ′, ὥστε εἶναι πλευρὰς ιη′.

τῶν δὲ τετρακαιδεκαέδρων τὸ πρῶτον περιέχεται τριγώνοις η′ καὶ τετραγώνοις ϛ′, ὥστε ἔχειν στερεὰς μὲν γωνίας ιβ′ (ἑκάστη γὰρ αὐτοῦ γωνία ὑπὸ τεσσάρων ἐπιπέδων γωνιῶν περιέχεται), πλευρὰς δὲ ἔχει κδ′. τὸ δὲ δεύτερον τῶν τετρακαιδεκαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις ϛ′ καὶ ἑξαγώνοις η′, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ′ (ἑκάστη γὰρ τῶν γωνιῶν αὐτοῦ περιέχεται ὑπὸ γ′ γωνιῶν ἐπιπέδων), πλευρὰς δὲ ἔχει λϛ′.[1])

τῶν δὲ ἑκκαιεικοσαέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε η′ καὶ τετραγώνοις ιη′, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ′, πλευρὰς δὲ μη′. τὸ δὲ δεύτερον τῶν

1) Lacunam cum Eisenmanno sic expleuit Hultschius: *τὸ δὲ τρίτον τῶν τετρακαιδεκαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις η′ καὶ ὀκταγώνοις ϛ′, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ′, πλευρὰς δὲ λϛ′.* aliter scholiastes; u. p. 463.

ἑκκαιεικοσαέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις ιβ' καὶ ἑξαγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ϛ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας μη', πλευρὰς δὲ οβ'.

τῶν δὲ δυοκαιτριακονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ' καὶ πενταγώνοις ιβ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας λ', πλευρὰς δὲ ξ'. τὸ δὲ δεύτερον τῶν δυοκαιτριακονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται πενταγώνοις ιβ' καὶ ἑξαγώνοις κ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ϟ'. τὸ δὲ τρίτον τῶν δυοκαιτριακονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ϟ'.

τὸ δὲ ὀκτωκαιτριακοντάεδρον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε λβ' καὶ τετραγώνοις ἕξ, ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ', πλευρὰς δὲ ξ'.

τῶν δὲ δυοκαιεξηκονταέδρων τὸ μὲν πρῶτον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε κ' καὶ τετραγώνοις λ' καὶ πενταγώνοις ιβ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ρκ'. τὸ δὲ λοιπὸν τῶν δυοκαιεξηκονταέδρων, ἐπεὶ περιέχεται τετραγώνοις λ' καὶ ἑξαγώνοις κ' καὶ δεκαγώνοις ιβ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ρκ', πλευρὰς δὲ ρπ'.

τὸ δὲ δυοκαιενενηκοντάεδρον, ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις τε π' καὶ πενταγώνοις ιβ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας ξ', πλευρὰς δὲ ρν'.

Haec omnia sine dubio iam ipse Archimedes proposuerat. cfr. de his polyedris Keppler: Harmon. mundi p. 62.

Scholia Uaticana in Pappum III p. 1171[1]): 2

α'. ὀκτάεδρον ἔχει τρίγωνα δ', ἑξάγωνα δὲ δ', πλευρὰς ιη', γωνίας δὲ στερεὰς ιβ', ἑκάστη δὲ στερεὰ

1) Hoc scholium in cod. Uaticano prauo ordine scriptum

γωνία περιέχεται ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν ἑξαγωνικαί, μία δὲ τριγωνική, ὥστε λείπειν τῶν δ' ὀρθῶν μιᾶς ὀρθῆς γωνίας δύο τριτημορίοις. τοῦτο γεννᾶται ἐκ τῆς πρώτης πυραμίδος διαιρουμένων τῶν πλευρῶν αὐτῆς εἰς γ' ἴσα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων καὶ τῶν γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

β'. τεσσαρεςκαιδεκάεδρον (scil. τὸ πρῶτον) περιέχεται ὑπὸ μὲν τριγώνων η', ὑπὸ δὲ τετραγώνων ϛ', ἔχει δὲ πλευρὰς κδ', γωνίας δὲ στερεὰς ιβ', ἑκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ δ' γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν τετραγωνικαί, β' δὲ τριγωνικαί, ὥστε λείπειν τῶν δ' ὀρθῶν μιᾶς γωνίας ὀρθῆς δύο τριτημορίοις. τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου διαιρουμένων δίχα τῶν πλευρῶν αὐτοῦ καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων, τῶν η' γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

γ'. τεσσαρεσκαιδεκάεδρον (scil. τὸ δεύτερον) περιέχεται ὑπὸ μὲν τετραγώνων ϛ', ὑπὸ δὲ ἑξαγώνων η', ἔχει δὲ πλευρὰς λϛ', γωνίας δὲ στερεὰς κδ', ἑκάστη δὲ στερεὰ γωνία περιέχεται ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο μὲν ἑξαγωνικαί, μία δὲ τετραγωνική. τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ ὀκταέδρου τεμνομένης τρίχα ἑκάστης τῶν αὐτοῦ πλευρῶν καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐπιπέδων ἐκβαλλομένων καὶ τῶν ϛ' γωνιῶν ἐκπιπτουσῶν.

δ'. τὸ δὲ τρίτον (scil. τῶν τετρακαιδεκαέδρων), ἐπεὶ περιέχεται τριγώνοις η' καὶ ὀκταγώνοις ϛ', ἕξει στερεὰς μὲν γωνίας κδ' (ἑκάστη δὲ περιέχεται

digessit Hultschius, quem secuti sumus, nisi quod δ' lin. 1—5 suo loco reposuimus (cfr. III p. 1170).

ὑπὸ γ' γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν δύο ὀκταγωνικαί, μία δὲ τριγωνική), πλευρὰς δὲ ἔχει λϛ'.[1]) τοῦτο γεννᾶται ἐκ τοῦ κύβου τεμνομένης ἑκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς οὕτως, ὥστε γίνεσθαι τρία τμήματα, ὧν τὸ μέσον ἑκατέρου τῶν ἄκρων διπλάσιόν ἐστιν δυνάμει.

ε'. ἑκκαιεικοσάεδρον (scil. τὸ πρῶτον) γεννᾶται ἐκ τοῦ τεσσαρεσκαιδεκαέδρου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ η' τριγώνων καὶ ϛ' τετραγώνων, τεμνομένης ἑκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς δίχα καὶ διὰ τῶν τομῶν ἐκβαλλομένων ἐπιπέδων καί†.

Originem huius fragmenti Archimedeam agnouit Hultschius III p. 1241.

Hinc satis adparet, Heronem definit. 101 p. 29 3
male narrare: *Ἀρχιμήδης δὲ τρισκαίδεκα ὅλα* (ὅλως?) *φησὶν εὑρίσκεσθαι σχήματα δυνάμενα ἐγγραφῆναι τῇ σφαίρᾳ προστιθεὶς ὀκτὼ μετὰ τὰ εἰρημένα πέντε.* non octo, sed tredecim noua polyedra Platonicis quinque adiecit Archimedes, quae omnia, ut illa quinque, sphaerae inscribi possunt.

Ad hunc librum Archimedis spectare puto Simpli- 4
cium in Aristot. IV p. 494 a (ed. Berol.): *ἐλαχίστη δὲ τῶν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἐπὶ τὸ αὐτό, τουτέστι τῶν σχῆμα περιεχουσῶν τι καὶ ὁριζουσῶν διαστάσεων, ἐν μὲν ἐπιπέδοις ἡ κυκλική, ἐν δὲ στερεοῖς ἡ σφαιρική, διότι δέδεικται καὶ πρὸ Ἀριστοτέλους μὲν πάντως, εἴπερ αὐτὸς ὡς δεδειγμένῳ συγκέχρηται, καὶ παρὰ Ἀρχιμήδους καὶ παρὰ Ζηνοδώρου πλατύτερον, ὅτι τῶν ἰσοπεριμέτρων σχημάτων πολυχωρητότερός ἐστιν ἐν μὲν τοῖς ἐπιπέδοις ὁ κύκλος, ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς ἡ σφαῖρα.*

1) His uerbis scholiastes expleuerat lacunam p. 460 not. 1.

5 Eadem fere habet Proclus in Timaeum p. 384: *τοσοῦτον δὲ ὅμως ἱστορητέον, ὅτι τῶν ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων καὶ ἴσην περίμετρον ἐχόντων τὸ πολυγωνότερον μεῖζον ἀποδείξαντες πρῶτον καὶ τὸν κύκλον ἑξῆς μείζονα οὐ τῶν ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, ἰσοπεριμέτρων δέ, δεικνῦσι καὶ τὴν σφαῖραν τῶν ἴσην ἐπιφάνειαν ἐχόντων στερεῶν σωμάτων ἑπομένως μείζονα καὶ διαφερόντως τῶν παρὰ Πλάτωνι λεγομένων πολυέδρων ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, τὰ μὲν χρώμενοι τοῖς παρὰ τῷ Εὐκλείδῃ δειχθεῖσι, τὰ δὲ τοῖς παρὰ τῷ Ἀρχιμήδει.*

fieri tamen potest, ut his duobus locis (4—5) tantum ad dimensionem circuli et librum I de sphaera et cylindro respicitur.

Appendix libri II de sphaera et cylindro.

6 Archimedes uol. I p. 214, de sph. et cyl. II, 4 solutionem problematis: *δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν ΔΒ, ΒΖ καὶ διπλασίας οὔσης τῆς ΔΒ τῆς ΒΖ καὶ σημείου ἐπὶ τῆς ΒΖ τοῦ Θ τεμεῖν τὴν ΔΒ κατὰ τὸ Χ καὶ ποιεῖν, ὡς τὸ ἀπὸ ΒΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΧ, τὴν ΧΖ πρὸς ΖΘ* et uniuersalis et specialis daturum se promittit (p. 214, 25), sed solutio intercidit. postea uero Eutocius eam inuenit et suis uerbis proposuit Comm. ad librum de sph. et cyl. II, 4. cfr. Zeitschr. f. Math., hist. Abth. XXV p. 51 not.

Ἀρχαί.

7 Archimedes *Ψαμμίτ.* I, 7 (uol. II p. 246): *καὶ οὕτως τινὰς δειχθήσειν τῶν ἐν Ἀρχαῖς τὰν κατονομα-*

ξίαν ἐχόντων ὑπερβαλλόντας τῷ πλήθει τὸν ἀριθμὸν τοῦ ψάμμου. cfr. I, 3 p. 242: τῶν ὑφ' ἁμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν καὶ ἐνδεδομένων ἐν τοῖς ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένοις. summam huius libri habemus Ψαμμ. III, 1—4 p. 266 sq. (III, 1 p. 266, 12: τῷ βιβλίῳ τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ).

Ἐφόδιον.

Suidas s. u. Θεοδόσιος p. 495, 1 ed. Bekker: Θεο- 8
δόσιος φιλόσοφος ἔγραψε . . ὑπόμνημα εἰς τὸ Ἀρχιμήδους Ἐφόδιον.

Περὶ ζυγῶν:

Pappus VIII, 24 p. 1068: ἀπεδείχθη γὰρ ἐν τῷ 9
περὶ ζυγῶν Ἀρχιμήδους καὶ τοῖς Φίλωνος καὶ Ἥρωνος μηχανικοῖς, ὅτι οἱ μείζονες κύκλοι κατακρατοῦσιν τῶν ἐλασσόνων κύκλων, ὅταν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ἡ κύλισις αὐτῶν γίνηται.

Pappus VIII, 19 p. 1060: τῆς αὐτῆς δέ ἐστιν θεω- 10
ρίας τὸ δοθὲν βάρος τῇ δοθείσῃ δυνάμει κινῆσαι· τοῦτο γὰρ Ἀρχιμήδους μὲν εὕρημα λέγεται μηχανικόν, ἐφ' ᾧ λέγεται εἰρηκέναι· δός μοί, φησι, ποῦ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν. cfr. Quaest. Arch. p. 10 not. 6.

Archimedes ἐπιπ. ἰσορρ. I, 4 p. 148: ὅτι γάρ ἐστιν 11
ἐπὶ τᾶς *AB*, προδεδείκται. cfr. I, 13 p. 182, 3; II, 2 p. 194, 6; II, 5 p. 204, 10.

Archimedes τετραγ. παραβ. 6 p. 306, 23: ἕκαστον γὰρ 12
τῶν κρεμαμένων, ἐξ οὗ σαμείου κα κατασταθῇ, μένει, ὥστε κατὰ κάθετον εἶμεν τό τε σαμεῖον τοῦ κρεμαστοῦ

καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένου. δεδείκται γὰρ καὶ τοῦτο.

In hoc libro sine dubio definitionem centri grauitatis dederat, quae in libris de planorum aequilibriis desideratur.

Κατοπτρικά.

13 Theon in Ptolemaei *συντ.* I p. 10 ed. Basil.: *καὶ τῶν ἀπ' αὐτῆς (τῆς ὄψεως) ἐπὶ τὸν ἀέρα προσπιπτουσῶν ἀκτίνων κλάσιν ὑπομενουσῶν καὶ μείζονα ποιουσῶν τὴν πρὸς τῇ ὄψει γωνίαν, καθὰ καὶ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς περὶ κατοπτρικῶν ἀποδεικνύων φησίν, ὅτι [καθάπερ]*[1]) *καὶ τὰ εἰς ὕδωρ ἐμβαλλόμενα μείζονα φαίνεται, καὶ ὅσῳ κάτω χωρεῖ, μείζονα.* et paullo infra: *καὶ κεκλάσθωσαν ἐπὶ τὰ Α, Β, ὡς ΕΘΑ, ΕΚΒ, καθὰ καὶ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς περὶ κατοπτρικῶν, ὡς ἔφαμεν.*

14 Olympiodorus in Aristotelis Meteorolog. II p. 94 ed. Ideler: *ἄλλως τε καὶ Ἀρχιμήδης αὐτὸ τοῦτο δείκνυσιν, ὅτι κλᾶται ἡ ὄψις, ἐκ τοῦ δακτυλίου τοῦ ἐν ἀγγείῳ βαλλομένου.*

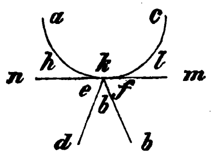
15 Georgius Ualla de expetendis et fugiendis rebus XV. 2[2]): Sane Archimedes inquit, quod *f* angulus ipsi *e* aut aequalis est aut minor aut maior. sit sane

---

1) Delendum puto.

2) Hunc uirum codices Graecos habuisse, qui nunc uel lateant uel interciderint, breui spero, me pluribus demonstraturum. quamquam hoc fragmentum ita mutilum est ac deprauatum, ut neque sententia constet neque dignoscatur, quantum eius Archimedi tribuendum sit, tamen reiiciendum non existimaui. non dubito, quin Graece inueniri possit in aliquo codice catoptricorum Euclidis scholiis instructo.

prius maior *f* quam *e*. ponatur itaque oculus *d*, et



ab oculo rursus refringatur in rem uisam *b*. erit igitur *e* angulus maior quam *f*. atqui erat minor, quod plane absurdum est, uel quod ceratoides angulus omni angulo minor, uel si a centro iungamus ad contactum, totus qui est sub *kl*, aequalis erit qui semicirculi ei qui est semicirculi aequalis superimpositus et ei accommodatus. reliquus igitur *h* ipsi *l* aequalis. sumpto *e* non amplius spectatur spectatum, quod plane extrorsus spectatur *d*. censetur uero spectari incoincidentia. ipso *e* sumpto non amplius spectatur spectatum, quod est *d*, quod certe spectatur in loco e regione posito ipsius *b*. apparens autem in coincidentia.

Apuleius Apolog. 16: alia praeterea eius modi plu- 16
rima (sc. de speculis), quae tractat ingenti uolumine Archimedes Syracusanus. cfr. Tzetzes Chiliad. XII, 973: *κατόπτρων τὰς ἐξάψεις* (inter scripta Archimedis relatum).

Περὶ σφαιροποιίας.

Carpus apud Pappum VIII, 3 p. 1026: *Κάρπος δέ* 17
πού φησιν ὁ Ἀντιοχεὺς Ἀρχιμήδη τὸν Συρακόσιον ἓν μόνον βιβλίον συντεταχέναι μηχανικὸν τὸ κατὰ τὴν σφαιροποιίαν, τῶν δὲ ἄλλων οὐδὲν ἠξιωκέναι συντάξαι. cfr. Proclus in Eucl. p. 41, 16: *ἡ σφαιροποιία κατὰ μίμησιν τῶν οὐρανίων περιφορῶν, οἵαν καὶ Ἀρχιμήδης ἐπραγματεύσατο.* huc refero Macrobii locum in Somn. Scipion. II, 3: et Archimedes quidem stadiorum numerum deprehendisse se credidit,

quibus a terrae superficie luna distaret et a luna Mercurius, a Mercurio Venus, sol a Venere, Mars a sole, a Marte Iupiter, Saturnus a Ioue; sed et a Saturni orbe usque ad ipsum stelliferum caelum omne spatium se ratione emensum putauit. quae tamen Archimedis dimensio a Platonicis repudiata est quasi dupla et tripla interualla non seruans.

De anni magnitudine.

18 Hipparchus apud Ptolemaeum *συντ.* I p. 153 ed. Halma: *ἐκ μὲν οὖν τούτων τῶν τηρήσεων δῆλον, ὅτι μικραὶ παντάπασιν γεγόνασιν αἱ τῶν ἐνιαυτῶν διαφοραί· ἀλλ' ἐπὶ μὲν τῶν τροπῶν οὐκ ἀπελπίζω καὶ ἡμᾶς καὶ τὸν Ἀρχιμήδη καὶ ἐν τῇ τηρήσει καὶ ἐν τῷ συλλογισμῷ διαμαρτάνειν καὶ ἕως τετάρτου μέρους ἡμέρας.* cfr. Ammianus Marcellinus XXVI, 1, 8: spatium anni uertentis id esse periti mundani motus et siderum definiunt ueteres, inter quos Meton et Euctemon et Hipparchus et Archimedes excellunt, cum sol perenni rerum sublimium lege polo percurso signifero, quem Zodiacum sermo Graecus adpellat, trecentis et sexaginta quinque diebus emensis et noctibus ad eundem redierit cardinem.